

**ISEFC**

**UNIVERSITE DE TUNIS**

**INSTITUT SUPERIEUR DE L'EDUCATION ET DE  
LA FORMATION CONTINUE**

**ELECTROTECHNIQUE  
(ET2)**

**MACHINES A COURANT CONTINU**

**MOTEUR ASYNCHRONE TRIPHASE**

**M. STAMBOULI**

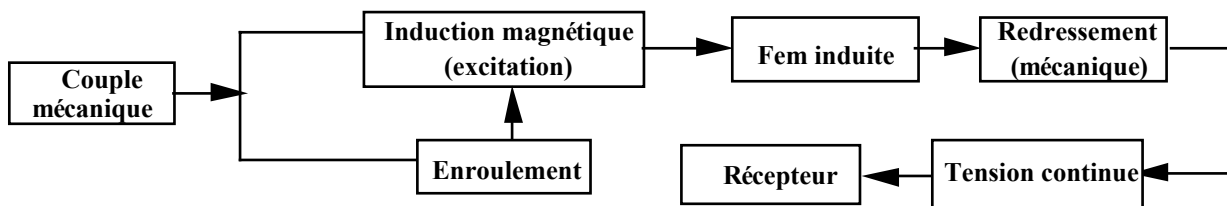
# MACHINES A COURANT CONTINU

## I. PHENOMENES FONDAMENTAUX

### I.1 Généralités

Une dynamo est un système électromagnétique ayant pour fonction principale la conversion, à vitesse donnée et en présence d'un champ magnétique donné (excitation), une énergie mécanique en une énergie électrique. La tension électrique, à l'origine de la puissance électrique, est initialement fournie sous forme de force électromotrice induite variable dans le temps puis elle est redressée par un système mécanique (collecteur).

Le schéma fonctionnel du système peut être représenté par la figure (I.1).



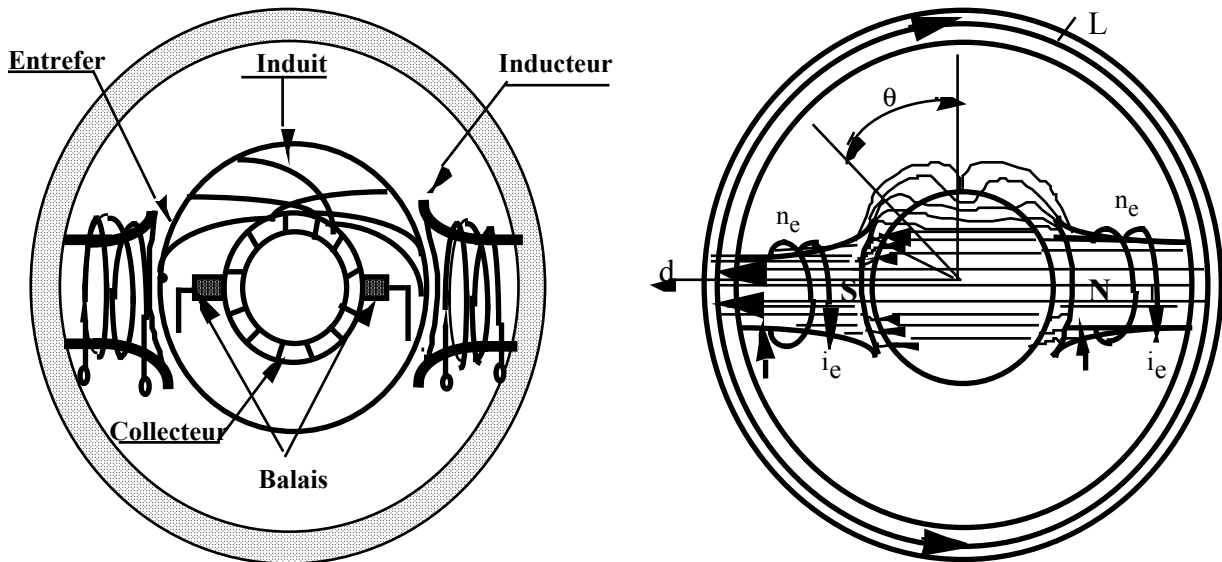
*Fig.I.1 : Schéma synoptique de fonctionnement d'une machine à courant continu.*

La tension de sortie de ce système étant constante (ou continue) dans le temps, le courant appelé par le récepteur en régime établi sera par conséquent continu. Le système est alors appelé "générateur à courant continu " ou encore " dynamo".

### I.2 Constitution de la dynamo

Une dynamo est constituée par trois éléments fondamentaux :

- Un élément qui crée l'induction magnétique, c'est un enroulement alimenté par une tension continue et bobiné sur l'armature fixe de la machine. Il constitue le stator et joue le rôle d'inducteur .
- Un élément mobile qui sera le siège d'une FEM induite. Il comporte un enroulement bobiné sur un cylindre en tôles feuilletées. Il constitue le rotor et joue le rôle d'induit.



'une machine bipolaire.

Fig. I.3 : Topographie des lignes de champ d'une machine bipolaire

- Un système de lames isolées électriquement et soudées à l'extrémité de l'arbre du rotor permettant de redresser la FEM induite. Au cours de la rotation, ces lames frottent sur deux balais fixés sur le stator. Cet ensemble de lames est appelé "collecteur".

La figure (I.2) montre les différents éléments constituant la génératrice à courant continu ayant deux pôles. Dans le cas général l'inducteur comporte  $2p$  pôles.

### I.3 Répartition de l'induction magnétique dans l'entrefer

Sur la fig. (I.3) on montre l'enroulement inducteur en présence l'induit. Soit  $n_e$  et  $i_e$  le nombre de spires par pôle de l'inducteur et le courant d'excitation respectivement.  $O_d$  est l'axe de référence choisi dans le même sens que les lignes de champ.

En vertu du théorème de réfraction des lignes de champ lors du passage d'un milieu à un autre, les lignes de champ sont pratiquement perpendiculaires à la surface du rotor et à celle des pôles voisins du rotor (très grande perméabilité du fer  $\mu_{fer} \rightarrow \infty$ ); ces surfaces sont équipotentielles au point de vue magnétique. L'induction dans l'entrefer au voisinage de l'induit, où se trouvent les conducteurs de l'induit, est radiale (on parle alors du champ radial).

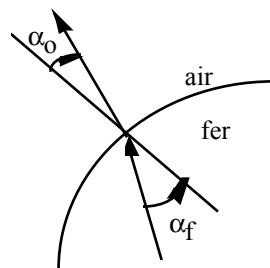


Fig. I.4 : Réfraction des lignes de champ à la traversée de l'entrefer.

On a en effet :  $B_{1n} = B_{2n}$  et  $H_{t1} = H_{t2}$

$$\frac{B_{t0}}{B_{n0}} = \text{tg}\alpha_o \text{ et } \frac{B_{tf}}{B_{nf}} = \text{tg}\alpha_f, \text{ d'où } \text{tg}\alpha_o \ll \text{tg}\alpha_f$$

Le théorème d'Ampère, appliqué à la ligne de champ L (fig.I.3) conduit à :

$$\int_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = 2n_e i_e$$

$$\mu_{\text{fer}} \emptyset \quad \square \quad H_a 2e = 2n_e i_e \quad (H_a = \text{champ magnétique dans l'air})$$

En supposant la conservation de l'induction dans l'entrefer (l'air), on obtient :  $B = \mu_o \frac{n_e i_e}{e}$  .

L'induction magnétique B est essentiellement constante sous un pôle. Si l'on suppose que les épanouissements polaires couvrent la moitié de la surface du rotor, et compte tenu du principe de conservation du flux, la répartition de l'induction magnétique le long de l'entrefer est représentée par la figure (I.5).

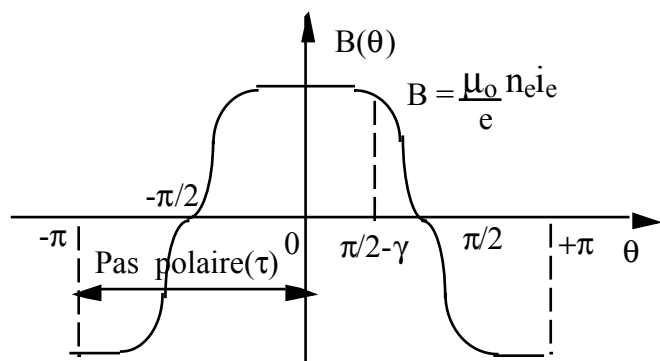
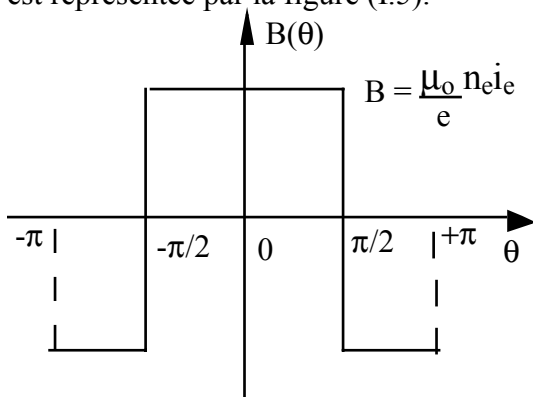


Fig. I.5 : Répartition de l'induction dans l'entrefer (cas idéal). \_\_\_\_\_ Fig. I.6 : Cas réel.

En réalité, l'épanouissement polaire ne couvre pas totalement un espace  $\theta = \pi/2$  et la discontinuité de l'induction B au voisinage de  $\theta = \pi/2$  (ou  $\theta = -\pi/2$ ) ne peut se produire.

Si  $\gamma$  désigne l'angle non couvert par le pôle, on a en général  $\frac{\tau - 2\gamma}{\tau} = 0,6 \square 0,8$ .

En réalité la variation de l'induction B avec l'angle  $\theta$  est représentée par la figure(I.6).

#### I.4 FEM induite dans un conducteur de l'induit

Afin de simplifier cette étude nous considérons, le cas d'une machine bipolaire, que les conducteurs de l'induit sont logés dans des encoches suivant les génératrices du rotor, (on représente sur la figure (I.7) un conducteur sur la périphérie du cylindre). On désigne par :

- $v_t$  : la vitesse du conducteur, tangente à la surface du rotor.
- $B(\theta)$  : l'induction magnétique où se trouve le conducteur.
- $e_c(\theta)$  : la FEM induite dans un conducteur dans la position  $\theta$ .

$$\emptyset e_c(\theta) = l \cdot v_t \quad \emptyset B(\theta)$$

$$e_c(\theta) = v_t l B(\theta)$$

On désigne par N' le nombre de tours/mn et R le rayon du rotor.

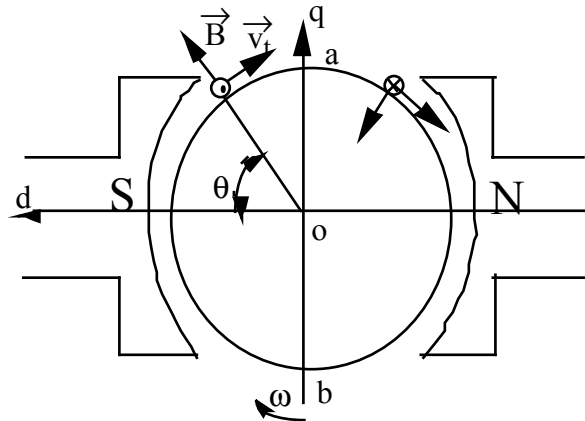


Fig.I.7 : Schéma de principe pour le calcul de la FEM.

$$v_t = \Omega R = \frac{2\pi N'}{60} R \text{ et par suite } e_c(\theta) = \frac{2\pi N'}{60} R l B(\theta)$$

Cette expression montre que la FEM induite dans le conducteur varie comme l'induction  $B(\theta)$ . Elle est maximale lors du passage du conducteur sous un pôle, on a :

$$e_m = \frac{\mu_0 \pi N' R l n_e i_e}{30e}$$

Dans les deux positions  $\theta = \pi/2$  et  $\theta = -\pi/2$  la FEM induite est nulle.

L'axe  $q$  (Fig.I.7) qui joint les points  $a$  et  $b$  où l'induction est nulle est appelé ligne neutre "théorique". Les balais sont en contact avec les points  $a$  et  $b$ . On dit qu'ils sont calés sur la ligne neutre.

La quantité  $\pi R l$  représente la surface du rotor balayé par l'induction d'un pôle (en supposant que  $\gamma=0$ ).

$$\phi^{p,m} = B_m S ; \phi^{p,m} \text{ est le flux utile sous un pôle, or } B_m = \mu_0 \frac{n_e i_e}{e} \text{ d'où } e_m = \frac{N' \phi_m^p}{30}$$

## I.5 Enroulement de l'induit, FEM totale de la dynamo

### I.5.1 Induit Gramme

L'induit est en anneau (ce type d'induit n'est plus utilisé).

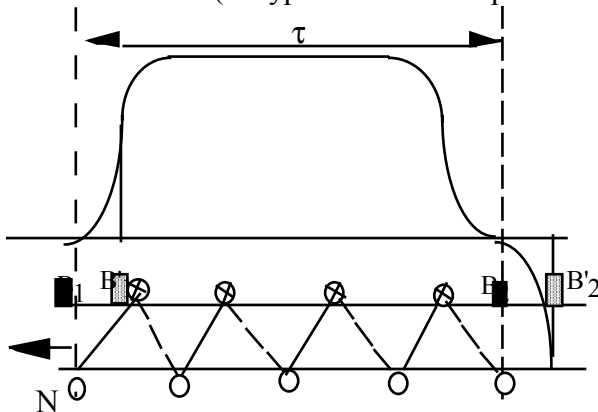


Fig.I.8 : Schéma de principe d'un induit Gramme .

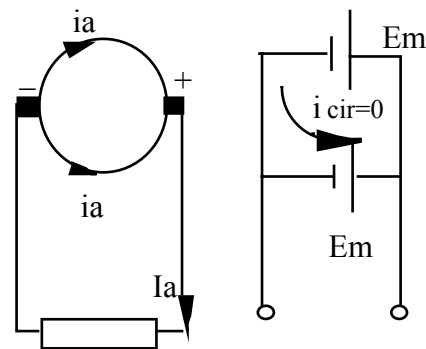


Fig. I.9. Schéma électrique équivalent.

Balais calés sur la ligne neutre (B1-B2) et lorsqu'ils sont décalés de la ligne neutre (B'1-B'2).

Les deux circuits allant d'un balais à l'autre sont en parallèle (2 voies d'enroulement).  
 Le maximum de tension entre les balais (FEM) correspond aux positions  $B_1$  et  $B_2$  des balais, autrement dit lorsqu'ils sont calés sur la ligne neutre. Tout décalage des balais, produit une diminution de la tension et en particulier pour un déplacement des balais de la moitié d'un pas polaire  $\tau/2$ , la tension est nulle.

### 1.5.2 Induit en tambour

Pour un même nombre de sections le nombre de conducteurs actifs  $n$  dans un enroulement en tambour est double.

Il existe principalement deux modes d'enroulements : enroulement imbriqué simple et enroulement ondulé simple.

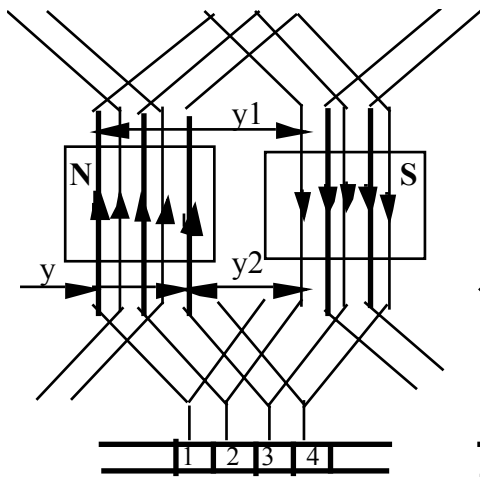


Fig.I.10 : Enroulement imbriqué.

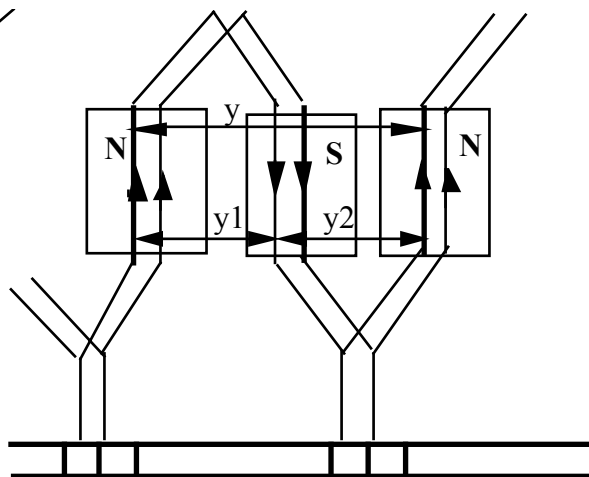


Fig.I.11 : Enroulement ondulé (série).

La largeur de la section est définie par le pas arrière  $y_1$  ou pas de section. Les connexions entre les sections consécutives de l'enroulement sont définies par le pas avant  $y_2$ . Le pas résultant est défini par :  $y = y_1 + y_2$ .

#### 1.5.2.1 Exemple de schéma de bobinage imbriqué simple

12 encoches, 12 lames au collecteur, 24 faisceaux,  $2p = 4$ ,  $y_1 = 7$ ,  $y_2 = 5$ .

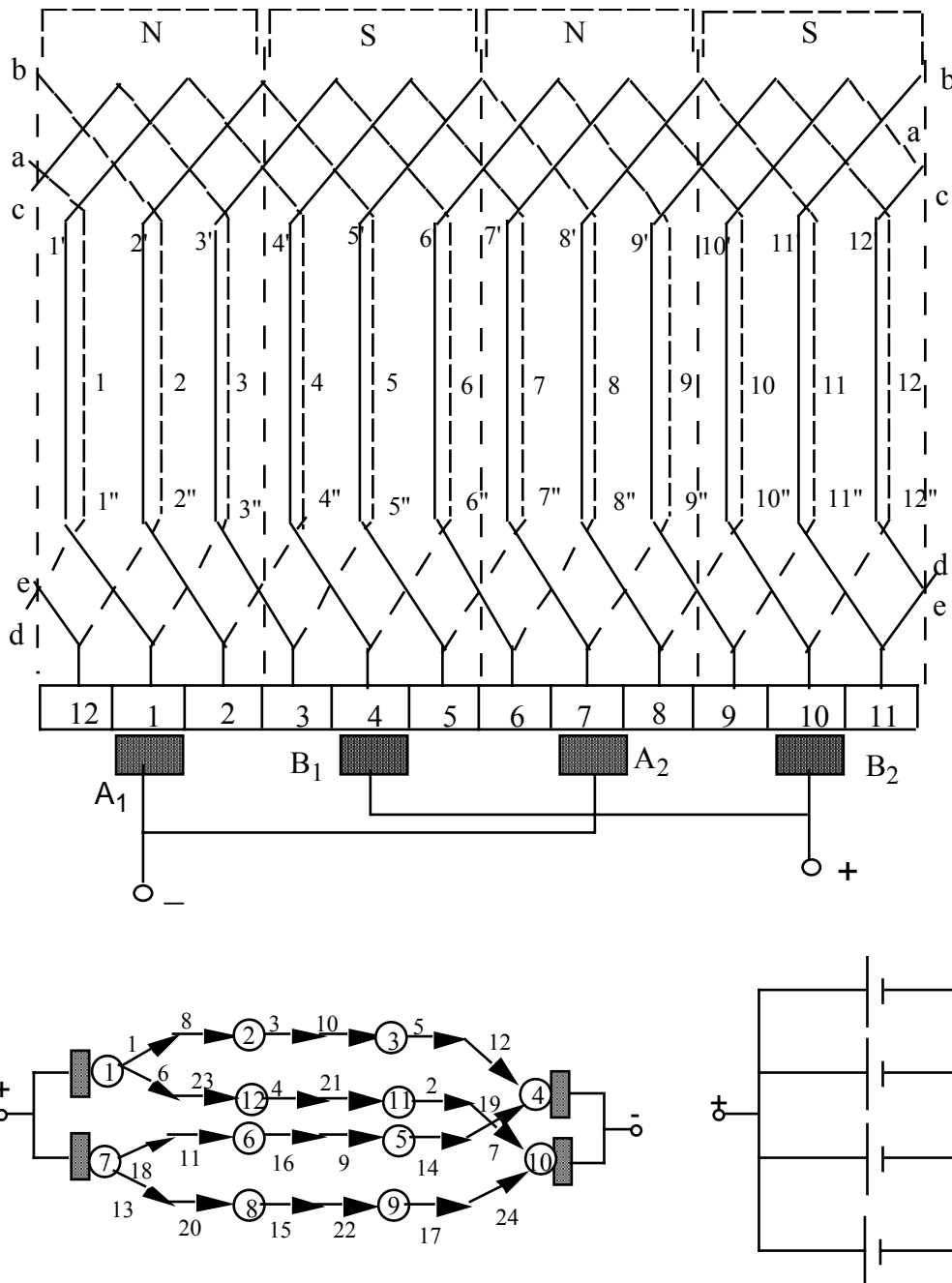


Fig .I.12 : Exemple de schéma de bobinage imbriqué simple

**I.5.2.2 Exemple de schéma de bobinage ondulé simple**

15 encoches ; 15 lames de collecteurs

$$y_1 = \frac{Z}{2p} + e = \frac{15}{4} + \frac{1}{4} = 4 ; y_c = \frac{15+1}{2} = 8 \text{ et } y_2 = y - y_1 = 8 - 4 = 4$$

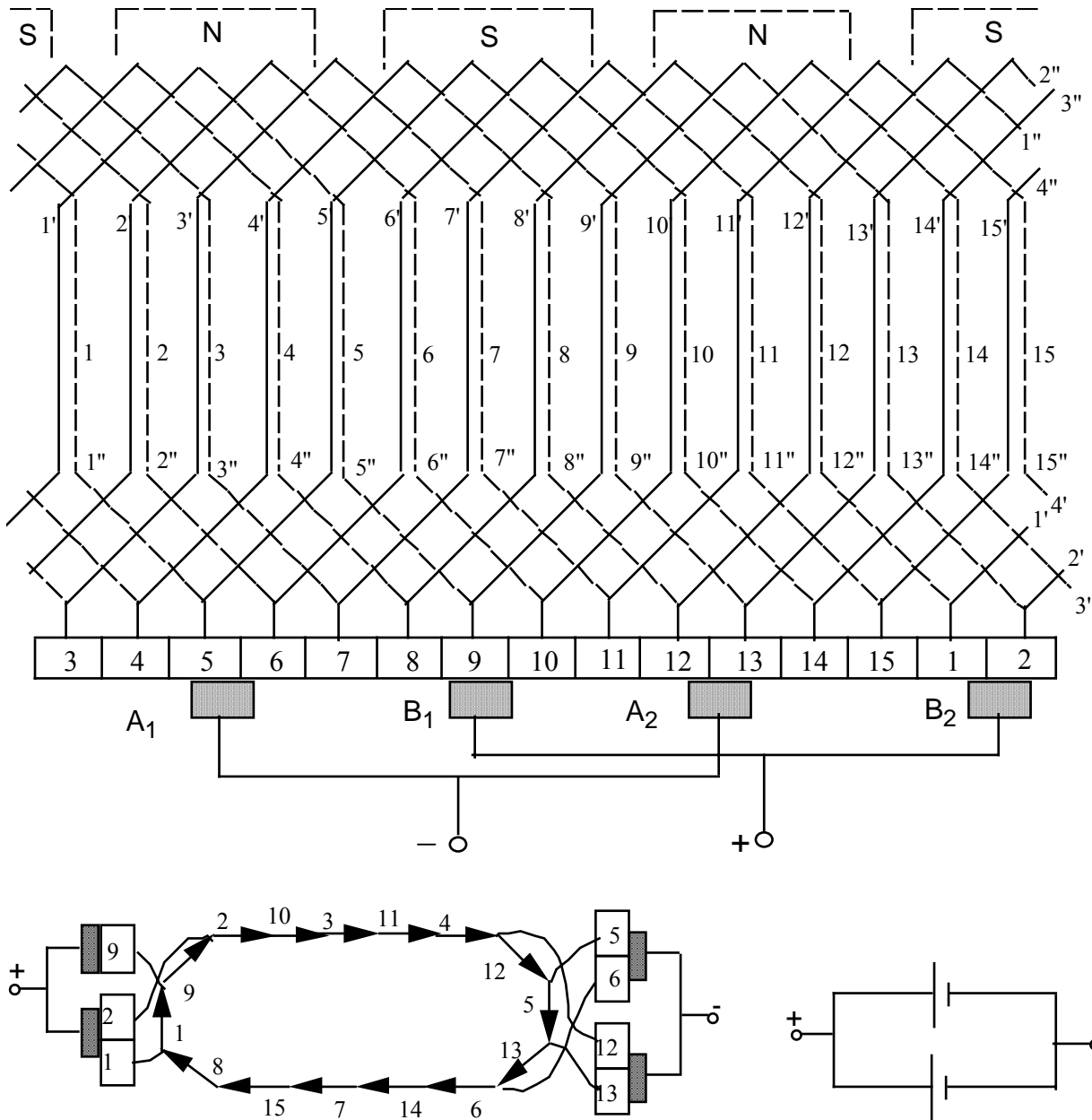


Fig .I.13: Exemple de schéma de bobinage ondulé simple

Pour un enroulement ondulé simple on a :  $2a = 2$ .

### 1.5.3 Redressement de la FEM induite par le collecteur

Jusqu'à présent on a considéré la FEM induite en fonction de  $\theta$  ; car  $\Phi_{p,m}$  varie comme  $B(\theta)$ . En ne tenant compte que de l'harmonique fondamental de l'induction magnétique  $b(\theta)$ , en négligeant les harmoniques d'ordre 3, 5 et 7, on peut considérer que l'induction dans l'entrefer sous les pôles est répartie sinusoïdalement . A chaque paire de pôles (double pas polaire  $2\tau$ ) correspond une sinusoïde ; pour  $p$  paires de pôle on aura  $p$  sinusoïdes.

$$B(\theta) \blacktriangleright B_m \cos\theta$$

$$\phi(\theta) \blacktriangleright \phi_m \cos\theta$$



A vitesse angulaire constante  $\Omega$ ,  $\theta = \Omega t + \theta_0$ , la FEM induite entre les bornes a et b (Fig.I.14) aura une allure sinusoïdale (si l'on considère la composante fondamentale du flux).

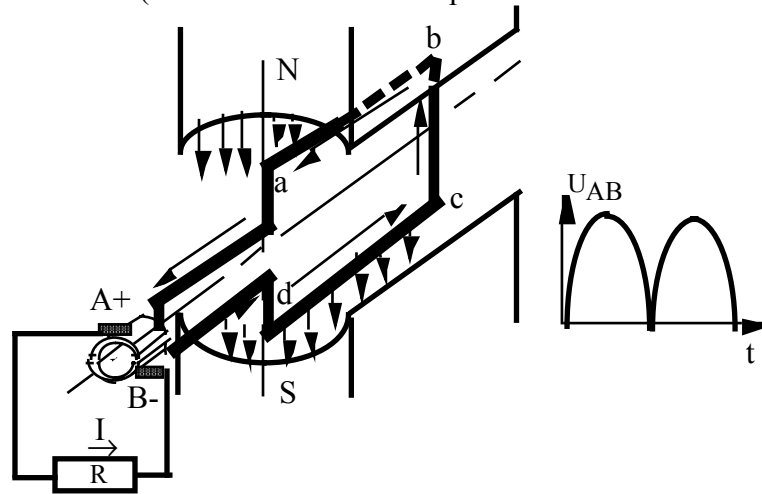


Fig.I.14 : FEM. induite dans une spire.

Les extrémités de la spire sont connectées aux deux lames de cuivre (collecteur) isolées électriquement l'une de l'autre et de l'arbre sur lequel elles sont calées. Sur les lames frottent les balais fixes A et B. Ces balais sont placés de manière à ce que la FEM induite dans la spire soit nulle au moment du passage du balai d'une lame à une autre. Lorsque l'induit tourne, chacun des balais sera en contact seulement avec la lame du collecteur et donc seulement avec le conducteur qui se trouve sous le pôle de polarité donnée. C'est ainsi que le balai A est toujours en contact seulement avec la lame à laquelle est réuni le conducteur de la spire qui se trouve sous le pôle nord N. Il en résulte que les polarités des balais ne changent pas. La FEM entre balais et le courant qui circule dans le circuit extérieur sont unidirectionnels (pulsatoires).

L'ensemble " collecteur + balais " inverse le sens de la tension (FEM) à chaque demi-période, c'est à dire redresse ou "commute" la tension induite. La figure (I.15) montre le cas d'une machine à 4 encoches.

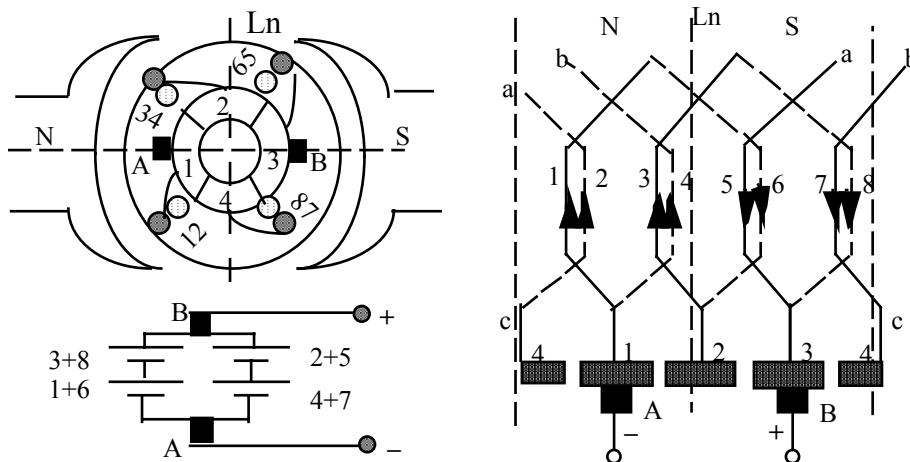


Fig. I.15 : Cas d'une machine simple à 4 encoches

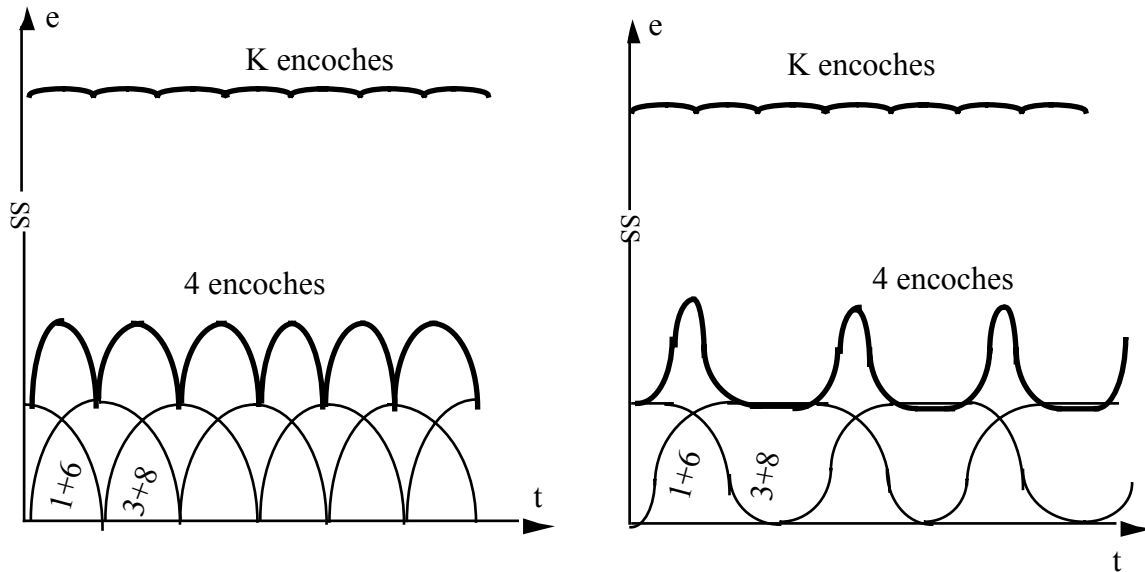


Fig. I.16 : Allure de la FEM pour 2,4 et K encoches

Dans les machines réelles, on utilise ce procédé de commutation plusieurs fois par tour et en faisant la somme des tensions redressées par un groupement adéquat des spires au collecteur on obtient alors une tension continue, (voir figure I.16).

#### 1.5.4 FEM totale de la dynamo

Dans le cas d'une machine multipolaire à  $2p$  pôles, la FEM induite dans chacun des conducteurs de l'induit sera  $p$  fois plus grande que celle d'une machine bipolaire du fait que le flux coupé, dans le même temps et à la même vitesse, est  $p$  fois plus grande, on a donc :

$$e_m = p \frac{N\Phi_m^p}{30} = 2p \frac{N\Phi_{p,m}}{60}$$

Si l'on désigne par  $n$  le nombre de conducteurs actifs de l'induit, pour un enroulement à  $a$  paires de voies, dont chacune comporte  $\frac{n}{2a}$  conducteurs en série, on a :

$$E_m = \frac{n}{2a} e_m = \frac{2p}{2a} \frac{N}{60} n \Phi_{p,m}$$

$$E_m = \frac{2p}{2a} n N \Phi_{p,m}$$

Remarque :

On peut calculer la FEM moyenne de manières différentes :

a - La fréquence de la FEM induite le long d'un conducteur est  $f = pN$  (comme un générateur à courant alternatif); dans chaque spire de l'enroulement apparaît une FEM.  $e = -\frac{d\Phi}{dt}$ , d'où :

$$E_m = -\frac{2}{T} \int_{-\Phi}^{+\Phi} d\Phi \quad (\text{période } \frac{T}{2}) \quad \text{d'où : } E_m = 4 \Phi p N \text{ (par spire)}$$

Pour n conducteurs et 2a voies d'enroulement on aura :  $E_m = \frac{2p}{2a} n N \Phi_{p,m}$

b - La FEM totale est égale à la somme des FEM induite dans une voie d'enroulement ( $\frac{n}{2a}$  conducteurs), on peut écrire :

$$E = e_1 + e_2 + \dots + e_{n/2a} = \sum_{x=1}^{n/2a} e_x$$

$$E = \sum_{x=1}^{n/2a} B_x l_v = l_v \sum_{x=1}^{n/2a} B_x$$

$$\text{Or, } B_m = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} B_x dx = \frac{\sum_{x=1}^{n/2a} B_x}{\frac{n}{2a}} \quad \text{d'où } \sum_{x=1}^{n/2a} B_x = B_m \frac{n}{2a}$$

$$E = l_v \frac{n}{2a} B_m = l_2 \pi N R_a \frac{n}{2a} B_m$$

$$E = \pi D_a N l \frac{n}{2a} B_m = 2p \tau N l \frac{n}{2a} B_m$$

$$E = \frac{2p}{2a} n N l \tau B_m = \frac{2p}{2a} n N \Phi_{p,m} = \frac{2p}{2a} n N \Phi$$

\* Exemple de calcul de  $B_m$  : pour une répartition de l'induction représentée par la Fig. (I.17), on calculera la valeur de  $B_m$ .

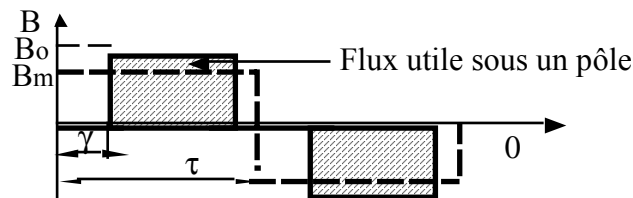


Fig. I.17 : Courbe approchée représentant l'induction dans l'entrefer.

$$B_m = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} B_0 d\theta = \frac{1}{\tau} \int_{\gamma}^{\tau-\gamma} B_0 d\theta = \frac{1}{\tau} B_0 (\tau - 2\gamma)$$

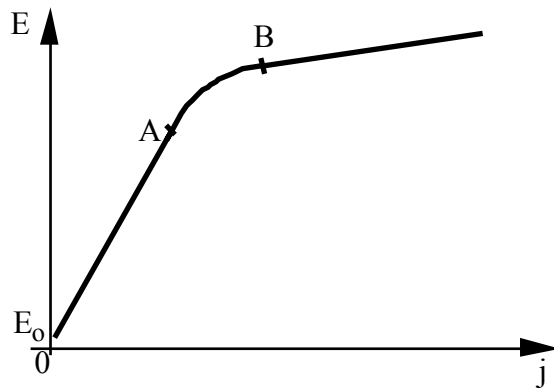
Or l'expression du flux moyen s'écrit :  $\Phi_m = B_m \tau = \frac{1}{\tau} B_0 (\tau - 2\gamma) l \tau R = B_0 (\tau - 2\gamma) l R$  ; c'est donc l'expression du flux utile sous un pôle.

### I.6 Caractéristique magnétique de la dynamo : Caractéristique à vide

Cette caractéristique est définie par  $E = f(j)$  à vitesse N constante.

$$E = \frac{2p}{2a} n N \Phi \quad \text{à } N = \text{Cte la FEM est proportionnelle à } \Phi \quad (E = K \Phi).$$

Le champ H est proportionnel au courant d'excitation j (les ampère-tours par pôle sont proportionnels au courant j). Il en résulte que, par changement d'échelles,  $E(j)$  est identique à  $\Phi(At)$ . L'allure de  $E(j)$  est donnée par Fig.I.18.



*Fig. I.18 : Caractéristique à vide.*

Cette caractéristique est d'abord linéaire (zône OA), puis elle se coude (zone AB). Quand l'induction dans le fer (surtout la denture) devient assez importante pour que les ampères-tours dans le fer cessent d'être négligeables devant ceux exigés par la traversée de l'entrefer ; AB est le coude de saturation. Au delà de B, c'est la saturation.

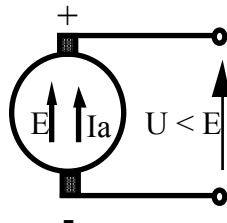
Les génératrices fonctionnent avec une excitation correspondant un peu au delà du point B (généralement le point correspondant à la tension nominale se trouve à la limite du coude de saturation).

## I.7 Fonctionnement en charge de la dynamo

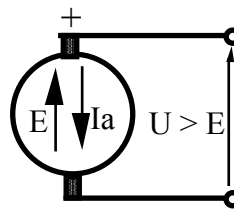
### I.7.1 Réaction magnétique d'induit

#### I.7.1.1 Introduction

Lorsque la dynamo fonctionne en génératrice en charge, l'induit débite un courant  $I_a$ . Si la dynamo fonctionne en moteur, l'induit reçoit un courant  $I_a$ , il passe un courant  $\frac{I_a}{2a}$  dans les conducteurs. Dans les deux modes de fonctionnement l'enroulement d'induit, parcouru par un courant, crée un flux appelé flux de réaction d'induit.



*Fig.I.19: Fonctionnement en génératrice*



*Fig.I.20 : Fonctionnement en moteur*

Pour les mêmes, polarités et sens de rotation (donnés), le sens de la FEM et de la tension restent les mêmes ; c'est le sens du courant qui change quand on passe du fonctionnement génératrice à celui du moteur, (deux facteurs changent; les 4 facteurs :  $j$ ,  $I_a$ ,  $N$ , mode de fonctionnement ne changent que par un nombre paire).

### I.7.1.2 Champ d'induit : Réaction transversale d'induit

Pour une machine non excitée amenons le courant aux balais calés sur la ligne neutre théorique de façon que le sens des courants dans les branches de l'enroulement coïncide avec celui de la FEM (génératrice) ; c'est à dire on suppose que l'enroulement d'induit est parcouru par un courant  $I_a$ . Le champ créé par ces courants est symétrique par rapport à la ligne neutre. Ce champ est perpendiculaire à l'axe polaire, il est appelé champ transversal et est déterminé par la FMM transversale de l'induit (il y a réaction transversale).

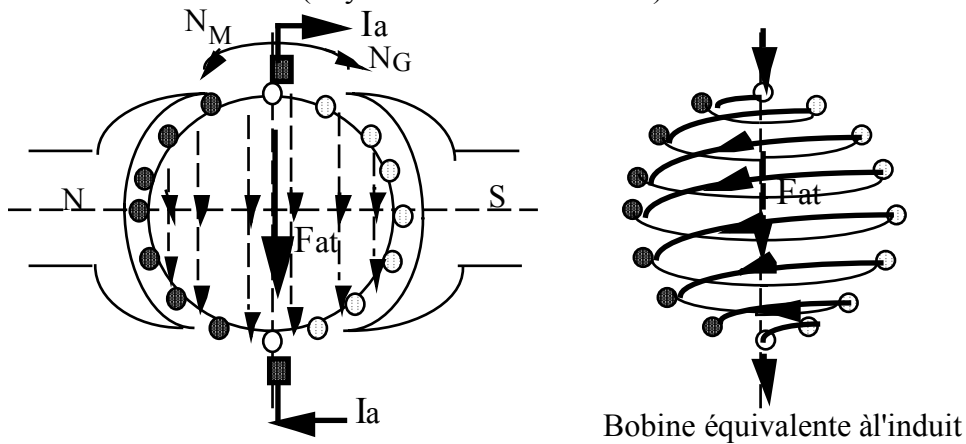


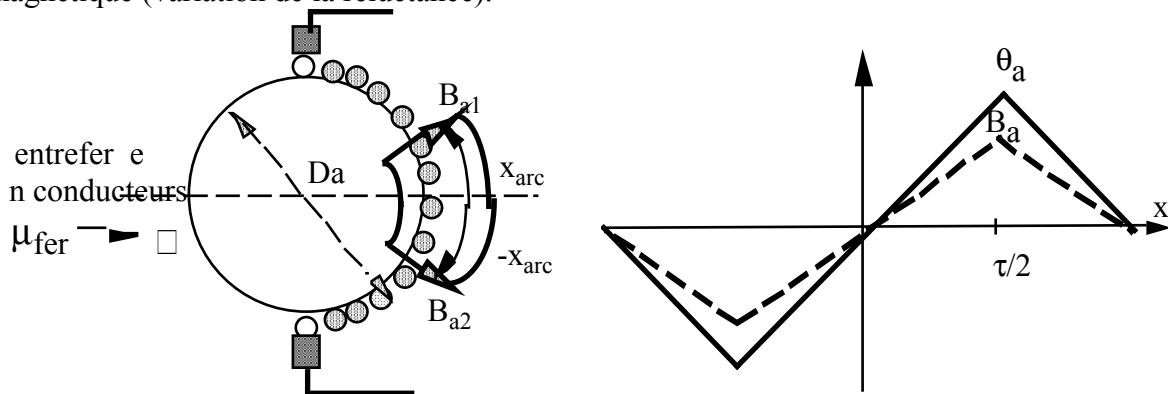
Fig.I.21 : Topographie du champ de l'induit

L'induit est équivalent à une bobine dont l'axe est celui des balais.

La FMM totale de la bobine est  $\frac{n I_a}{2 a}$  ; pour une machine à  $p$  paires de pôles, la solénoïd maximale de l'induit par paire de pôles est  $\frac{n I_a}{4 a p}$ .

### I.7.1.3 Effet de la réaction d'induit

Dans une machine en charge la FMM de l'induit réagit sur la FMM des pôles principaux. Le flux résultant de la machine dépend de la FMM résultante ainsi que de la saturation du circuit magnétique (variation de la réluctance).



it. Fig.I.23 : Courbes de solénoïd et d'induction de l'induit.

Pour étudier la répartition de l'induction magnétique dans l'entrefer créé par le courant  $i_a = \frac{I_a}{2a}$  on suppose que ces conducteurs sont uniformément répartis sur l'induit. On définit une densité linéaire de l'induit :

$$A = \frac{nI_a}{\pi D_a} \text{ ( charge linéaire ) .}$$

$$\frac{B_{a1}}{\mu_0} e - \frac{B_{a2}}{\mu_0} e = 2Ax, \text{ or } B_{a2} = -B_{a1} = -B_a, \text{ d'où : } \mathbf{B}_a = \mu_0 \frac{A}{e} x$$

Pour une machine supposée à entrefer constant (à pôles lisses), la répartition de l'induction magnétique créée par l'induit est donnée par la figure (I.23).

$$\text{Sous chaque balai: } x = \frac{\tau}{2} = \frac{\pi D_a}{2 \cdot 2p}$$

$$(B_a)_{\max} = \mu_0 \frac{1}{e} \frac{nI_a}{2a\pi D_a} \frac{\pi D_a}{2 \cdot 2p} = \frac{\mu_0}{e} \frac{nI_a}{2a} \frac{1}{4p}$$

$$(\Theta_a)_{\max} = \frac{nI_a}{4ap}, \quad (B_a)_{\max} = \frac{\mu_0}{2e} (\Theta_a)_{\max} .$$

Cependant entre les pôles et dès qu'on s'écarte des cornes polaires, l'induction magnétique  $B_a$  diminue très vite par suite de l'accroissement notable de la réluctance du trajet d'une ligne de champ dans l'air et la courbe  $B_a$  présente un col, (  $e$  augmente  $\square B_a = \mu_0 \frac{A}{e} x$  diminue).

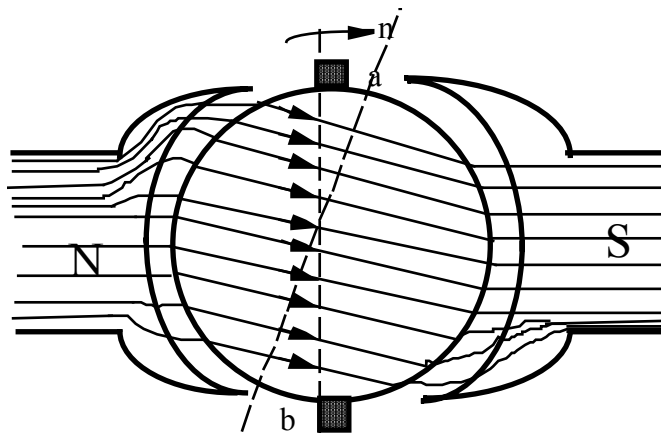


Fig.I.24 : Topographie du champ résultant

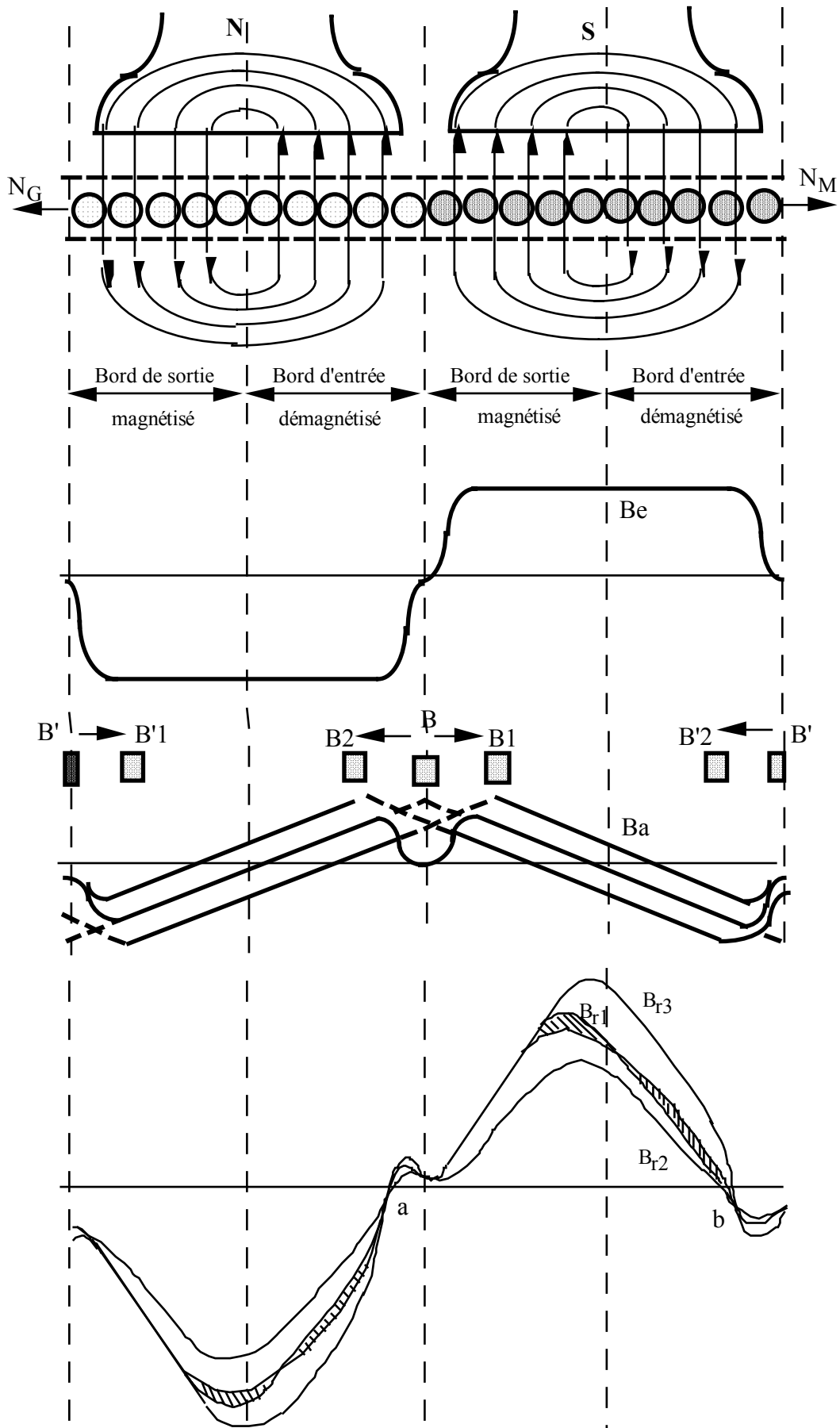


Fig.I.25 : Répartition de l'induction, du champ principal, de réaction d'induit et de l'induction résultante.

Sur la figure I.25, nous représentons la répartition de l'induction magnétique du champ principal, de l'induction du champ de réaction d'induit et de la résultante pour trois positions des balais.

Pars ailleurs, nous représentons sur la figure I.24 la topographie des lignes de champ résultant (champ en charge). Tout se passe comme si l'induit avait déplacé, dans le sens de rotation pour la génératrice ou dans le sens contraire de rotation pour le moteur, la ligne neutre théorique.

\* S'il n'y a pas de saturation :  $\mu = \text{constante}$  ( $R = \text{constante}$ ). Le champ résultant est la somme des deux champs  $B_e$  et  $B_r$ . Dans ces conditions les effets démagnétisants et magnétisants se compensent. Le flux résultant reste égal au flux à vide. La réaction d'induit déforme le champ principal mais ne modifie pas sa valeur. Les points a et b déterminent la ligne neutre magnétique (décalage de  $\alpha$  dans le sens de  $N_G$ ).

\*\* La saturation du fer influe sur le champ résultant. En effet, on ne peut pas additionner algébriquement les 2 champs. La réluctance des parties saturées croît plus qu'elle ne diminue ( $R = \frac{1}{\mu S}$ ) sur les parties moins saturées. La diminution du champ dans la partie saturée est plus importante que son accroissement sur l'autre partie ( $\Phi = \mu HS$ ). Le champ résultant et la FEM de la machine diminuent :  $E_{ch} < E_0$ . La réaction transversale a un effet démagnétisant.

Remarque :

Etudions les FMM suivant les contours fermés abcda et afgcda (Fig.I.26).

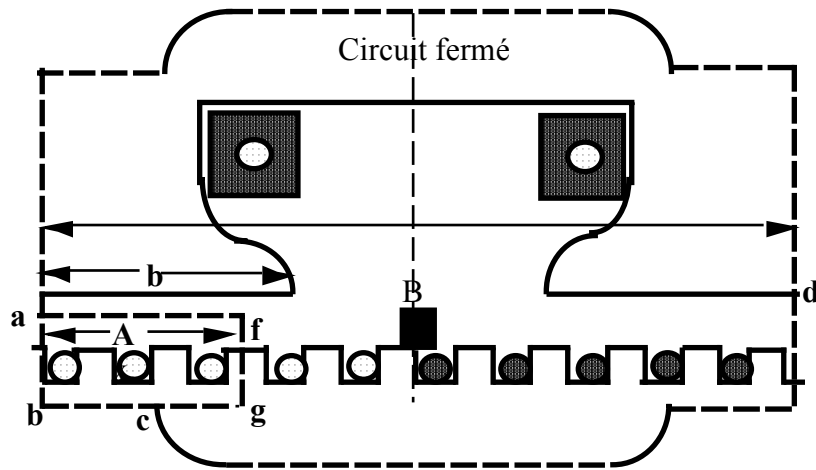


Fig.I.26 : Calcul des FMM le long d'un contour fermé

La FMM à vide  $F_{ab} = F_{edo}$  (entrefer et denture) agit seul en un point quelconque sous la pièce polaire.

$$F_0 = F_{ab} + F_{bc} + F_{cd} + F_{da} \quad (1)$$

Pour différentes valeurs de l'induction dans l'entrefer  $B_e$ , on représente la caractéristique transitoire  $B_e = f(F_{edo})$ .



En charge la FMM  $F_{edo}$  agit seulement dans le plan axial du pôle où  $x = 0$ . Par ailleurs, en un point quelconque agit  $F_o \pm A_x$  selon que le point considéré (ici  $f$ ) est sous une corne de sortie ou sous une corne d'entrée.

$$F_o \pm A_x = F_{af} + F_{fg} + F_{gc} + F_{cd} + F_{da} \quad (2)$$

$$(2) - (1) \quad F_o \pm A_x - F_o = F_{af} + F_{fg} + F_{gc} - F_{ab} - F_{bc}$$

En se servant de  $B_e = f(F_{edo})$  et de cette relation, on peut comparer le flux en charge au flux à vide ( fig.I.27).

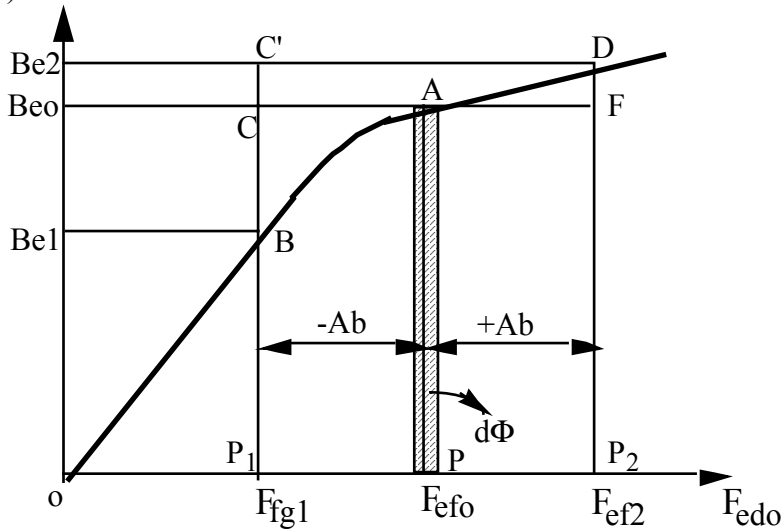


Fig.I.27 : Comparaison du flux en charge au flux à vide.

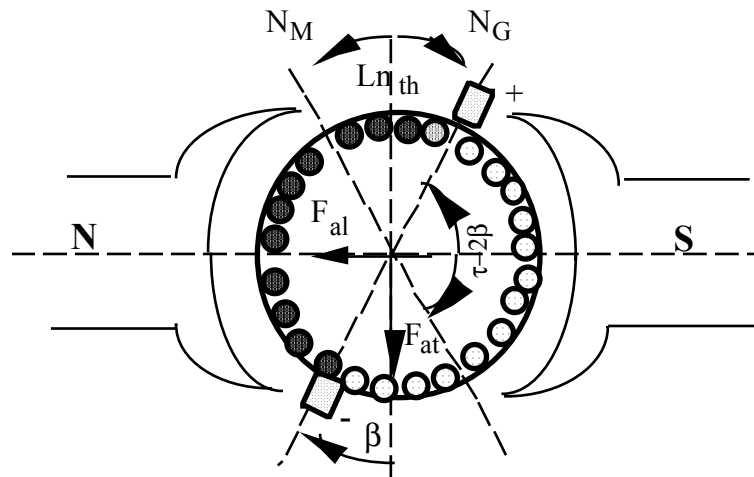


Fig.I.28 : Schéma explicative de la réaction longitudinale d'induit.

Pour un décalage des balais des balais sur la ligne neutre d'un angle  $\beta$  dans le sens de rotation pour un générateur et dans le sens contraire pour un moteur (pour des raisons de commutation) ; la FMM de réaction d'induit se décompose en une FMM transversale  $F_{at}$  et en une FMM longitudinale  $F_{al}$ .

Les conducteurs dans les angles  $2\beta$  (Fig.I.28) créent une FMM longitudinale (suivant l'axe des pôles) antagoniste en moteur qu'en génératrice (elle est opposée à la FMM principale).

$$F_{at} = \Theta_{at} = A (\tau - 2\beta_{arc}) = \frac{nI_a}{\pi D_a} (\tau - 2\beta_{arc})$$

$$F_{al} = \Theta_{al} = \frac{nI_a}{\pi D_a} 2\beta_{arc} = \frac{nI_a}{2a} \frac{2D_a\beta}{2\pi D_a} = \frac{nI_a}{2a} \frac{\beta}{\pi}$$

Cette FMM longitudinale diminue le flux et donc la FEM de la dynamo (voir courbe Br2 fig.I.25).

#### **I.7.1.4** Réaction d'induit pour un moteur

La réaction d'induit déforme le champ, avec saturation des cornes d'entrée et démagnétisation des cornes de sortie.

Le décalage des balais dans le sens contraire à  $N_M$  provoque une réaction longitudinale qui a un effet démagnétisant.

Le flux en charge se trouve affaibli ; la vitesse augmente ( $N_M = \frac{E}{\frac{2p}{2a} n\Phi}$ ).

Cependant, le décalage des balais dans le sens de la rotation provoquant une augmentation du flux n'est pas permis pour des raisons de commutation.

#### **I.7.1.5** Compensation de la réaction d'induit

On peut réduire les effets de la FMM  $F_{at}$  :

\* On augmente la réluctance du trajet du flux d'induit, soit par une augmentation de  $e$  au voisinage des cornes polaires, soit par des découpes dans les pôles des inducteurs, soit par saturation des pièces polaires ( ce qui nécessite une augmentation du courant d'excitation) ;  $\mu$  diminue  $\square R$  augmente, ce qui est équivalent à une augmentation de  $e$  (pour les petites machines).

*\*\*Pôles auxiliaires de commutation*

Ces pôles sont placés sur la ligne neutre théorique (FigI.29). L'enroulement sur ces pôles est connecté en série avec l'induit. Il crée un champ qui s'oppose au champ de l'induit. Cependant, le couplage magnétique entre l'enroulement de ces pôles et celui de l'induit n'est pas bon, la compensation est partielle.

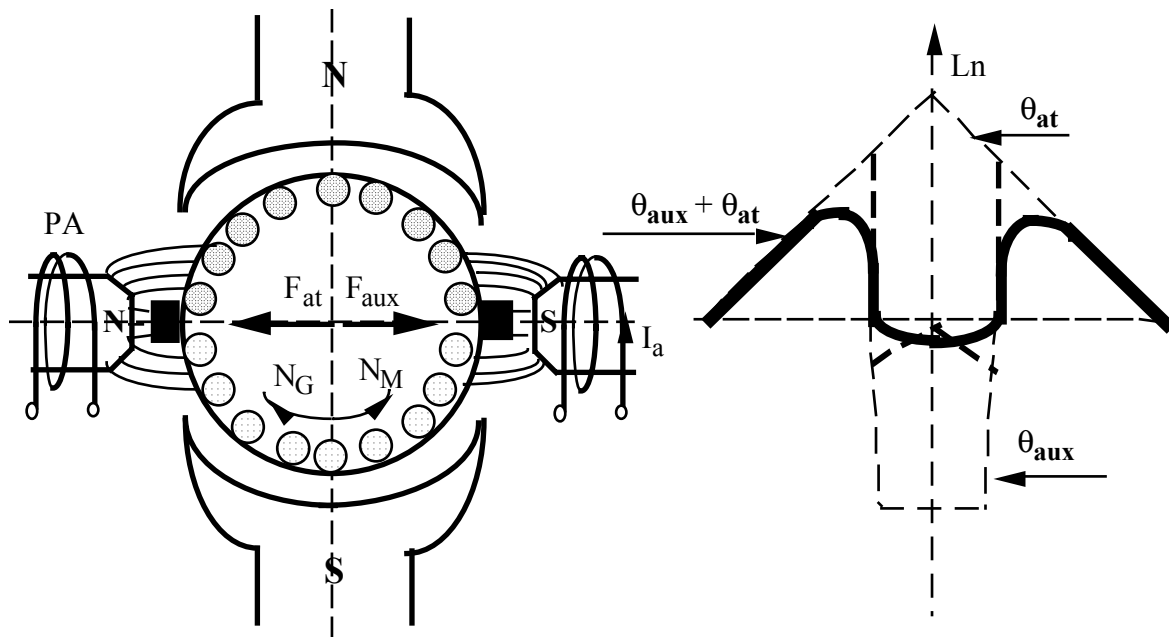


Fig.I.29 : Amélioration de la réaction d'induit par les pôles auxiliaires de commutation.

$\Theta_c = n_c I_a$  : Solénaion par paire de pôles,

$n_c$  : Nombre de spires par paire de pôles,

Par ailleurs, nous avons :

$$\Theta_a = \frac{n i_a}{\pi D_a} 2x \text{ et } B_a = \frac{\mu_0 n i_a}{e \pi D_a} x$$

\*\*\* *Enroulement de compensation*

Pour les grandes machines la compensation est assurée par un enroulement fixe disposé dans des encoches découpées dans les épanouissement polaires. Cet enroulement est connecté en série avec l'induit, il crée une FMM égale et opposée à celle due aux ampères tours de l'induit.

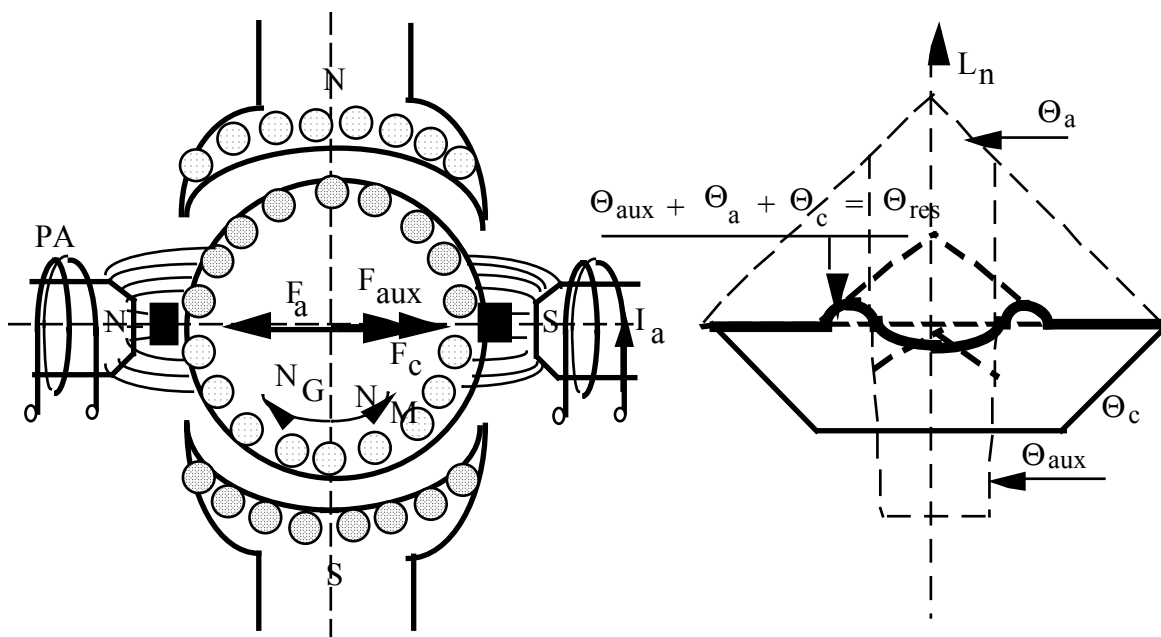


Fig.I.30 : Amélioration de la réaction d'induit par un enroulement de compensation.

Sur la figure (I.30) on a représenté :

- la solévation de l'induit  $\Theta_a$  ;
- la solévation de l'enroulement de compensation  $\Theta_c$  ;
- la solévation  $\Theta_{ac} = \Theta_a + \Theta_c$  ;
- la solévation de l'enroulement des pôles auxiliaires de commutation  $\Theta_{aux}$  ;
- la solévation résultante  $\Theta_{res} = \Theta_a + \Theta_c + \Theta_{aux}$  ;
- l'induction magnétique résultante  $B_r$  ;

$$n'_c I_a = \beta \Theta_a \text{ (par paire de pôles) ;}$$

$n'_c$  : nombre de spires par paire de pôles ;

$$\beta = \frac{\text{arc pôle}}{\tau} ; \Theta_a = A\tau = \frac{nI_a}{2a} \frac{1}{\pi D_a} \frac{\pi D_a}{2p} = \frac{nI_a}{2a} \frac{1}{2p} ; \Theta_c = \beta \Theta_a = \beta \frac{nI_a}{2a} \frac{1}{2p}$$

La solévation du pôle auxiliaire considéré ( $\Theta_{max}$ ) conduit à  $\Theta_{res} < 0$  donc  $B_r < 0$  sous ce pôle (dans le cas considéré), et ce pour des raisons de commutation : création de  $e_k$  telle que  $e_k * e_r < 0$  ( $e_r$  et  $e_k$  désignent respectivement la FEM de réactance et celle de sa compensation).

## 1.7.2 Commutation

### 1.7.2.1 Définitions

La commutation d'une section est son passage d'une voie d'enroulement de l'induit dans la suivante quand les deux lames de collecteur de la section passent face à une ligne de balais. La section est mise en court-circuit par le contact du balais avec les deux lames. Le courant dans la section court-circuitée doit s'inverser .

La commutation est considérée comme "bonne" lorsque la variation du courant dans la section en commutation n'est pas accompagnée d'étincelles entre les balais et le collecteur.

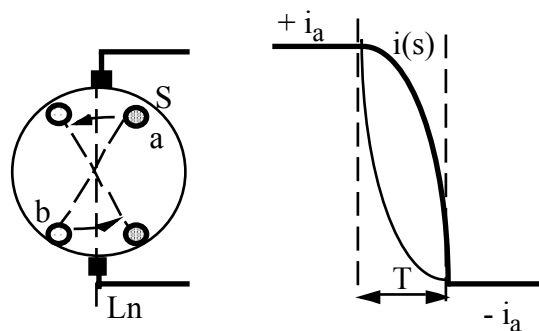


Fig.I.31: Changement de sens du courant dans une section après la commutation.

Le courant dans la section qui commute passe de  $+i_a = \frac{I_a}{2a}$  à  $-i_a$ , comme le montre la figure

(I.31) .

Avant la commutation, à l'instant  $t_0$ , le conducteur 1 de la section en commutation S occupait la position  $C_0$  appartenant ainsi à la voie 1. Après la commutation, il occupe la position  $C_1$  appartenant ainsi à la voie 2, comme le montre la figure I.32.

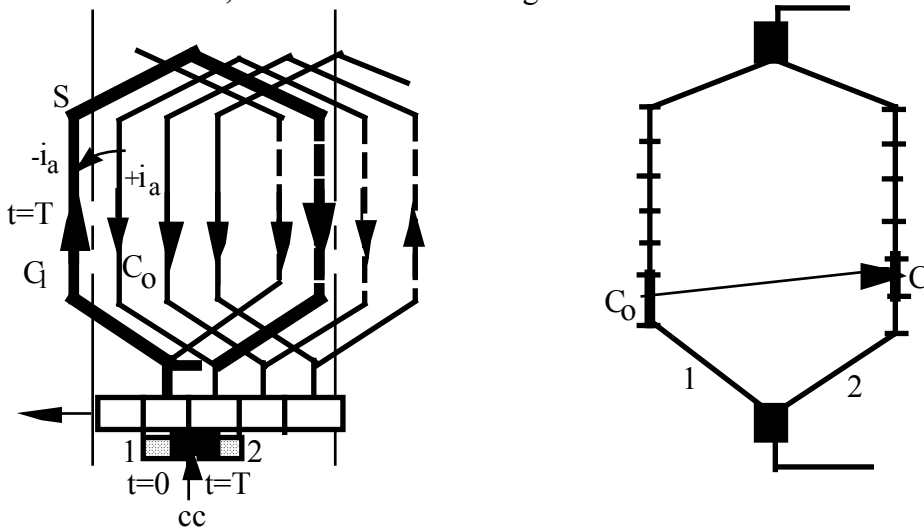


Fig.I.32 : Section en commutation, passage d'un conducteur d'une voie d'enroulement à une autre.

### I.7.2.2 Commutation simple

Afin de simplifier et de faciliter l'analyse des phénomènes de commutation on suppose que la largeur du balai est égale à celle de la lame (le balai court-circuite une seule section). Par ailleurs la commutation est dite par résistance, si  $\sum e_i = e_r + e_k = 0$ ;  $e_r$  est la FEM de réactance (auto-induction). La FEM de commutation  $e_k$  est due aux champs extérieurs (champ de commutation: pôle auxiliaire, décalage des balais).

Dans ces conditions la variation du courant dans la section ne dépend que des résistances, de la section ( $R_s$ ), des jonctions avec le collecteur ( $\rho$ ) et de celle de contact balai-collecteur ( $R_b$ ).

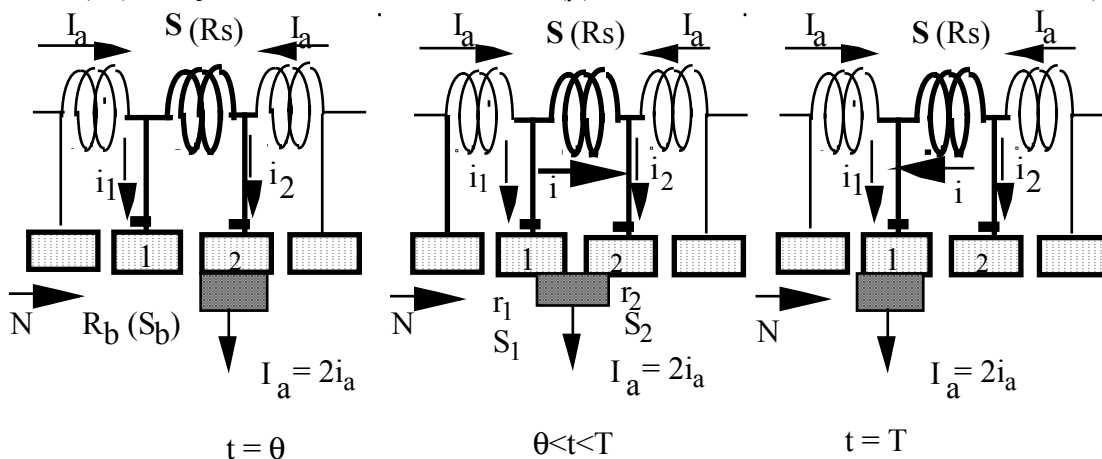
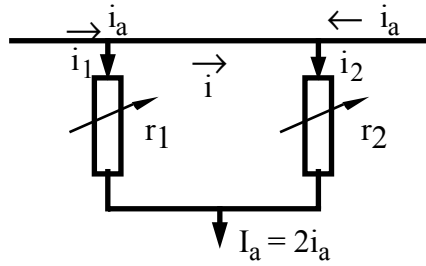


Fig.I.33 : Schéma simplifié de la section en commutation à différents instants (avant, pendant et après).

Le schéma électrique équivalent à la section en commutation dans les hypothèses simplificatrices est représenté par la figure I.34.



**Fig.I.34 : Schéma équivalent à la section en commutation**

On désigne par  $l_b$  la longueur d'un balai et par  $b_b$  sa largeur ( $b_b = b_1 + b_2$ ).

$S_1 = b_1 l_b$ ,  $S_2 = b_2 l_b$  et  $S_b = b_b l_b$

On peut écrire:  $\frac{S_1}{S_b} = \frac{b_1}{b_b} = \frac{t}{T}$  et  $\frac{S_2}{S_b} = \frac{b_2}{b_b} = \frac{T-t}{T}$

$$r_1 = R_b \frac{S_b}{S_1} = R_b \frac{T}{t}$$

$$r_2 = R_b \frac{S_b}{S_2} = R_b \frac{T}{T-t}$$

$$r_1 i_1 = r_1 (i_a - i) = r_2 i_2 = r_2 (i_a + i) \quad \square \quad i = i_a \frac{r_1 - r_2}{r_1 + r_2}$$

$$r_1 - r_2 = R_b T \frac{T-2t}{t(T-t)} \quad \text{et} \quad r_1 + r_2 = R_b T \frac{T}{t(T-t)}$$

$$i = i_a \left(1 - 2 \frac{t}{T}\right)$$

Le courant dans la section en court-circuit varie linéairement en fonction du temps. La commutation linéaire est dite idéale, (Fig.I.35).

Les densités de courant sous les bords d'entrée et de sortie sont respectivement :

$$j_1 = \frac{i_1}{S_1} = \frac{i_1}{S_b} \frac{T}{t}$$

$$j_2 = \frac{i_2}{S_2} = \frac{i_2}{S_b} \frac{T}{T-t}$$

$$\text{tg}\alpha_1 = \frac{i_1}{t} \quad \text{et} \quad \text{tg}\alpha_2 = \frac{i_2}{T-t}$$

$$j_1 = \text{tg}\alpha_1 \frac{T}{S_b} = \text{Cte} \quad \text{et} \quad j_2 = \text{tg}\alpha_2 \frac{T}{S_b} = \text{Cte} \quad (\text{tg}\alpha_1 = \text{tg}\alpha_2 : \text{commutation linéaire}).$$

La commutation est idéale, le courant  $i_2$  serait nul quand pour  $t=T$ , la lame 2 quitte le balai.

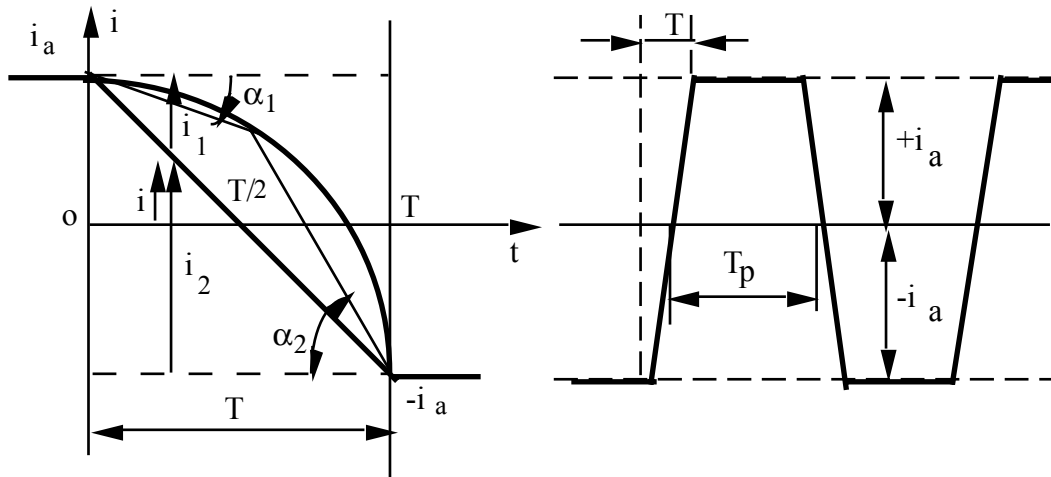


Fig.I.35 : Variation du courant dans une section en commutation.

Remarques :

\* En tenant compte des résistances  $\rho$  et  $R_s$  on obtient:

$$i = i_a \frac{(1 - 2\frac{t}{T})}{1 + \frac{R}{R_b} \frac{t}{T} (1 - \frac{t}{T})} \quad \text{avec } R = 2\rho + R_s$$

\*\* FEM induite dans l'élément court-circuité :

La section de l'enroulement d'induit possède une certaine auto-induction qui, pendant la commutation, tend à s'opposer à la variation du courant. Sous l'influence de la FEM de réactance  $e_r = -L_r \frac{di}{dt}$  la commutation est alors retardée. Ce n'est que pour la commutation linéaire que  $\frac{di}{dt} = \text{cte}$ .

\*\*\* FEM de commutation  $e_k$  due à la variation du champ extérieur dans la zone de commutation.

$$e_r \pm e_k = r_2 i_2 - r_1 i_1 \quad \text{or } i_1 = i_a - i \quad \text{et } i_2 = i_a + i, \text{ d'où } _$$

$$i = i_a \frac{r_1 - r_2}{r_1 + r_2} + \frac{e_r \pm e_k}{r_1 + r_2} = i_1 + \frac{e_r \pm e_k}{r_1 + r_2} = i_1 + i_k$$

$$i_1 = i_a \frac{r_1 - r_2}{r_1 + r_2} \text{ (courant de commutation linéaire) et } i_k = \frac{e_r \pm e_k}{r_1 + r_2} = i - i_e \text{ (courant}$$

supplémentaire).

La FEM  $e_r$  ralentit le phénomène de commutation ; la FEM  $e_k$  peut s'ajouter ou se retrancher à  $e_r$ . Dans le premier cas  $e_k$  agissant dans le même sens que  $e_r$  ralentit le phénomène de commutation. Dans le second cas elle l'avance ; si dans ce cas  $e_k > e_r$  on obtient une commutation avancée.

Si  $e_r + e_k = 0$  on obtient une commutation linéaire .

Pour une commutation retardée  $i_1 = i_a - i$  sous le bord d'entrée et la densité de courant  $j_1$  diminuent; le courant  $i_2 = i_a + i$  et la densité de courant  $j_2$  augmentent( par rapport à la commutation linéaire )..

Pour une commutation avancée  $i_1$  et  $j_1$  augmentent et  $i_2$  et  $j_2$  diminuent (par rapport à la commutation linéaire).

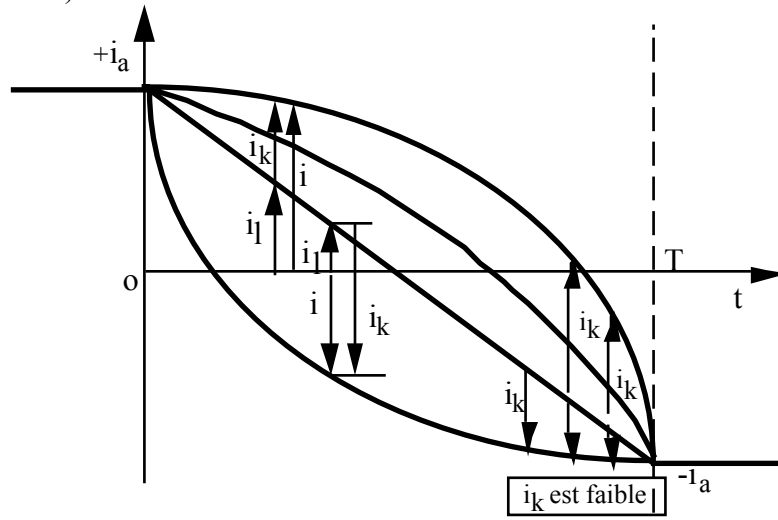


Fig.I.36 : Commutations avancée, linéaire et retardée.

La courbe I correspond à la commutation linéaire .

La courbe II correspond à la commutation retardée sous l'influence de  $e_r$ .

La courbe III correspond à une commutation très retardée sous l'influence de  $e_r + e_k$ .

La courbe IV correspond à une commutation avancée sous l'influence de  $e_r - e_k$  ( $e_k > e_r$ ) ; tel que pour  $t = T$   $j_2$  devient nulle ( pas d'étincelles ).

Remarque : Commutation multiple.

La largeur d'un balai dépasse celle d'une lampe de collecteur. Dans ces conditions les phénomènes de commutation se produisent simultanément dans plusieurs sections court-circuitées par les balais. La variation du courant dans une section, pendant la commutation, dépendra de  $e'_r = e_r + e_m$  (FEM de réactance).

$$e_M = - M \left( \frac{di_2}{dt} + \dots + \frac{di_n}{dt} \right)$$

Si toutes les sections placées dans une même encoche entrent en commutation simultanément, pour une commutation linéaire on peut admettre que  $\frac{di_1}{dt} = \frac{di_2}{dt} = \dots = \frac{di_n}{dt} = C t_e$

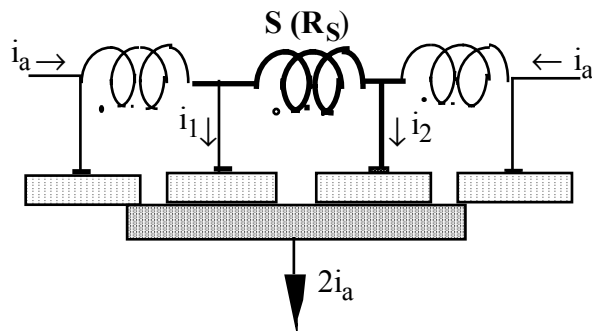


Fig.I.37 : Schéma simplifié de la commutation multiple.

La FEM de réactance est :  $e'_r = e_r + e_M$



$$e_r = -(l_s + \Sigma M) \frac{di}{dt} = -l_r \frac{di}{dt}$$

L'effet des sections voisines de S se traduit par une augmentation apparente de l'inductance  $l_s$  de la section en commutation.

### I.7.2.3 Origine des étincelles

L'augmentation de la densité de courant sous le balai pour une section de résistance pratiquement ohmique, ne provoque pas d'étincelles. Les étincelles apparaissent lorsque le circuit court-circuité par le balai, à l'instant d'ouverture, possède une réserve d'énergie électromagnétique  $W_k = \frac{1}{2} l_s i_k^2$  ; où  $i_k$  est le courant de commutation complémentaire à l'ouverture de la section court-circuitée. Si la FEM de réactance prédomine, le phénomène de commutation dépend de la valeur de  $\Delta e_k = e_r - e_k$ .

Pour  $\Delta e_k$  supérieure à une certaine valeur critique  $\Delta e_{kcr}$ , à la fin de la commutation  $i_k \neq 0$  et la décharge électromagnétique  $\frac{1}{2} l_s i_k^2$  correspond à ce courant est la cause des étincelles au bord de sortie des balais.

Les étincelles au bord d'entrée du balai apparaissent pour une commutation accélérée correspondant à  $-\Delta e_k$ . En effet, la densité de courant s'accroît, et si l'énergie dégagée est suffisamment importante le bord d'entrée du balai s'échauffe et commence à former des étincelles.

### I.7.2.4 Amélioration de la commutation

La cause principale des étincelles d'origine électromagnétique est le courant complémentaire  $i_k = \frac{e_r \pm e_k}{R_k}$  ( $R_k$  étant la résistance de tout le circuit de commutation).

On améliore la commutation en agissant sur  $e_r$ ,  $e_k$ ,  $R_k$ .

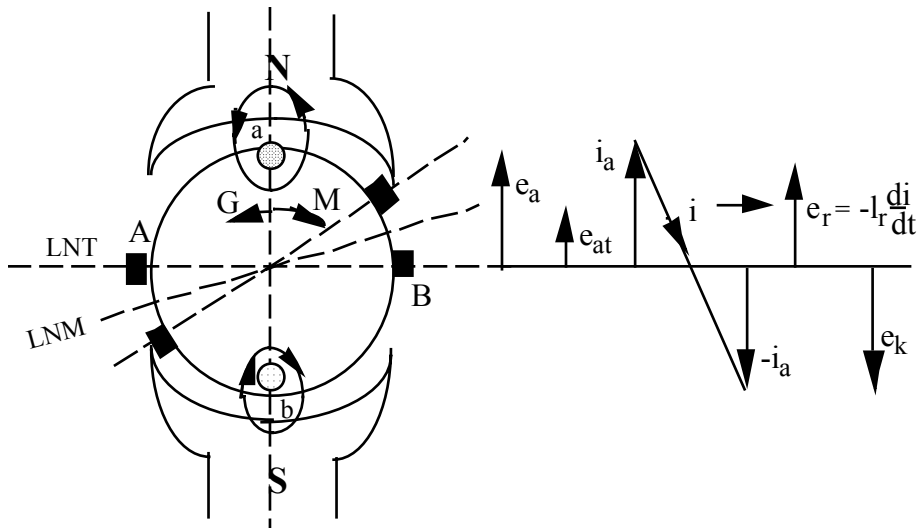
\* Diminution de la FEM  $e_r$  : Pour une commutation linéaire on a :

$$e_r = -l_r \frac{di}{dt} = l_r \frac{-i_a - (+i_a)}{T} = 2i_a \frac{l_r}{T}$$

Pour réduire  $l_r$  on cherche à avoir des sections comprenant une seule spire et un nombre de lames de collecteur plus grand.

\*\* Création du champ de commutation par décalage des balais de la ligne neutre.

La FEM  $e_k$  qui compense  $e_r$  est créée par décalage des balais de la ligne neutre théorique.



*Fig.I.38 : Amélioration de la commutation par décalages balais de la ligne neutre.*

Une section a crée une FEM  $e_a$  et un courant  $i_a$  de même sens (générateur). Lorsque la section a arrive sous le balai A et entre en commutation, le champ d'induit crée dans cette section une FEM  $e_{at}$ .

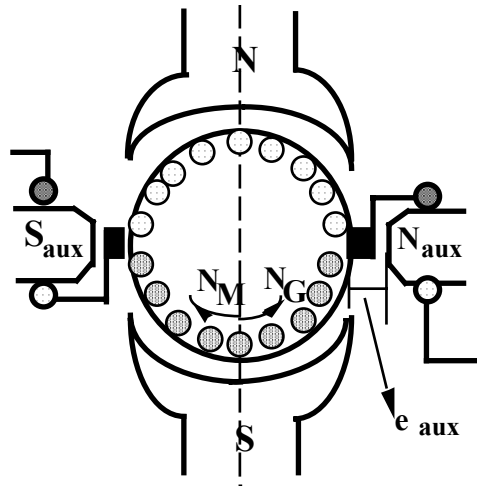
Durant le temps de commutation T, le courant  $i_a$  varie de  $+i_a$  à  $-i_a$ ; dans cette section de commutation prend naissance une FEM de réactance  $e_r$  qui est toujours opposée à la variation de  $i_a$ . La FEM  $e_{at}$  agit dans le même sens que  $e_r$ ; elle retarde davantage la commutation et agit de façon défavorable. En décalant les balais sur la ligne neutre magnétique (LNM); la FEM  $e_{at}$  est nulle.

Pour compenser  $e_r$  il faut créer  $e_k$  de sens contraire que  $e_r$  (sens contraire que  $e_a$ ). Pour cela il faut encore décaler les balais de la ligne neutre magnétique d'un angle  $\gamma$  dans le sens de la rotation.

Pour un moteur, pour avoir la même polarité, la machine tourne dans le sens, inverse, donc les balais seront décalées en sens inverse de la rotation.

\*\*\* Création du champ de commutation à l'aide des pôles auxiliaires:

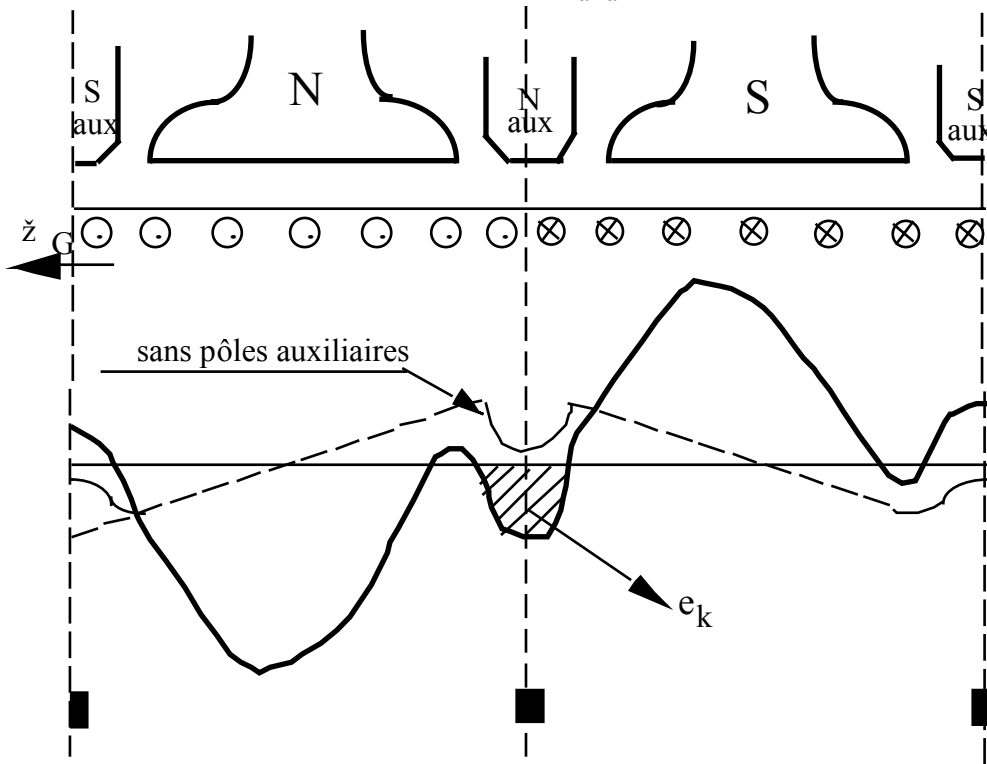
Les pôles auxiliaires sont disposées suivant la ligne neutre (les balais sont calés sur la même ligne). La polarité de ces pôles est telle que la FEM induite dans la section en commutation compense  $e_r$ , c'est à dire qu'ils jouent le même rôle que le décalage des balais (sans les pôles auxiliaires. Pour une génératrice le pôle auxiliaire doit être de même nom que le pôle d'entrée ( Nord<sub>aux</sub>  $\xrightarrow{\Omega}$  Nord); c'est le contraire pour un moteur (Fig.I.39).



*Fig.I.39 : Structure d'une machine bipolaire munie des pôles auxiliaires de commutation.*

L'induction magnétique d'un pôle auxiliaire doit être proportionnelle au courant dans l'induit. A cet effet, l'enroulement des pôles auxiliaires doivent être branchés en série avec l'induit et le circuit magnétique de ces pôles ne doit pas être saturés ( $e_{aux} > e$ ).

L'induction  $B_k$ , sous le pôle auxiliaire de commutation où se trouve les conducteurs des sections en commutation, crée la FEM :  $e_k = 2N_k B_k l_a v_a$ .



*Fig.I.40 : Amélioration de la commutation par les pôles auxiliaires.*

Si l'enroulement des pôles auxiliaires n'est pas parcouru par du courant  $F_{aux} = 0$ , ils seront traversés par un flux de réaction d'induit dans le sens telle que la polarité serait l'inverse (nom contraire que le pôle d'entrée pour un générateur) . Il y a donc lieu de créer des At égaux et

opposés à  $F_a = A\tau = \frac{nI_a}{4ap}$  (par paire de pôles, s'il n'y a pas d'enroulement de compensation), de  $\frac{nI_a}{4ap} (1 - \beta)$  s'il y a un enroulement de compensation de  $\beta \frac{nI_a}{4ap}$ .

Pour créer l'induction  $B_k$  dans le sens contraire (conformément à la polarité désirée) on doit créer des At supplémentaire  $F_{eaux}$ , avec  $F_{eaux} = 2 \frac{B_0}{\mu_0} e_{aux} k_{eaux}$ .

Où  $k_{eaux}$  est le coefficient de l'entrefer des pôles auxiliaires compte tenu des flux de dispersion des pôles.

En définitif les ampères-tours par paire de pôles sont :

$$F_{aux} = A\tau + \frac{2}{\mu_0} B_k e_{aux} k_{eaux} \text{ (sans enroulement de compensation) ; } k_{eaux} \neq 1,2.$$

## II. EQUATIONS GENERALES DE FONCTIONNEMENT

### II.1 Equations de tensions

La loi d'ohm appliquée à la dynamo s'écrit :

$$U = E - (R_a I_a + \Delta V_b) : \text{ pour un fonctionnement en générateur.}$$

$$U = E + (R_a I_a + \Delta V_b) : \text{ pour un fonctionnement en moteur.}$$

où :  $R_a$  est la résistance de l'induit et  $\Delta V_b$  est la chute de tension aux contacts balais-collecteur, fonction non linéaire du courant dans l'induit  $I_a$ .

A cause de la réaction magnétique d'induit la FEM en charge  $E$  est inférieure à la FEM à vide.

$$E_0 = \frac{p}{a} nN\Phi_0 \text{ (}\Phi_0 \text{ est le flux à vide).}$$

$$E = \frac{p}{a} nN\Phi \text{ (}\Phi \text{ est le flux en charge).}$$

$$E = \frac{p}{a} nN(\Phi_0 - \Delta\Phi), \text{ (}\Delta\Phi \text{ est l'affaiblissement du flux dû à la réaction magnétique d'induit).}$$

$$E_0 - E = \frac{p}{a} nN\Delta\Phi = \mathcal{E}(I,N), \text{ (baisse de FEM due à la réaction magnétique d'induit) .}$$

$$U = E_0 - (R_a I_a + \Delta V_b + \frac{p}{a} nN\Delta\Phi) \text{ (cas d'un générateur).}$$

$$U = E_0 + (R_a I_a + \Delta V_b - \frac{p}{a} nN\Delta\Phi) \text{ (cas d'un moteur).}$$

$$U = E_0 - h_G(I,N), \text{ } h_G(I,N) \text{ est la réaction totale d'induit pour un générateur.}$$

$$U = E_0 + h_M(I,N), \text{ } h_M(I,N) \text{ est la réaction totale d'induit pour un moteur.}$$

### II.2 Couple électromagnétique

Un conducteur de longueur  $l_a$  parcouru par un courant  $i_a$  et se trouvant dans un lieu d'induction  $B(\theta)$ , est soumis à une force de Laplace :

$$\vec{f}_\theta = i \vec{l}_a \wedge \vec{B}(\theta)$$

Tous les conducteurs situés aux angles  $\theta + \frac{2k\pi}{2p}$  ( $k=0, 1, 2, \dots, (2p-1)$ ) sont soumis à la même force  $f_\theta$ . La résultante de toutes ces forces crée un couple élémentaire :

$$c(\theta) = 2p R_a f_\theta = 2p i_a l_a R_a B(\theta), \text{ or } i_a = \frac{I_a}{2a} \text{ d'où :}$$

$$c(\theta) = 2p \frac{I_a}{2a} B(\theta) l_a R_a = \frac{p}{a} I_a l_a R_a B(\theta)$$

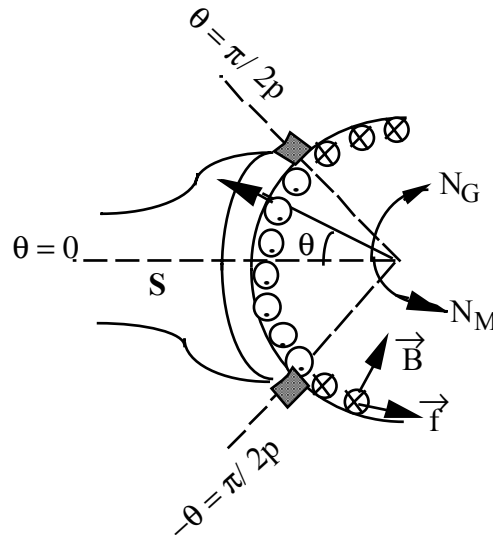


Fig.III : Action d'un champ magnétique sur un courant.

Si  $n$  est le nombre de conducteurs total, dans l'élément d'angle  $d\theta$ , on a  $\frac{d\theta}{2\pi}$  et le couple correspondant a pour valeur :

$$dc(\theta) = \frac{n}{2\pi} \frac{p}{a} I_a l_a R_a B(\theta) d\theta$$

Le couple total correspond à la sommation sur tous les conducteurs dans l'intervalle  $(-\frac{\pi}{2p}, +\frac{\pi}{2p})$

$$C_e = \frac{n}{2\pi} \frac{p}{a} I_a \int_{-\pi/2p}^{+\pi/2p} l_a R_a B(\theta) d\theta$$

$$\text{Or } \int_{-\pi/2p}^{+\pi/2p} l_a R_a B(\theta) d\theta = \Phi \text{ ( flux sous un pôle).}$$

$$C_e = \frac{n}{2\pi} \frac{p}{a} \Phi I_a$$

Le couple électromagnétique résulte de l'interaction du champ et du courant dans l'induit.

La puissance électromagnétique correspondant à ce couple électromagnétique s'écrit :

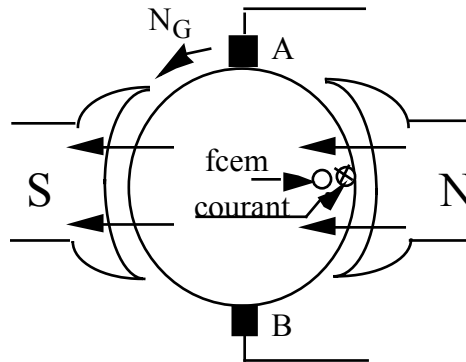
$$P_e = C_e \Omega = \frac{n}{2\pi} \frac{p}{a} \Phi I_a 2\pi N = \frac{p}{a} n N \Phi I_a = E I_a$$

Pour une génératrice, le couple électromagnétique est opposé au couple du moteur d'entraînement, c'est un couple résistant.

Pour un moteur, le couple électromagnétique est moteur et ne diffère de celui d'un générateur que par le signe .

Remarques :

\* Pour un fonctionnement en moteur, dans les conducteurs de l'induit la FEM induite est opposée au courant et par conséquent à la tension U (c'est une force contre électromotrice).



*Fig.II.2 : Sens du courant et de la FCEM dans le cas d'un moteur.*

\*\* Lorsque le moteur fonctionne en régime transitoire, le courant dans l'induit  $i_a$ , la FCEM  $e$  et la vitesse de rotation peuvent varier. L'équation de fonctionnement, en régime transitoire, s'écrit :

$$U = e + L_a \frac{di_a}{dt} + R_a i_a$$

Où  $L_a$  est l'inductance du circuit de l'induit.

\*\*\* *Couples en régime statique et dynamique*

En régime statique, le couple moteur est équilibré par les couples résistants (couple statique  $C_s$ ):  $C_e = C_s$  .

Parmi ces couples, on note :

- Un couple  $C_0$  créé par le moteur même, par frottement et pertes dans le fer, c'est le couple qui apparaît à vide .
- Un couple  $C_2$  produit par tous les éléments de la machine entraînée.

En régime statique on a :

$$C_s = C_0 + C_2, \quad C_e = C_0 + C_2$$

$C_2$  : est appelé couple résistant utile .

En régime dynamique ( démarrage , variation de la vitesse par action du flux par exemple...), il apparaît un couple dynamique  $C_j = J \frac{d\Omega}{dt}$  , où J est le moment d'inertie de la partie tournante.

Selon que la vitesse augmente ou qu'elle diminue le couple dynamique sera positif ou négatif. La relation entre le couple  $C_e$  du moteur et l'ensemble des couples résistants sur son arbre découle de l'équation d'équilibre  $C_e = C_s + C_j$ .

$$\text{On a : } C_e - C_s = J \frac{d\Omega}{dt}$$

### III. FONCTIONNEMENT EN GENERATRICE - CARACTERISTIQUES

#### III.1 Caractéristiques principales

Les propriétés des génératrices sont analysées à partir des caractéristiques traduisant les relations entre les principales grandeurs qui déterminent le fonctionnement de la génératrice. Ces grandeurs sont:

- La vitesse de rotation généralement constante, le courant d'excitation  $j$  (les grandeurs d'entrée).
- Le courant dans l'induit et la tension aux bornes (ils peuvent être considérés comme des grandeurs de sortie, liées à la charge).

Les principales caractéristiques sont :

- a - Caractéristique interne ou à vide  $E_o = f(j)$  à  $N = C_{te}$  et  $I = 0$ .
- b - Caractéristique externe ou en charge  $U = f(I)$  à  $N = C_{te}$  et résistance du circuit d'excitation constante  $R_{exc} = C_{te}$ .
- c - Caractéristique de réglage  $j = f(I)$  à  $U = C_{te}$  et  $N = C_{te}$ .

Pour  $U = 0$ , la caractéristique de réglage se transforme en caractéristique de court-circuit  $I_{cc} = f(j_{cc})$ .

Ces caractéristiques seront examinées pour chaque mode d'excitation.

#### III.2 Différents modes d'excitation

##### III.2.1 Génératrice à excitation indépendante

L'excitation est séparée ou indépendante, le courant  $j$  est fourni par une source auxiliaire.

- a - Caractéristique interne ou à vide  $E_o = f(j)$  à  $N = C_{te}$  et  $I = 0$ .

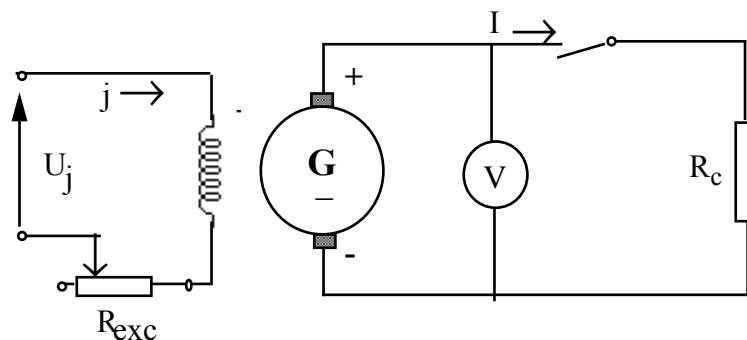
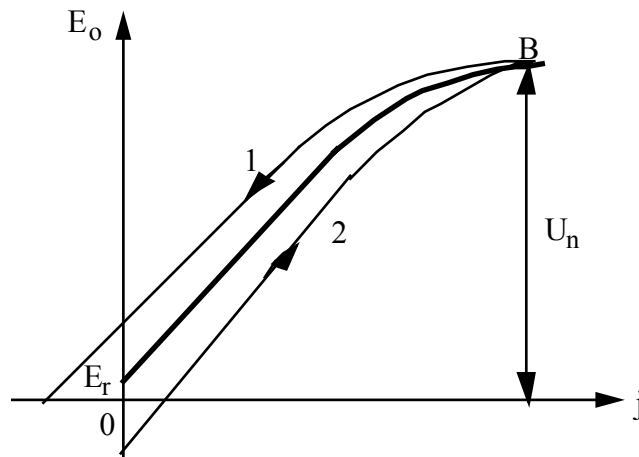


Fig.III1 : Schéma de montage pour le relevé de la caractéristique à vide.

Le rhéostat d'excitation doit être utilisé de façon à pouvoir régler le courant d'excitation dans des larges limites. On peut également utiliser un montage potentiométrique.



*Fig.III.2 : Caractéristique à vide.*

La machine possède toujours un flux rémanent, pour  $j = 0$  on a, aux bornes de la génératrice, une tension  $E_r$ . Si on fait varier le courant d'excitation  $j$  par valeurs décroissantes à partir du point B, on obtient la partie descendante 1. La partie ascendante 2 pourrait être obtenue pour des valeurs croissantes de  $j$  après l'inversion de sens.

La courbe AB représente la caractéristique à vide de la génératrice.

Le point A ( $e_r$ ) dépend de la valeur du flux rémanent.

La caractéristique  $E_0 = f(j)$  représente, à une certaine échelle convenable, la courbe d'aimantation de la machine,  $\Phi(j)$ , en effet :  $E_0 = KN\Phi = K_0\Phi$  ( $N = Cte$ ).

La caractéristique à vide peut être relevée à une vitesse quelconque  $N$  puis ramenée à la vitesse nominale  $N_0$ , en effet :

$$E_0 = E \frac{N_0}{N} \text{ (pour un même courant d'excitation) .}$$

b - Caractéristique externe ou en charge  $U = f(I)$  à  $N = Cte$  et  $j = Cte$  :

Pour un courant  $j = Cte$ , et  $N = Cte$ , on charge la génératrice (en fermant l'interrupteur) et on relève  $U = f(I)$ .

Pour un courant d'excitation  $j$  et une vitesse  $N$  donnés, à partir de  $E_0(j)$  et  $h_G(I)$ , pour différentes valeurs de  $I$ , on peut prédéterminer  $U = f(I)$  :

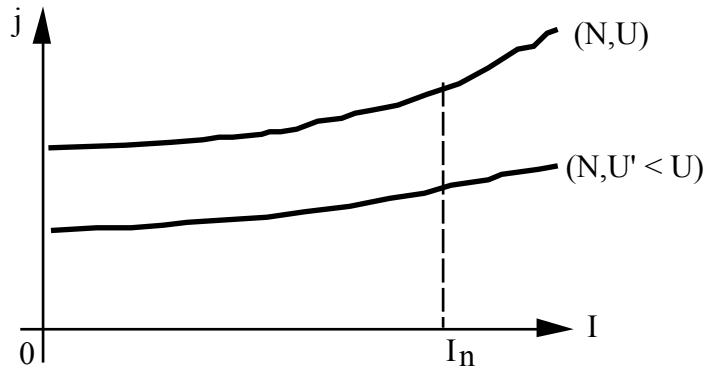
$$U = E_0 - (\epsilon(I) + R_a + \Delta V_b) = E_0 - h_G(I)$$

c- Caractéristique de réglage  $j = f(I)$  à  $U = Cte$  et  $N = Cte$ .

Pour  $j = Cte$  et  $N = Cte$  la tension  $U$  diminue avec l'accroissement de  $I$ , il faut augmenter le courant d'excitation pour maintenir la tension constante.

Pour  $U < U$  la pente de la caractéristique de réglage est plus faible. En effet, la machine étant moins saturée, la FEM  $E_0$  augmente plus vite en fonction de  $j$  (Fig.III.3).



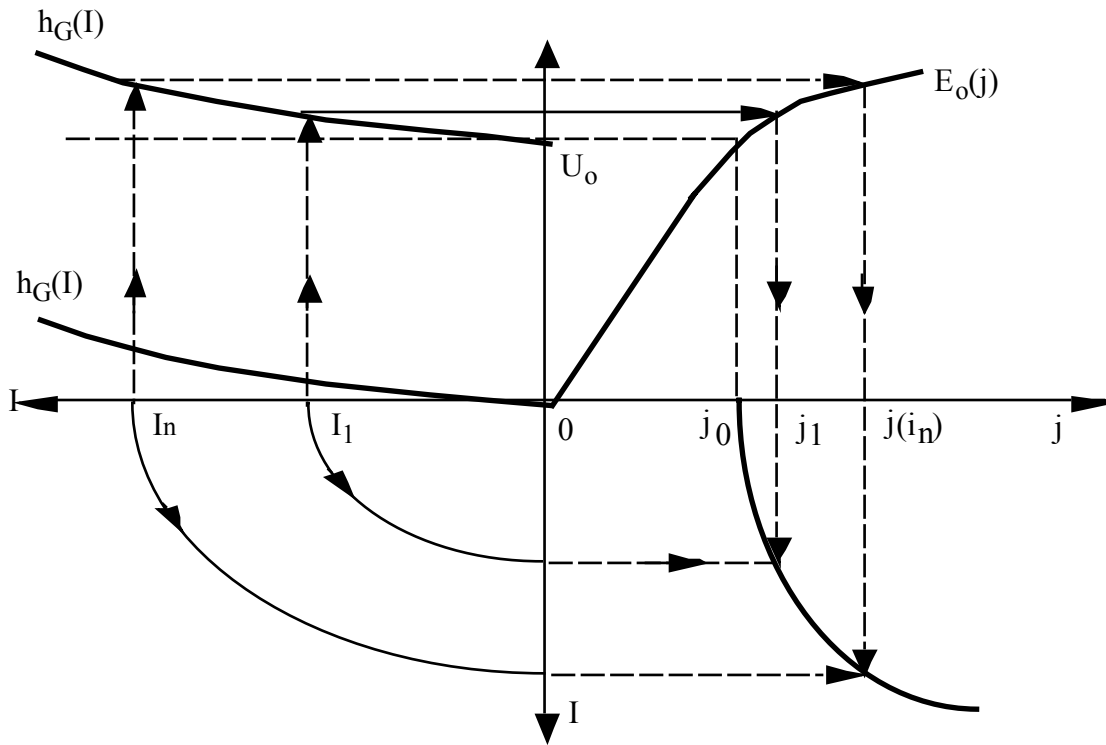


*Fig.III.3 : Caractéristique de réglage.*

Remarque :

Connaissant  $E(j)$  et  $h_G(I)$ , on peut prédéterminer la courbe de réglage  $j(I)$  pour une tension donnée.

$I_1$  courbe  $h_G(I) \cap h_G(I) - U_0 + h_G(I) \cap E_0(j) -$  courbe  $E(j) \cap j_1$



*Fig.III.4 : Prédétermination de la caractéristique de réglage  $j(I)$*

### III.2.2 Excitation liées

#### III.2.2.1 Excitation shunt

Pour éviter l'alimentation de l'enroulement inducteur par une source auxiliaire on l'alimente par la tension aux bornes de l'induit de la génératrice elle-même. La machine est dite auto-excitée.

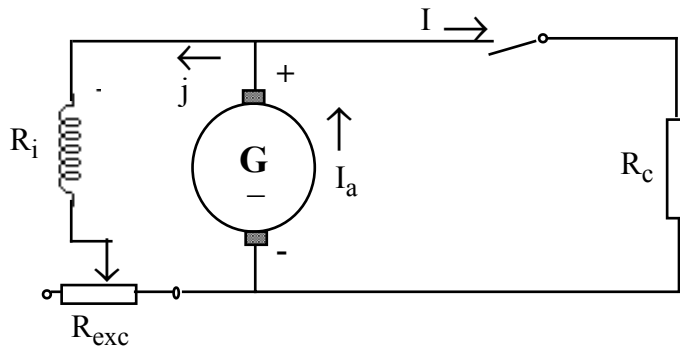


Fig.III.5 : Schéma d'une génératrice shunt.

**a - Conditions d'auto-excitation : Amorçage.**

Pour l'auto-excitation de la génératrice, il faut qu'elle possède un flux rémanent  $\Phi_0$ . Ce flux rémanent à vitesse N crée une FEM  $u_0$  qui donne naissance à un faible courant d'excitation  $j_0$ , qui à son tour crée un flux  $\Phi'_0$  supplémentaire. Ce flux, selon le sens de  $j_0$ , peut être dirigé dans le même sens que  $\Phi_0$  ou dans le sens contraire.

Dans le premier cas seulement l'auto-excitation peut avoir lieu, en effet le flux rémanent augmente, la FEM  $u_0$  augmente davantage, ce qui provoque un accroissement de  $j$ , jusqu'à atteindre le point de fonctionnement à vide. La machine est dite amorcée. Ce phénomène est limité (processus convergent). L'équation de tensions pour l'excitation s'écrit:

$$u_0 = R_{exc}j + \frac{d(L_{exc}j)}{dt}$$

( $u_0$  est la tension variable aux bornes de la machine au cours de l'auto-excitation),  $u_0 - R_{exc}j = \frac{d(L_{exc}j)}{dt}$ .

Si  $R_{exc} = Cte$ , la chute  $R_{exc}j$  varie proportionnellement à  $j$ . Cette chute de tension est représentée graphiquement par la droite 1. Les segments des ordonnées entre les courbes 1 et 2 donnent la différence  $\frac{d(L_{exc}j)}{dt}$ .

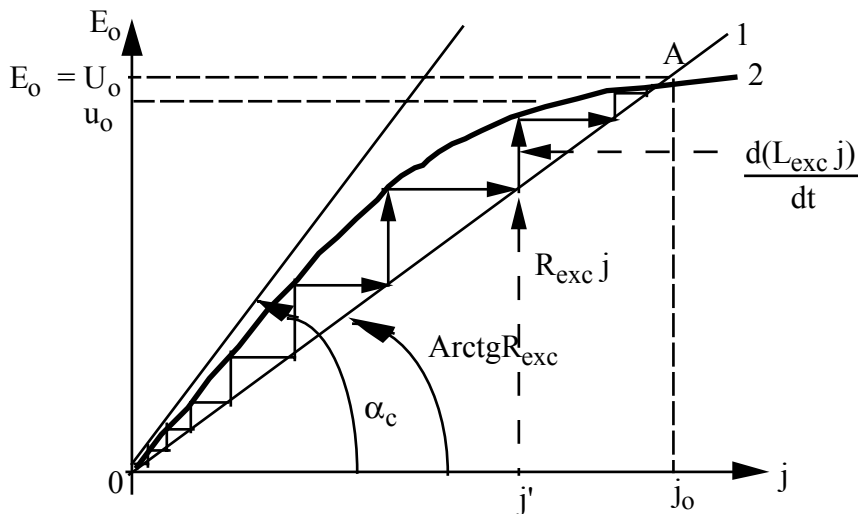


Fig.III.6 : Processus d'amorçage d'une génératrice shunt.

Le phénomène d'auto-excitation s'achève lorsque la différence  $u_0 - R_{exc}j$  s'annule au point A. La valeur du courant  $j$  établi est déterminée par l'intersection de la courbe  $E_0(j)$  et de la droite  $R_{exc}j$ , appelée droite des inducteurs.

Si on augmente  $R_{exc}$  le point de fonctionnement A glisse sur la caractéristique à vide vers O. Pour une certaine résistance  $R_{exc}$  " $R_{exc.cr}$ " critique, la droite 1 sera tangente à la partie initiale de  $E_0(j)$ , la génératrice ne s'excite pas (c'est le désamorçage de la machine ).

A chaque vitesse correspond une résistance critique et chaque résistance lui correspond également une vitesse critique.

### b - Caractéristique à vide :

La caractéristique à vide peut être relevée dans un sens, elle part d'une valeur positive  $u_0$ . Cependant, le réglage de  $E_0$  par action sur le rhéostat d'excitation est délicat tant qu'on n'a pas atteint le coude de saturation.

La caractéristique à vide ne diffère pas de celle de la génératrice en excitation indépendante, en effet, le courant d'excitation qui parcourt l'induit  $I_a = j$  ne peut provoquer une variation notable de la tension à ses bornes ( $h_G(j) \ll 0$ ).

### c - Caractéristique externe $U(I)$ pour $R_{exc} = Cte$ et $N = Cte$ :

Cette caractéristique montre l'influence de la variation de la charge sur la tension de la génératrice sans aucun réglage de  $j$ . On a, en plus de la chute de tension totale  $h_G(I, N)$ , une chute due à la diminution du courant d'excitation, donc à une baisse de FEM.

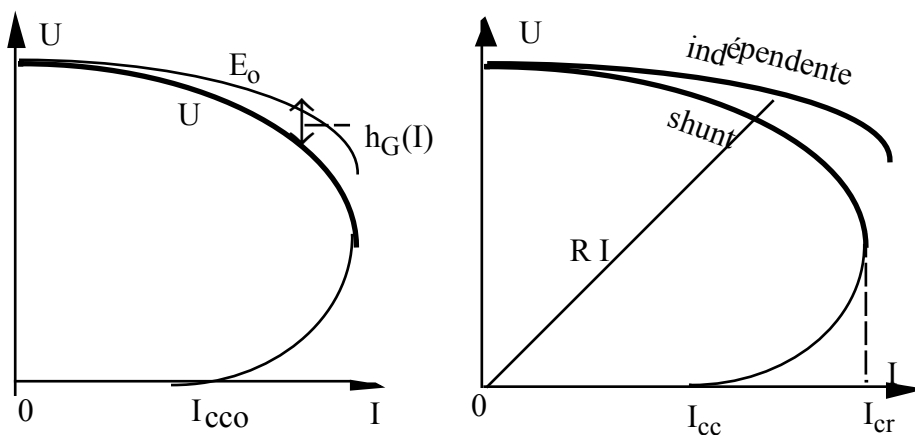


Fig.III.7 : Caractéristique en charge d'une génératrice shunt.

Si l'on diminue progressivement la résistance  $R_c$ , le courant augmente jusqu'à une valeur critique  $I_{cr} > I_n$ , ensuite, il commence à diminuer jusqu'à  $I_{CCO}$  correspondant seulement au flux rémanent ( $U=0, j=0$ ).

Tant que la machine est suffisamment saturée, c'est la réaction d'induit qui prédomine et le courant croit. Ensuite la machine devient de moins en moins saturée et c'est la chute de tension provoquée par la baisse de  $j$  qui commence à prédominer. Le courant diminue après avoir atteint  $I_{cr}$ .

**d - Prédétermination de U(I) : construction de PICOU.**

On a  $E_o(j)$ ,  $h_G(I)$  à  $R_{exc} = C_{te}$  et  $N = C_{te}$ .

La FEM  $E_o$  et le courant  $j$  sont liés par :

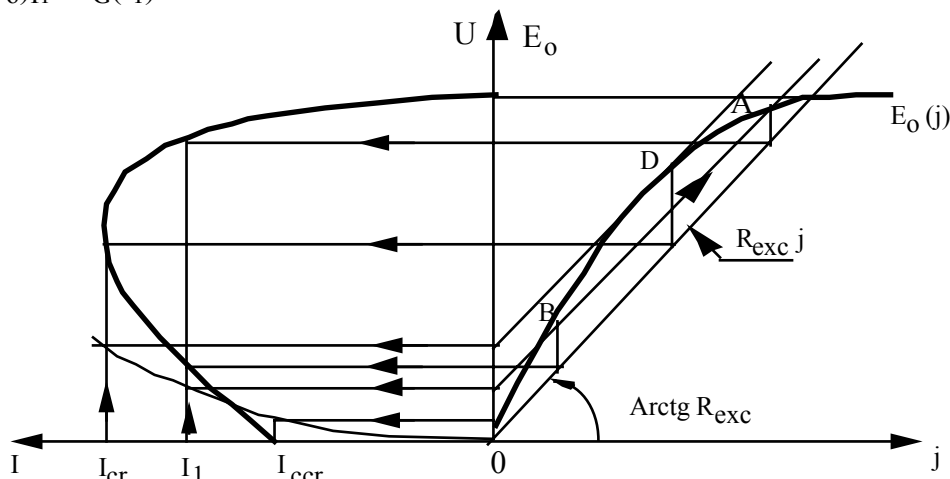
- la caractéristique à vide  $E_o(j)$ .
- la relation  $E_o = U + h_G(I) = R_{exc} \cdot j + h_G(I)$  : équation d'une droite de pente  $R_{exc}$  et d'ordonnée à l'origine  $h_G(I)$ .

$$I_1 \xrightarrow{h_G(I)} h_G(I_1) \xrightarrow{E_o = R_{exc} \cdot j + h_G(I)} E_o \xrightarrow{U = E_o - h_G(I)} U$$

A une valeur quelconque ( $I_1$ ) correspond une chute  $h_G(I_1)$ .

La droite D d'équation  $E_o = R_{exc} \cdot j + h_G(I_1)$ , coupe la caractéristique  $E_o(j)$  en un point A d'ordonnée  $(E_o)_{I_1}$  et d'abscisse  $(j)_{I_1}$ . La valeur de la tension, aux bornes de la machine correspond à  $I_1$  est obtenue en retranchant  $h_G(I_1)$  de  $(E_o)_{I_1}$ . En effet, on a :

$$(U)_{I_1} = (E_o)_{I_1} - h_G(I_1).$$



**Fig.III.8 : Prédétermination de la caractéristique en charge.**

Remarques :

\* Le premier point d'intersection (B) de la droite D avec  $E_o(j)$  donne une autre valeur de la tension correspondante à la branche inférieure de la caractéristique  $U(I)$ , dite "zone instable".

\*\* La droite D tangente à  $E_o(j)$  permet de déterminer la valeur critique du courant  $I_{cr}$  (courant maximum).

\*\*\* En court-circuit, la tension  $U$  est nulle ainsi que le courant d'excitation  $j$ . La FEM de la machine se réduit à la FEM rémanente  $e_r$  telle que :  $e_r = h_G(I_{ccr})$ , ce qui permet de déterminer graphiquement  $I_{ccr}$ .

**e - Prédétermination de la caractéristique de réglage j(I) à  $N_{cte}$  et  $U_{cte}$ .**

Elle se trace à partir de  $E_o(j)$  et  $h_G(I)$  comme pour une génératrice à excitation indépendante.

**III.2.2.2 Excitation série**

L'enroulement inducteur est monté en série avec l'induit. Cet enroulement comporte peu de spires de grosse section (Fig.III.9). Le courant d'excitation est le courant de charge  $I$ , ( $j=I=I_a$ ).

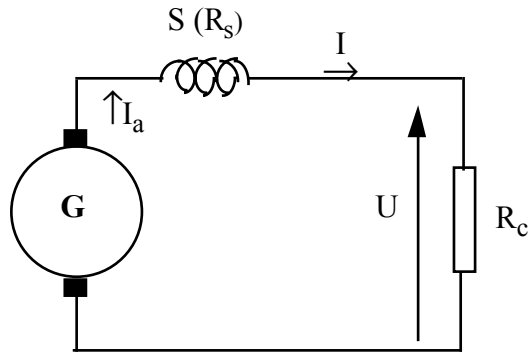


Fig.III.9 : Schéma d'une génératrice série

L'enroulement inducteur est monté en série avec l'induit. Cet enroulement comporte peu de spires de grosse section. Le courant d'excitation est le courant de charge I, ( $j = I = I_a$ ).

A vide la machine ne donne qu'une faible FEM due au flux rémanent.

$$U = E_0 - h_G(I) - R_s I = E_0 - h_S(I)$$

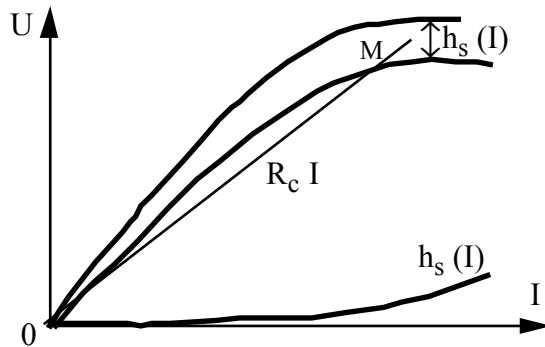


Fig.III.10 : Allure des caractéristiques  $E_0(I)$ ,  $U(I)$  et  $h_S(I)$ .

Remarques :

- La caractéristique à vide se détermine en excitation indépendante, comme pour la génératrice shunt.

La caractéristique en charge  $U(I)$  peut être tracée en retranchant pour chaque valeur de I,  $\{h_G(I) + R_s I\}$  de la caractéristique  $E_0$ .

- La génératrice est auto-excitée et pose les mêmes problèmes d'amorçage.

Le phénomène d'auto-excitation ne peut avoir lieu que si le point de fonctionnement M existe (c'est comme pour la génératrice shunt: nécessité d'une FEM rémanente pour déclencher le phénomène d'amorçage).

Si  $\Phi_{in}$  et  $\Phi_r$  désignent respectivement le flux de l'excitation série et celui du rémanent on a :

- |   |
|---|
| $\Phi_{in}\Phi_r > 0$ : machine amorcée     |
| $\Phi_{in}\Phi_r < 0$ : machine non amorcée |

Dans le deuxième cas pour amorcer la machine il faut soit permuter les connexions de l'enroulement série soit changer le sens de rotation .

- Le réglage de la tension se fait à l'aide d'un rhéostat d'excitation branché en parallèle avec l'enroulement inducteur, c'est ainsi que le courant d'excitation pourra être réglé.

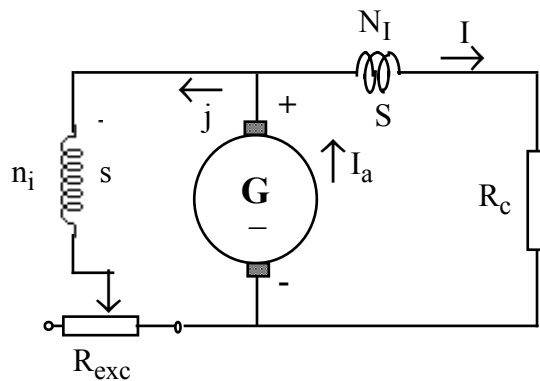
### III.2.2.3 Excitation composée (compound)

La génératrice à excitation composée comporte deux enroulements d'excitation shunt et série. Elle possède les propriétés des deux génératrices.

En général les enroulements sont connectés de façon que les FMM s'ajoutent (flux additifs).

L'enroulement shunt joue le rôle principal tandis que l'enroulement série joue le rôle de compensation de la chute due à la réaction totale d'induit. C'est ainsi que le réglage de la tension dans certaines limites du courant de charge est automatique.

Généralement, les machines compound sont faiblement saturées, dans ce cas le flux créé par l'enroulement série est presque proportionnel au courant de charge  $I$  (pour que la compensation soit efficace au maximum).



*Fig.III.11 : Schéma d'une génératrice à excitation composée.*

Il est facile de déterminer le nombre de spires de l'enroulement série  $N_I$  pour obtenir une tension nominale  $U_n = U_o$ , sans action sur le rhéostat d'excitation.

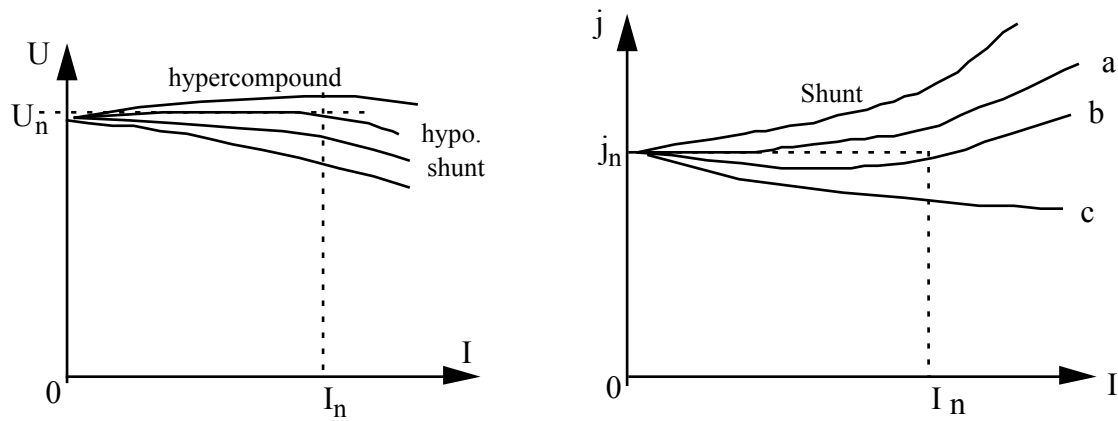
En effet, si la machine fonctionne en shunt seulement, pour obtenir  $U_n = U_o$ , il faut un supplément d'ampères-tours  $n_j (j_o - j_n)$ , où  $j_o$  et  $j_n$  sont respectivement les courants d'excitation de la machine à vide et en charge pour les deux régimes correspondant à  $U_n$ .

L'enroulement série doit créer ce supplément, on a donc :  $n_j (j_o - j_n) = N_I I$ .

#### **a - Caractéristique à vide :**

La caractéristique à vide ne diffère pas de celle de la génératrice shunt, elle se relève en excitation indépendante à vitesse constante.

#### **b - Caractéristique externe $U(I)$ à $N = Cte$ et $R_{exc} = Cte$ :**



**Fig.III.12 : Comparaison des caractéristiques de charge et de réglage d'une génératrice compound avec celles d'une génératrice shunt.**

**c - Prédétermination de la caractéristique en charge :**

Une machine à deux enroulements peut être considérée comme étant équivalent à une machine à un seul enroulement parcouru par un courant équivalent j' tel que :

$$n_j j' = n_j j + N_I I = n_j \left( j + \frac{N_I}{n_j} I \right)$$

$$n_j j' = n_j (j + \alpha I) \text{ avec } j' = (j + \alpha I), \text{ où } \alpha = \frac{N_I}{n_j} \text{ est le rapport d'équivalence.}$$

$$\text{On définit le taux de compoundage par : } \alpha_c = \frac{N_I I}{n_j j} .$$

La FEM  $E_o$  et le courant  $j'$  sont liés par :

- la caractéristique à vide  $E_o(j')$  .

$$\text{- la relation } E_o = h_G(I) + R_s I + R_{exc}(j' - \alpha I) = h'_G(I) + R_{exc}(j' - \alpha I)$$

$$\text{avec } h'_G(I) = h_G(I) + R_s I .$$

Cette relation est représentée par une droite de pente  $R_{exc}$  et d'ordonnée à l'origine  $h'_G(I) - R_{exc}\alpha I$ .

L'intersection de cette droite avec  $E_o(j')$  donne  $E_o$  et  $j'$ .

On peut donc procéder de la même manière que pour la machine shunt, connaissant  $R_{exc}$ ,  $h'_G(I)$  et  $E_o(j')$  (caractéristique à vide).

$$I_1 \xrightarrow{h'_G(I)} h'_G(I_1) \xrightarrow{E_o = R_{exc}(j' - \alpha I) + h'_G(I)} E \xrightarrow{U = E_o - h'_G(I)} U$$

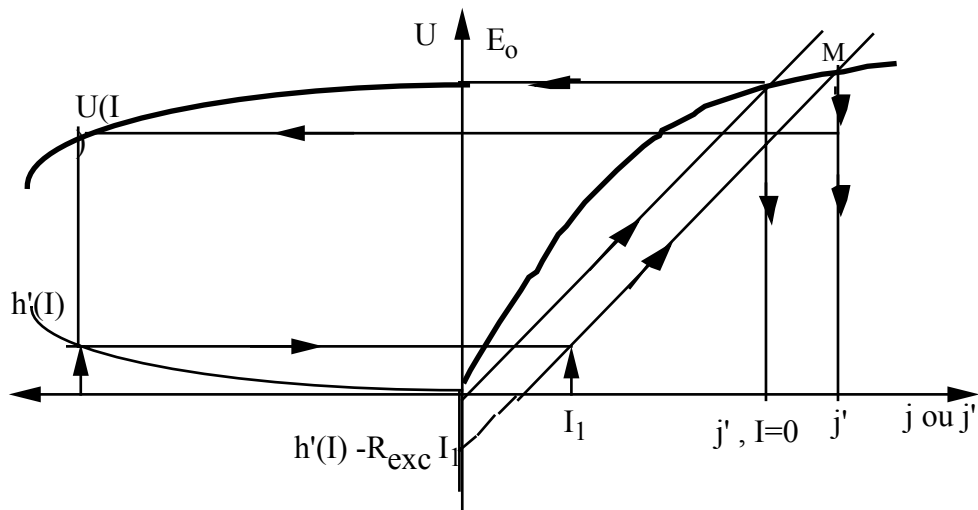


Fig.III.13 : Prédétermination de la caractéristique en charge d'une génératrice à excitation composée.

## IV. FONCTIONNEMENT EN MOTEUR : CARACTERISTIQUES

### IV.1 Rappel des équations fondamentales

Le couple électromagnétique qui s'exerce entre le stator et le rotor est :

$$C_e = \frac{n}{2\pi} \frac{p}{a} \Phi I_a = \frac{n}{2\pi} \frac{p}{a} (\Phi_o - \Delta\Phi) I_a$$

Le couple utile  $C_u = C_e - \frac{p_{mec} + p_{fer}}{2\pi N}$ , où  $p_{mec}$  et  $p_{fer}$  représentent respectivement les pertes mécaniques et les pertes fer.

La vitesse est liée à la FCEM par la relation :

$$E = \frac{p}{a} n N \Phi \text{ d'où } N = \frac{E}{\frac{p}{a} n \Phi}, \text{ or } U = E_o - \frac{p}{a} n N \Delta\Phi + R_a I_a + \Delta V_b, \text{ on a alors :}$$

$$N = \frac{U - (R_a I_a + \Delta V_b)}{\frac{p}{a} n (\Phi_o - \Delta\Phi)}$$

Les caractéristiques du moteur dépendent de son mode d'excitation et de la tension d'alimentation (fonctionnement sous tension constante ou variable).

### IV.2 Moteur à excitation shunt

Le moteur est supposé alimenté sous une tension constante. Pour cette condition, il n'y a pas de distinction entre les deux modes d'excitation.



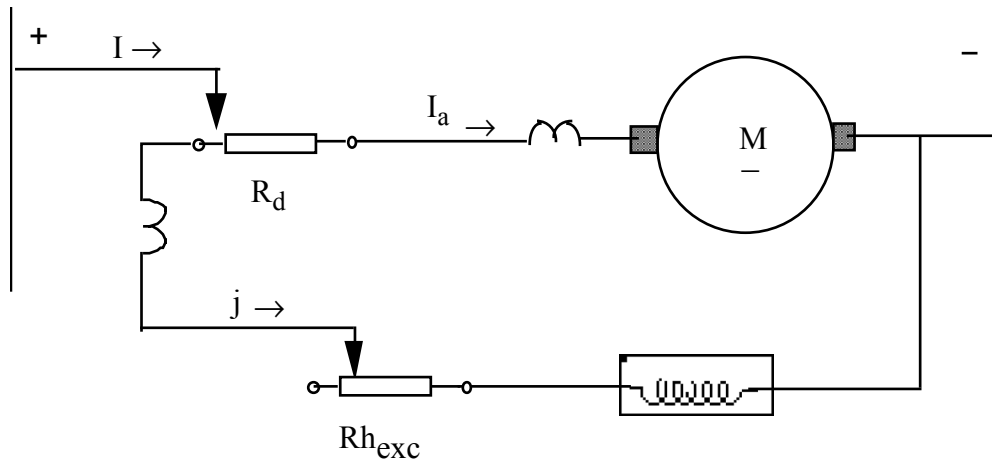


Fig.IV.1 : Schéma d'un moteur shunt.

Le sens de rotation d'un moteur shunt est celui qui permet l'amorçage de la même machine fonctionnant en générateur shunt.

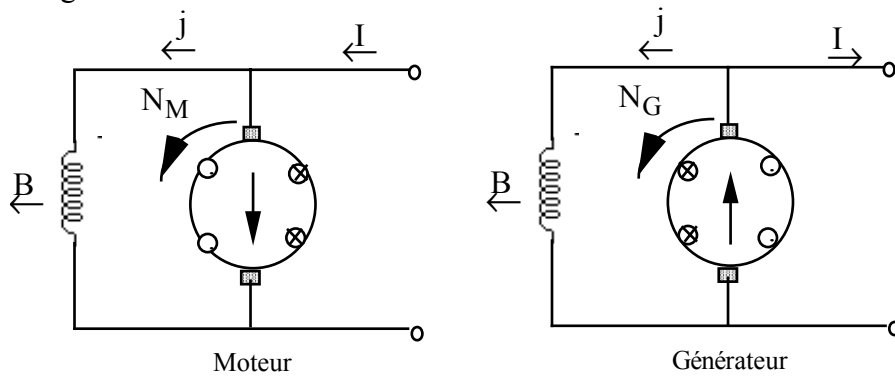


Fig.IV.2 : Schéma représentant les deux modes de fonctionnement de la machine à courant continu.

Remarque :

Au démarrage le courant d'appel est très grand, on le limite en utilisant un rhéostat de démarrage  $R_d$ .

#### IV.2.1 Caractéristique de vitesse

**a - A vide :**  $N_0 = f(j)$  à  $U = Cte$

A vide le moteur absorbe une puissance qui compense ses pertes.

$$P_0 = U(I_0 + j)$$

$$U = \frac{p}{a} n N_0 \Phi_0 + (R_a I_0 + \Delta V_b - \frac{p}{a} n N_0 \Delta \Phi_0)$$

$$U \uparrow \frac{p}{a} n N_0 \Phi_0 \square N_0 \uparrow \frac{U}{\frac{p}{a} n \Phi_0}$$

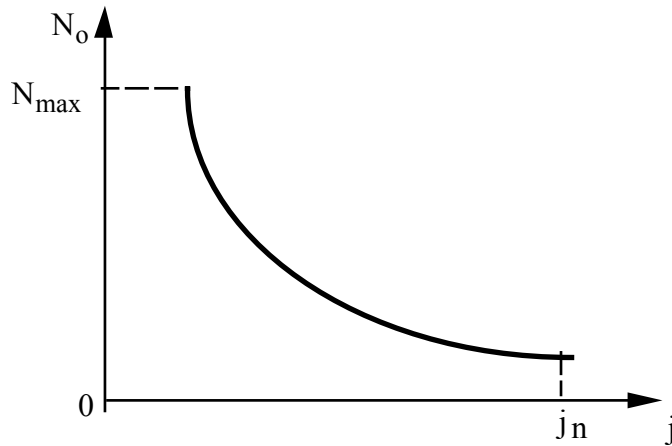


Fig.IV.3 : Caractéristique de vitesse  $N_o = f(j)$  à  $U = Cte$ .

On peut prédéterminer la caractéristique de vitesse  $N_o = f(j)$  à  $U = Cte$ , à partir de  $E_o(j)$  à  $N_G = Cte$ .

Pour  $j$  donné, on a :

$$U = \frac{p}{a} n N_o \Phi_o \quad (\text{en fonctionnement moteur}).$$

$$E_o = \frac{p}{a} n N_G \Phi_o \quad (\text{en fonctionnement générateur}).$$

$$j = \frac{E_o(j)}{U} \Phi_o \quad (E_o)_{NG} = \frac{N_o = N_G}{(E_o)_{NG}} U \quad \Phi_o \quad N_o$$

$$\text{On a : } N_o = N_G \frac{U}{(E_o)_{NG}}$$

**b - En charge :  $N = f(I)$  à  $U = Cte$  et  $j = Cte$**

$$N = \frac{U - (R_a I_a + \Delta V_b)}{\frac{p}{a} n (\Phi_o - \Delta \Phi)} = \frac{1 - \frac{R_a I_a + \Delta V_b}{U}}{\frac{p}{a} n \Phi_o \frac{1}{U} (1 - \frac{\Delta \Phi}{\Phi_o})} \quad \text{or} \quad \frac{p}{a} n \frac{\Phi_o}{U} = \frac{1}{N_o}$$

$$\text{On a donc : } N = N_o \frac{1 - \frac{R_a I_a + \Delta V_b}{U}}{1 - \frac{\Delta \Phi}{\Phi_o}}$$

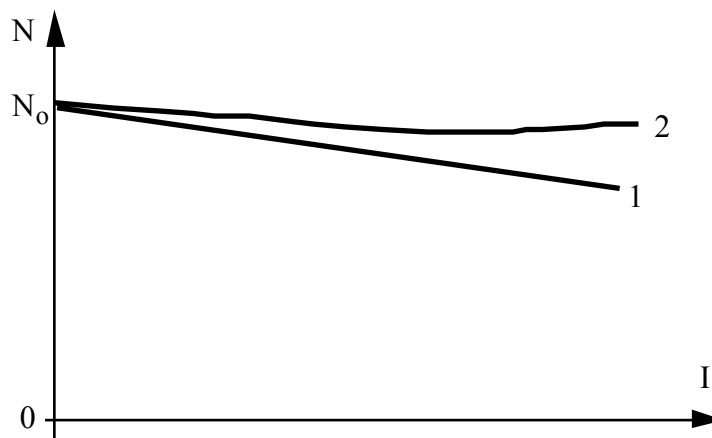


Fig.IV.4 : Caractéristique de vitesse  $N(I)$  à  $U = Cte$  et  $j = Cte$ .

1 Ø machine compensée.

2 Ø machine non compensée.

Pour les charges importantes le dénominateur de l'expression de  $N(I)$  diminue plus que son numérateur donc  $N$  augmente .

#### IV.2.2 Caractéristique de couple : $C_e = f(I_a)$ à $U = Cte$ et $j = Cte$

$$C_e = \frac{n}{2\pi} \frac{p}{a} (\Phi_0 - \Delta\Phi) I_a = C_0 + C_2 = C_s$$

$$\text{or } C_0 = \frac{p_{mec} + p_{fer}}{2\pi N_0} = Cte \quad \text{d'où : } C_2 = C_e - C_0 = \frac{EI_a - UI_0}{2\pi N}$$

$$C_2 \propto \frac{E(I_a - I_0)}{2\pi N} \quad \text{et} \quad C_2 \propto \frac{n}{2\pi} \frac{p}{a} (\Phi_0 - \Delta\Phi)(I_a - I_0)$$

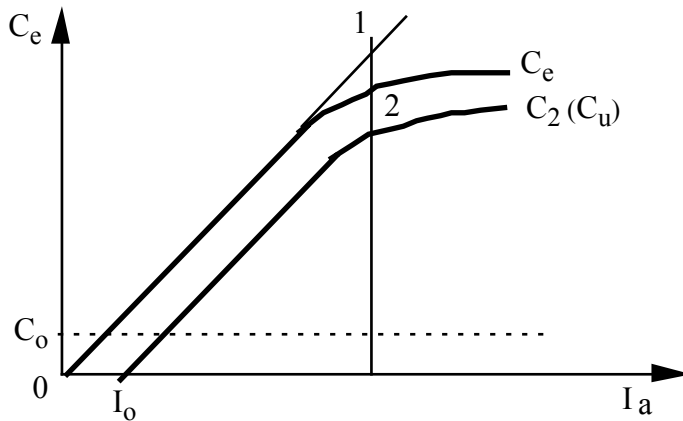


Fig.IV.5 : Caractéristique de couple:  $C_e = f(I_a)$  à  $U = Cte$  et  $j = Cte$ .

Pour les charges importantes et à cause de la réaction d'induit, il se produit une déformation des courbes.

#### IV.2.3 Prédétermination des caractéristiques

A partir des essais en génératrice on peut prédéterminer les caractéristiques  $N(I_a)$  et  $C_e(I_a)$  à  $U = Cte$  et  $j = Cte$ .

	*	$E_0(j)$ à $N_G = Cte$
On connaît	*	$R_a I_a + \Delta V_b = f(I_a)$
	*	$\varepsilon(I) = \frac{p}{a} n N_G \Delta\Phi_0 = f(I_a)$ à $N = Cte$

$$N = N_0 \frac{1 - \frac{R_a I_a + \Delta V_b}{U}}{1 - \Delta \Phi \cdot \frac{p}{a} \frac{N_G}{(E_0)_{NG}}} \quad \text{et} \quad (E_0)_{NG} = U \frac{N_G}{N_0} \quad \square \quad N = N_0 \frac{1 - \frac{R_a I_a + \Delta V_b}{U}}{1 - \frac{N_0}{N_G} \frac{1}{U} \frac{p}{a} n N_G \Delta \Phi}$$

Le couple électromagnétique en fonction de la vitesse s'écrit :

$$C_e = \frac{E I_a}{2\pi N} = \frac{U - (R_a I_a + \Delta V_b)}{2\pi N} I_a.$$

#### IV.2.4 Etude du démarrage

Pour le démarrage direct (sans rhéostat de démarrage), on suppose que :

- le moteur est préalablement excité,
- la réaction magnétique d'induit ne fait pas changer le flux,
- $C_0 = 0$  et  $C_2 = 0$  ( couple statique nul).

On a :  $U = R_a i_a + L_a \frac{di_a}{dt} + k\Omega\Phi$  (avec  $e = k\Omega\Phi$  et  $i_a$  courant d'induit variable).

$$C_e = k i_a \Phi \quad \blacktriangleright \quad J \frac{d\Omega}{dt} \quad \square \quad \Omega = \int k \frac{i_a \Phi}{J} dt = k \frac{\Phi}{J} \int i_a dt$$

$$U = L_a \frac{di_a}{dt} + R_a i_a + \frac{k^2 \Phi^2}{J} \int i_a dt$$

Cette équation correspond au branchement d'un circuit  $R_a$ ,  $L_a$ ,  $C_a$  série, sous une tension constante, on a :

$$L_a \frac{di_a^2}{dt^2} + R_a \frac{di_a}{dt} + \frac{i_a}{C_a} = 0 \quad \text{avec} \quad C_a = \frac{J}{k^2 \Phi^2}$$

L'équation caractéristique s'écrit :

$$L_a r^2 + R_a r + \frac{1}{C_a} = 0$$

$$r_{1,2} = -\delta \pm \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2} \quad \text{où} \quad \delta = \frac{R_a}{2L_a} \quad \text{et} \quad \omega_0^2 = \frac{1}{L_a C_a}$$

Dans le cas où  $\delta \geq \omega_0$  on obtient un régime apériodique.

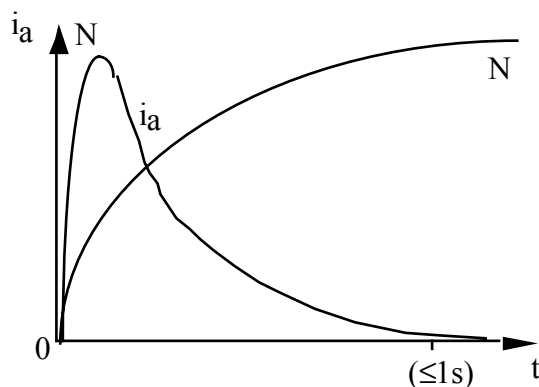


Fig.IV.6 : Allure du courant de démarrage.

Pour réduire l'appel important du courant au démarrage on insère dans le circuit un rhéostat de démarrage  $R_d$  dont la valeur est choisie de façon que  $I_d$  soit de l'ordre de  $1,5 I_n$  à  $2,5 I_n$ . A la mise sous tension on a :

$$U = (R_a + R_d)I_d + (\Delta V_b)I_d .$$

On admet que la réaction d'induit n'influe pas sur le flux magnétique du moteur, c'est à dire que le démarrage a lieu à flux  $\Phi = C^{te}$ . La résistance du circuit au démarrage est relativement importante pour que le terme  $L_a \frac{di_a}{dt}$  soit négligeable devant  $(R_a + R_d)i_a$ , l'équation

correspondante s'écrit :

$$U = (R_a + R_d)I_a + k\Omega\Phi$$

Par ailleurs, à la mise sous tension, le courant de démarrage initial est  $I_d$ , auquel correspond un couple  $C_{d1} = \frac{n}{2\pi a} \Phi I_{d1}$ .

Par fractionnement convenable de  $R_d$ , on peut maintenir le courant (donc le couple) entre deux limites raisonnables  $I_{d1}$  et  $I_{d2}$  ( $C_{d1}$  et  $C_{d2}$ ).

La limite inférieure est imposée par la nécessité d'un couple  $C_{d1} > C_s$ . La limite supérieure est imposée par l'échauffement.

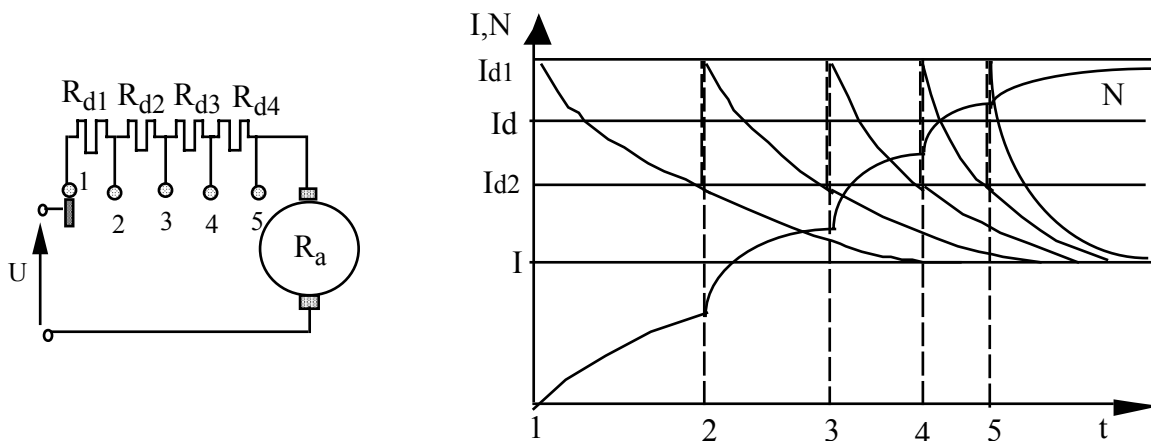


Fig.IV.7 : Principe du démarrage par résistances.

On a :  $I_{d2} \approx 1.2I_n$  et  $I_{d1} \approx 2I_n$

Lorsque le courant de démarrage diminue jusqu'à la valeur  $I_{d2}$ , on place la manette sur le plot 2, on court-circuite donc  $R_{d1}$ . Le courant de démarrage augmente de nouveau jusqu'à la valeur de  $I_{d2}$  et la vitesse du moteur commence à croître, ensuite le courant et le couple commencent à diminuer.

Le processus continue jusqu'au moment où le rhéostat sera hors circuit, le moteur commence à fonctionner en régime permanent avec un couple  $C=C_s$ . On peut représenter ce processus de démarrage dans le plan  $(N,I)$ , On a :

$$U = (R_a + R_d)I_a + \Delta V_b + \frac{p}{a} nN\Phi$$

$$\text{d'où : } N = \frac{U - \Delta V_b}{\frac{p}{a} n \Phi} - \frac{(R_a + R_d) I_a}{\frac{p}{a} n \Phi}$$

Pour  $\Phi \propto C^{te}$  et  $\Delta V_b$  supposée également constante on obtient l'équation d'une droite de pente  $-\frac{(R_a + R_d)}{\frac{p}{a} n \Phi}$ .

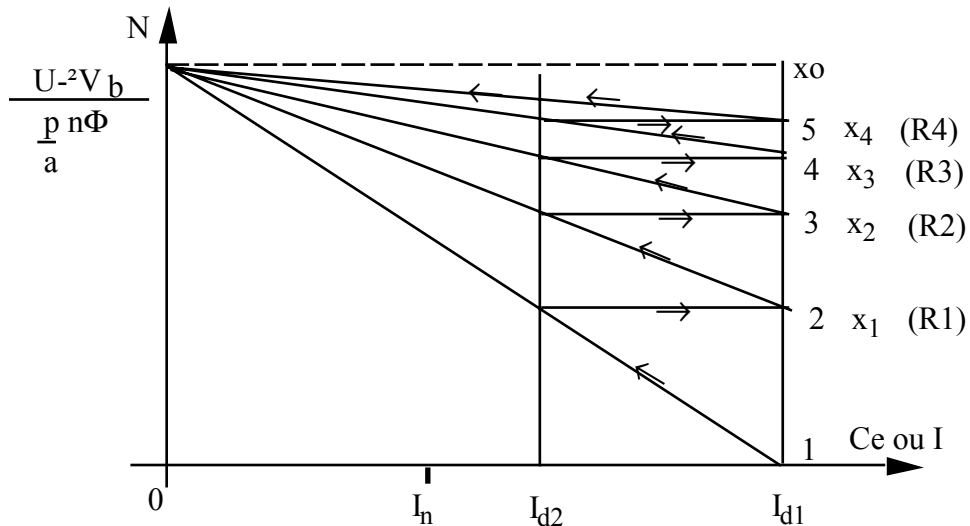


Fig.IV.8 : Evolution de la vitesse et du courant lors du démarrage.

Remarque :

\* Avec une échelle convenable, l'axe des abscisses donne le couple :  $C_e = \frac{n}{2\pi} \frac{p}{a} \Phi I$

\* Pour avoir un fort couple au démarrage, le rhéostat d'excitation doit être court-circuité, pour avoir un maximum de flux.

#### IV.2.5 Réglage de la vitesse

$$\text{On a : } N = \frac{U - (R_a I_a + \Delta V_b)}{\frac{p}{a} n \Phi}$$

Si on veut modifier la vitesse du moteur, il faut déplacer sa caractéristique  $C(N)$ , donc modifier  $U$  ou  $\Phi$ .

##### a - Réglage par action sur le flux.

Pour un courant d'excitation nominal  $j_n$ , le couple est :  $C_{(j_n)} = \frac{n}{2\pi} \frac{p}{a} \Phi I_a$ .

Si on fait varier le flux par valeur décroissante et pour  $j' < j_n$  donc  $\Phi' = \alpha \Phi$

( $\alpha < 1$ ), on obtient :

$$C' = \frac{n}{2\pi} \frac{p}{a} \alpha \Phi I_a$$

□  $C(N)$  garde toujours la même allure.

$$N' = \frac{U - (R_a I_a + \Delta V_b)}{\frac{p}{a} n \alpha \Phi}$$

Pour  $I_a = 0$   $C_e = 0$   $N'_o = \frac{N_o}{\alpha} > N_o$

Pour  $I_a = I_n$ ,  $C'_n = \alpha C_n < C_n$  et  $N'_n = \frac{N_n}{\alpha} > N_n$

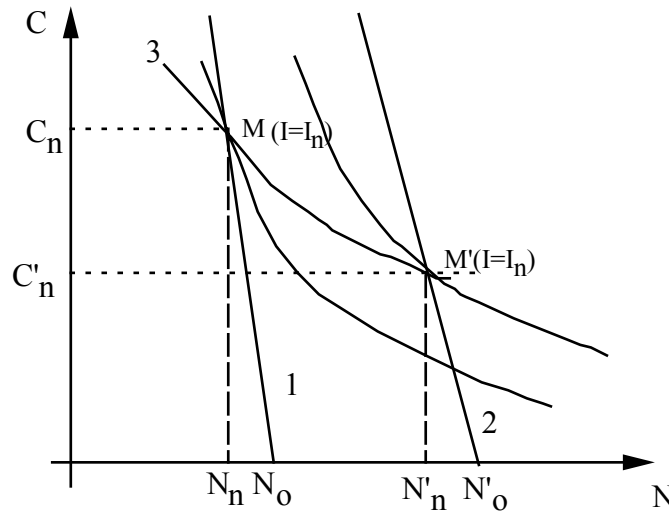


Fig.IV.9 :  $C = f(N)$  pour deux valeurs du courant d'excitation.

La courbe 1 correspond à un fonctionnement nominal ( $j_n$ ). Tandis que la courbe 2 correspond à un courant d'excitation  $j'$ .

Le point de fonctionnement  $M(I=I_n)$  se déplace sur la courbe 3. La vitesse augmente, mais la stabilité est moins bonne, d'une part. D'autre part le couple est moins important ( $C'_n < C_n$ ).

**b - Réglage par action sur la tension d'alimentation**

Ce mode de réglage n'est possible que pour le moteur à excitation séparée, (pour ne pas modifier  $j$ ).

En négligeant  $\Delta V_b$  on obtient:

$$C_e = \frac{n}{2\pi a} \Phi I_a = k\Phi I_a \quad \square \quad I_a = \frac{C_e}{k\Phi} \quad \text{et} \quad N = \frac{U - R_a I_a}{\frac{p}{a} n \Phi} = \frac{U - R_a I_a}{k_1 \Phi}$$

d'où :  $C_e = \frac{UK\Phi}{R_a} - \frac{K_2\Phi^2 N}{R_a}$  avec  $K_2 = KK_1$ .

Si l'on maintient  $\Phi = Cte$  (excitation séparée et  $\Delta\Phi \blacktriangleright 0$ ), pour différentes valeurs de la tension d'alimentation, les courbes  $C(N)$  sont sensiblement des droites parallèles.

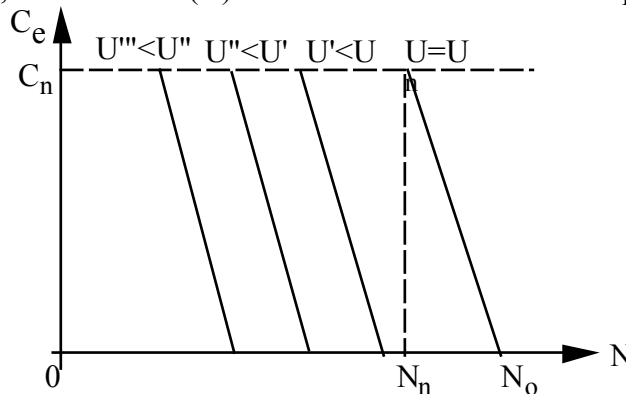


Fig.IV.10:  $C=f(N)$  pour différentes valeurs de la tension d'alimentation à  $j = C^{te}$  et  $\Delta\Phi \blacktriangleright 0$ .

### IV.3 Moteur série

#### IV.3.1 Caractéristiques de vitesse et de couple

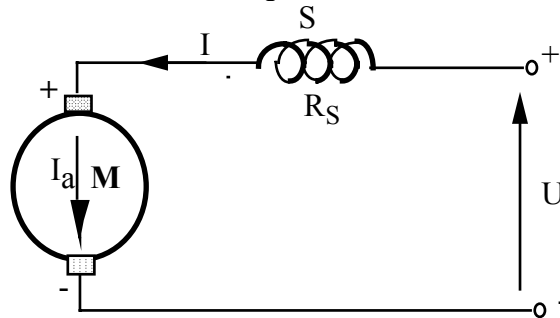


Fig.IV.11 : Schéma d'un moteur série.

On désigne par  $R_{as} = R_a + R_s$ .

$$\text{On a : } N = \frac{U - (R_{as}I_a + \Delta V_b)}{\frac{p}{a} n \Phi} \quad \text{et } C_e = \frac{n}{2\pi} \frac{p}{a} \Phi I_a$$

Le flux  $\Phi(I_a)$  augmente avec le courant absorbé  $I_a$ . Avant la saturation du circuit magnétique

$$\Phi = k_1 I_a \quad \text{d'où : } N = \frac{U - (R_{as}I_a + \Delta V_b)}{k_2 I_a} \quad \text{et } C_e = k_3 I_a^2$$

La vitesse  $N$  est une fonction homographique de  $I_a$ .

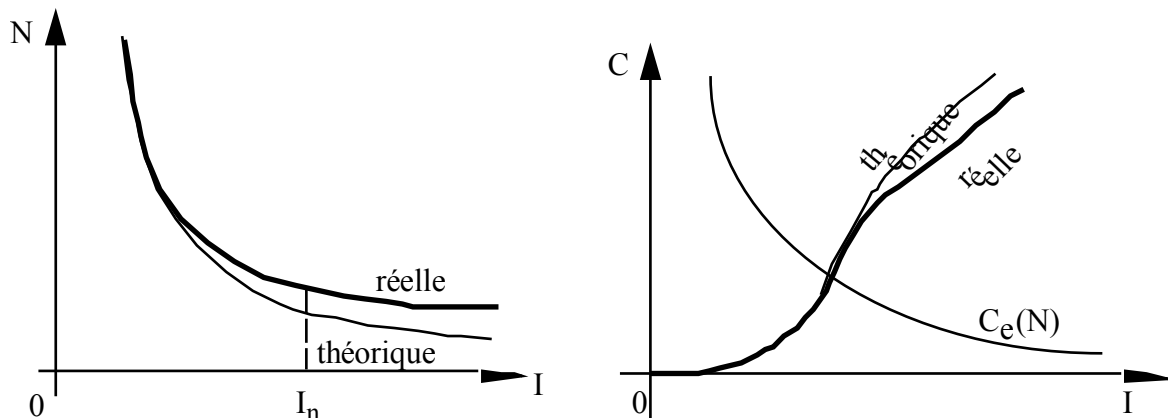


Fig.IV.12 : Caractéristiques  $N(I)$ ,  $C_e(I)$ ,  $C_e(N)$  d'un moteur série.

Quand la machine se sature, la variation du flux est modérée et la réaction d'induit accentue la réduction de l'accroissement du flux, ce qui correspond aux caractéristiques réelles représentées sur les figures ci-dessus.

Le moteur série est à vitesse très variable, il tend à s'emballer à vide.

La stabilité de fonctionnement est d'autant meilleure que la saturation du moteur est accentuée.

#### IV.3.2 Prédétermination des caractéristiques

Par des essais en génératrice à excitation indépendante on relève :



-  $E_o(I)$  à vitesse  $N_G = C^{te}$

-  $\varepsilon(I) = \frac{p}{a} n N_G \Delta \Phi = f(I)$  à vitesse  $N_G = C^{te}$

-  $R_a I_a + \Delta V_b = f(I)$

$$N = \frac{U - (R_{as} I_a + \Delta V_b)}{\frac{p}{a} n \Phi_o - \frac{p}{a} n \Delta \Phi} = N_G \frac{U - (R_{as} I_a + \Delta V_b)}{E_o - \frac{p}{a} n N_G \Delta \Phi}$$

$$C_e = \frac{U - (R_{as} I_a + \Delta V_b)}{2\pi N} I_a$$

### IV.3.3 Etude du démarrage

Avant la mise sous tension on insère en série avec l'induit un rhéostat de démarrage.

Si  $I_{d1}$  est la valeur maximum du courant admissible au démarrage on a :

$$R_{as} + R_d = \frac{U - \Delta V_b}{I_{d1}}$$

Si le couple au démarrage est  $C_{d1} = \frac{n}{2\pi} \frac{p}{a} (\Phi) I_{d1} I_{d1}$ . Ce couple est beaucoup plus fort que le couple nominal. Cette possibilité d'obtenir un fort couple au démarrage est un avantage sur le moteur shunt.

On fait varier la résistance  $R_d$  du rhéostat de façon continue, de manière à maintenir le courant  $I$  constant, la vitesse  $N(R_d)$  est alors un segment de droite, en effet :

$$N = \frac{U - \Delta V_b - (R_{as} + R_d) I_a}{\frac{p}{a} n \Phi}$$

Le point de départ du processus de démarrage correspond au point  $A_1$  de coordonnées  $N = 0$  et  $I = I_{d1}$ .

Le point  $B'$  correspond à une résistance  $R'_d$  telle que  $(R_{as} + R_d) I_{d2} = U - \Delta V_b$ .

$I_{d1} \text{---} \frac{N(I)}{N(I_{d1})} \text{---} N(I_{d1})$  : point A.

$I_{d2} \text{---} \frac{N(I)}{N(I_{d2})} \text{---} N(I_{d2})$  : point B.

Si  $I_{d1}$  est donnée, par approximations successives sur  $I_{d2}$  donc sur  $BB'$ , on fait la construction jusqu'à ce que le segment horizontal mené par  $B_n$  passe par A.

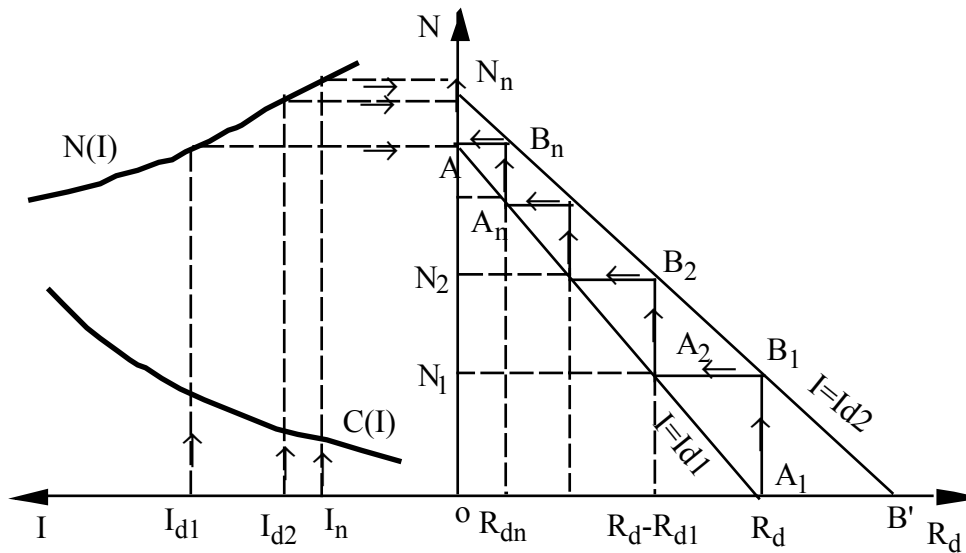


Fig.IV.13 : Processus de démarrage d'un moteur série.

#### IV.4 Moteur compound : Compoundage du moteur shunt

Pour avoir des caractéristiques intermédiaires entre celles du moteur série et du moteur shunt, on réalise un compoundage du moteur shunt (meilleure stabilité, couple de démarrage plus important).

Pour éviter le risque d'emballement ( $\Phi_t = \Phi_{sh} - \Phi_s$ ) en charge, le compoundage est réalisé à flux additif ( $\Phi_t = \Phi_{sh} + \Phi_s$ ).

A un courant  $j$  donné, le flux  $\Phi_t$  croît avec la charge sous l'influence de  $\Phi_s$ , la vitesse diminue. La caractéristique  $C_e(I)$  croît plus rapidement avec  $I$ .

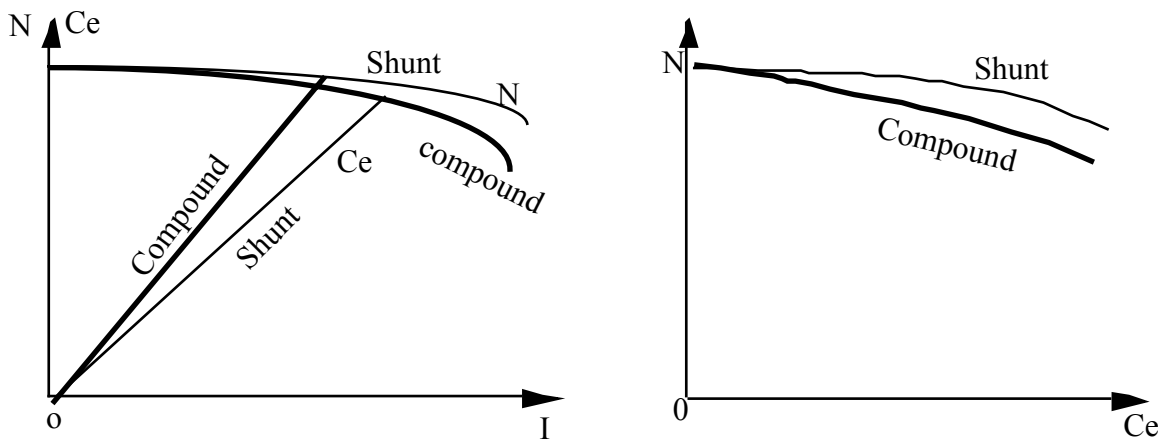


Fig.IV.14 : Caractéristiques  $N(I)$ ,  $C_e(I)$ ,  $N(C_e)$  d'un moteur compound à flux additif.

#### Remarques :

\* Un générateur compound à flux additif, en cas de retour de courant, fonctionne en moteur à flux soustractif.

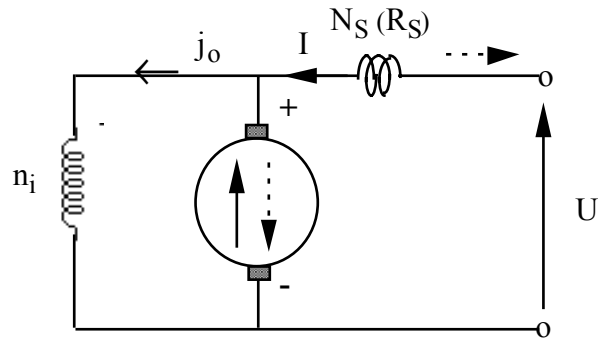


Fig.IV.15 : schéma d'une machine compound.

\* Calcul du rapport d'équivalence  $\alpha$  ou le taux de compoundage  $\alpha_c$  pour le maintien de vitesse  $N(I_n) \uparrow N_o$ .

A vide on a :  $U \uparrow E_o = \frac{p}{a} n N_o (\Phi_0) j_o$

$(E_o)_G = \frac{p}{a} n N_G (\Phi_0) j_o$

$j_o = \text{Cte}$

On calcule :

$E = U - R_a I_a - R_s I$ ,  $E_o = E + \varepsilon(I)$

$E_o \xrightarrow{E_o(j)} j'_o$

$J'_o = j_o - \alpha I \quad \square \quad \alpha = j_o - j'_o \text{ et } \alpha_c = \frac{N_s I}{N_i j_o} = \alpha \frac{I}{j_o}$

## V. REGLAGE DE LA VITESSE D'UN MOTEUR PAR VARIATION DE LATENSION: GROUPE WARD-LEONARD

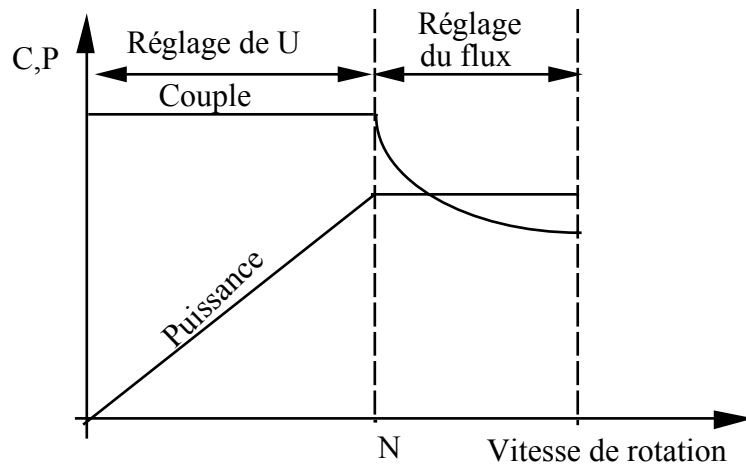
La puissance maximale absorbée par un moteur est :

$UI_{\max} = C\Omega$ , (au rendement près).

A flux constant et tension variable, le couple maximum ( $C_{\max} = K\Phi I_{\max}$ ) est indépendant de la vitesse. La puissance maximale  $C_{\max}\Omega$  est alors proportionnelle à la vitesse.

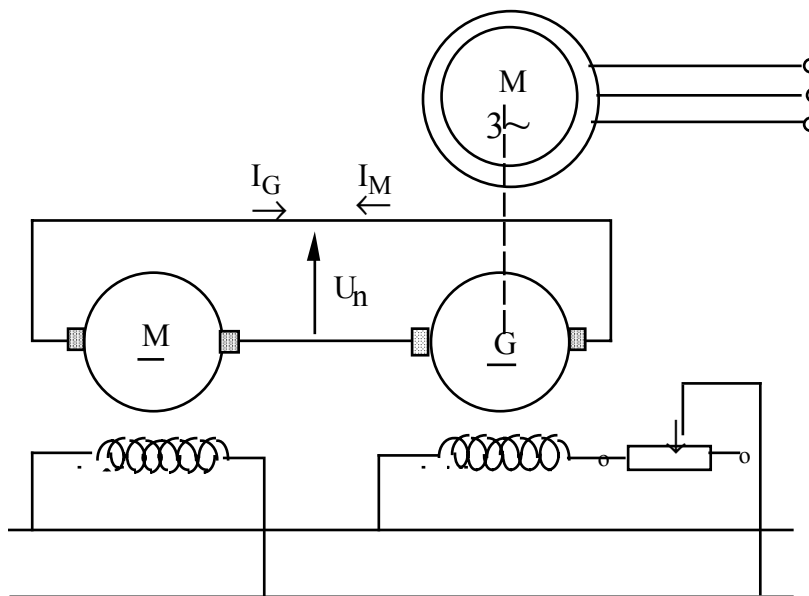
A flux variable et tension constante, la puissance maximum reste constante et indépendante de la vitesse, alors que le couple varie (le couple diminue pour un affaiblissement du flux).

Les courbes de la figure(V.1) font apparaître l'avantage majeur du réglage de la vitesse d'un moteur par action sur la tension.



**Fig.V.1 C(N) pour un réglage par la tension et par le flux.**

Dans le cas des moteurs assez puissants devant commander des appareils à vitesse très variable, on utilise un groupe WARD-LEONARD (Fig.V.2).



**Fig.V.2 : Groupe Ward -Léonard.**

$$\text{On a : } I_M = \frac{E_G - E_M}{2R_a} , U_M = E_M + R_a I_M , (\Delta V_B \approx 0) \text{ d'où : } N = \frac{U_M - R_a I_M}{\frac{p}{a} n \Phi_M}$$

Le moteur à excitation indépendante est alimenté par la génératrice à excitation variable. La tension aux bornes du moteur et par conséquent la vitesse, varie dans de larges limites. L'inversion du courant dans l'excitation de la génératrice provoque l'inversion du sens de rotation du moteur. Outre les variations de vitesse avec un réglage précis, le groupe fonctionne avec un démarrage progressif, sans perte d'énergie dans un rhéostat. Quand on sous excite la génératrice, sa FEM devient inférieure à celle du moteur, le courant change de sens et le mode de fonctionnement des machines sera permuté, il se produit alors un freinage

par récupération, le moteur asynchrone tournant à l'hypersynchronisme devient générateur en même temps.

## VI. FREINAGE ELECTRIQUE

Pour toutes les utilisations qui nécessitent, tantôt un couple moteur, tantôt un couple résistant (traction, grues, ascenseurs, etc...), il est souvent commode de procéder au freinage électrique qui consiste à faire fonctionner un moteur en génératrice, son couple électromagnétique  $C_e = K\Phi I$  devenant alors le couple résistant pendant le freinage. Si la génératrice débite dans des résistance auxiliaires, le freinage est qualifié de rhéostatique. Si la génératrice débite dans le réseau d'alimentation, le freinage est avec récupération.

### VI.1 Freinage rhéostatique

#### VI.1.1 Machine shunt

Pour un moteur shunt, il suffit de commuter les bornes de l'induit, du réseau sur un rhéostat  $R'$  pour que le moteur fonctionne en génératrice à excitation indépendante tournant à la vitesse  $N$  (fig.73). Elle débite un courant  $I_G$  tel que :  $\frac{p}{a} nN\Phi = (R' + R_a)I_G + \Delta V_B$ , le couple électromagnétique de freinage est proportionnel à  $I_G = \frac{p}{a} n\Phi \frac{N}{R_a + R'} - \frac{\Delta V_B}{R_a + R'}$ . Ce courant est d'autant plus fort que  $N$  est plus grande et  $R'$  plus faible.

En négligeant la réaction d'induit et avec  $j = C^{te}$ , on obtient :

$$C_e = \frac{UI}{2pN} = \frac{U^2}{2pNR'} \quad \text{or} \quad U \propto \frac{p}{a} nN\Phi \quad \square \quad C_e = \left(\frac{p}{a} n\Phi\right)^2 \frac{N}{R'} = K \frac{N}{R'}$$

On peut conserver constante la vitesse  $N$  en asservissant le réglage de  $R'$ , de façon à assigner une valeur constante du produit  $C_e R'$ . Pour une valeur donnée du couple d'un moteur, la vitesse est entièrement déterminée par la valeur  $R'$ .

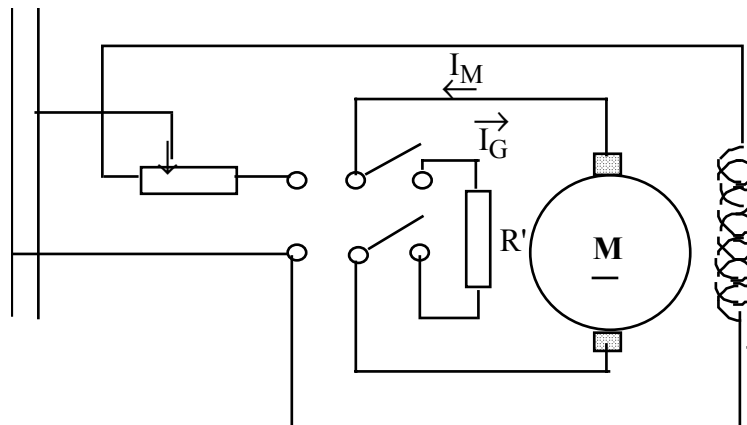


Fig.VI.1: Freinage rhéostatique

### **VI.1.2 Machine série**

La règle des 4 facteurs montre que la génératrice, ne s'amorce que lorsqu'elle doit tourner dans le sens contraire au sens de rotation du moteur (ce qui est courant pour une grue, un pont roulant, un ascenseur). Mais pour la traction électrique où il faut freiner sans changement de sens de rotation, il faut permuter en même temps les connexions entre induit et inducteur.

## **VI.2 Freinage avec récupération**

Dans le d'un moteur shunt, ce freinage a lieu lorsque la machine fonctionnant en régime moteur est entraînée par la machine commandée avec une vitesse dépassant la vitesse à vide  $N_0$ .

La FEM  $E = kN\Phi$  devient supérieure à la tension du réseau. Le courant  $I = \frac{U-E}{R_a}$  change de

sens. La machine commence à fonctionner en générateur, en parallèle avec le réseau.

Le moteur série passe de lui même du régime moteur au régime de freinage par récupération par un simple accroissement de la vitesse. Lors de l'augmentation de la vitesse le flux diminue et la FEM peut se rapprocher de la tension  $U$ , mais elle ne peut lui être supérieure.

En traction électrique (chemins de fer) on branche l'inducteur du moteur en excitation séparée dès que l'on veut réaliser le freinage.

## **VII. RENDEMENT DES MACHINES A COURANT CONTINU**

### **VII.1 Définitions**

Le rendement d'une machine à courant est défini par :

$$\eta = \frac{\text{Puissance utile}}{\text{Puissance absorbée}}$$

$$\eta_G = \frac{P_{\text{él}}}{P_{\text{él}} + \text{pertes}} \quad (\text{cas d'une génératrice})$$

$$\eta_M = \frac{P_{\text{él}} - \text{pertes}}{P_{\text{él}}} \quad (\text{cas d'un moteur})$$

### **VII.2 Bilan des pertes**

#### **VII.2.1 Les pertes Joule**

Ce sont les pertes par effet joule perdues dans :

- l'induit, les pôles auxiliaires de commutation et les balais.

- l'inducteur et le rhéostat d'excitation.

Remarque :

Pour la chute de tension des balais  $e_B$ , on suppose qu'elle varie linéairement en fonction de  $I$  allant de 1V à 2V (pour les machines de faible puissance) quand le courant passe d'une valeur négligeable à sa valeur nominale. Pratiquement on prend  $e_B \approx 1,5V$ .

## **VII.2.2 Les pertes vide**

On les appelle ainsi car on les détermine à partir de l'essai à vide. Elles sont de deux types :

### **VII.2.2.1 Les pertes mécaniques**

- Pertes par frottements aux paliers, aux contacts balais-collecteur sont proportionnelles à la vitesse.

- Pertes par ventilation sont proportionnelles au cube de la vitesse.

### **VII.2.2.2 Les pertes dans le fer**

Chaque point du fer de l'induit est soumis à une induction alternative de fréquence  $f = pN$ , il en résulte :

*a - Les pertes par Hystérésis*

$$P_H = K_H f B_m^2 \quad \text{si } B_m > 1T \quad P_H = K_H f B_m^{1.6} \quad \text{si } B_m < 1T, (K_H = 0,05)$$

*b - Les pertes par courant de foucault*

$$P_F = K_F (efB_m)^2, K_F \approx 0,5, e \text{ est l'épaisseur en mm.}$$

## **VII.2.3 Les pertes supplémentaires**

### **VII.2.3.1 Les pertes supplémentaires à vide**

*a - Pertes dans les pièces massives du rotor*

Elles sont dues aux flux qui passe dans les boulons de serrage des tôles. Ces pertes sont généralement négligeables.

*b - Pertes superficielles*

Dans l'entrefer, l'induction en un point est maximum quand il est en face d'une dent et minimum quand il est en face d'une encoche. Donc elle varie avec une fréquence  $f = zN$  ( $z$  représente le nombre de dents de l'induit). Il en résulte des pertes par courants de Foucault dans la zone voisine de l'entrefer.

*c - Pertes par pulsation du flux*

Elles sont dues à la variation de la réluctance de la denture à la fréquence  $f = zN$ .

### VII.2.3.2 Pertes supplémentaires en charge

On distingue :

*a - Les pertes supplémentaires dans le fer*

La réaction magnétique d'induit engendre une augmentation d'amplitude de l'induction dans certaines dents, d'où les pertes dans celles-ci. D'autre part les têtes de bobines de l'induit étant parcourues par du courant alternatif, engendrent des pertes par Hystérésis et par courants de Foucault dans les plateaux de serrage sous lesquels se trouvent les têtes de bobines.

*b - Les pertes supplémentaires dans le cuivre*

Ces pertes sont notables seulement dans les machines ayant des enroulements en barre. Ces pertes résultent du fait que dans l'encoche le champ est variable. Il en résulte un courant de circulation dans la barre se superposant au courant principal.

### VII.2.4 *Remarque*

$$\text{Pertes} = \underbrace{p_{j\text{ind}} + p_{j\text{exc}}}_{\text{Pertes Joule}} + \underbrace{p_{\text{fer}} + p_{\text{méc}}}_{\text{Pertes à vide}} + \underbrace{p_{\text{sup à vide}} + p_{\text{sup en charge}}}_{\text{Pertes supplémentaires}}$$

Les pertes Joule et à vide représente 90% à 95% de la totalité des pertes. On néglige alors parfois les pertes supplémentaires. Si on veut en tenir compte, on les calcule ainsi :

On admet qu'elles varient proportionnellement au carré du courant traversant l'induit. Elles ont en pleine, la valeur:

- 0,5% de la puissance nominale pour les machines compensées.

- 1% de la puissance nominale pour les machines non compensées avec ou sans pôles de commutation.

Si  $p_s$  représente les pertes supplémentaires pour un régime nominal, pour un autre régime on a

$$p_s' = p_s \left( \frac{I}{I_n} \right)^2$$

## VII.3 Détermination du rendement par la méthode des pertes séparées

### VII.3.1 *Pertes à vide : Essai en moteur à vide (Méthode de Swinburne)*

#### VII.3.1.1 Principe

La machine est alimentée en excitation indépendante. On la fait fonctionner en moteur même si elle est destinée à fonctionner en génératrice. Les conditions de fonctionnement sont telles que, lorsque la machine fonctionne comme génératrice au régime désiré et avec la même



vitesse  $N$ . Ainsi, on obtient les pertes fer et mécaniques en retranchant les pertes par effet joule de la puissance absorbée par le moteur à vide.

### VII.3.1.2 Applications

#### VII. 3. 1. 2. 1 Génératrice à excitation indépendante

Selon le mode de fonctionnement de la machine, on a :

$$E = U + R_a I_a + \Delta V_b \quad (\text{fonctionnement en génératrice})$$

$$E' = U' - R_a I_o - \Delta V_b \quad (\text{fonctionnement en moteur à vide})$$

$R_a$  : résistance de l'induit et des pôles de commutation.

Même flux  $\Phi$   $E = E' \square U' = U + R_a I_a + R_a I_o + 2\Delta V_b$  d'où  $U' \blacktriangleright U + R_a I_a$

Ainsi, si on veut déterminer les pertes fer et mécaniques d'une génératrice pour un régime donné ( $I, U, N$ ), il faudrait la faire fonctionner en moteur à vide à la vitesse  $N$ , en l'alimentant par une tension  $U'$ .

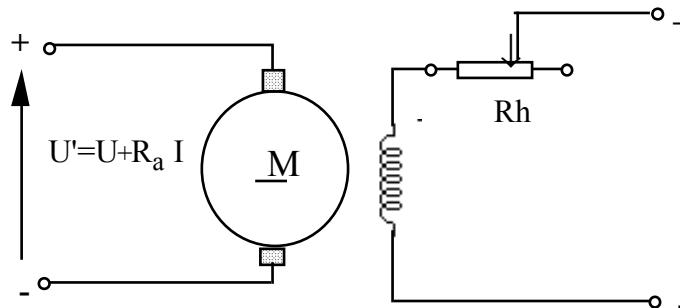


Fig.VII.1 : Moteur à excitation indépendante.

La puissance absorbée par le moteur est :  $P = U' I_o$

On a :  $U' I_o = R_a I_o^2 + P_o$ ,  $P_o$  : pertes fer et mécaniques.

d'où :  $P_o = U' I_o - R_a I_o^2 = (U + R_a I_a) I_o - R_a I_o^2$ .

#### VII. 3. 1. 2. 2 Génératrice à excitation shunt

Dans ce mode d'excitation on a :  $I_a = I + j$

$I_a$  : courant traversant l'induit.

$I$  : courant dans la charge.

$j$  : courant d'excitation.

Un raisonnement analogue au précédent conduit à :

$$P_o = U' I_o - R_a I_o^2 = (U + R_a I_a) I_o - R_a I_o^2$$

$$P_o = [U + R_a (I + j)] I_o - R_a I_o^2$$

#### VII. 3. 1. 2. 3 Génératrice série

Un raisonnement analogue à celui de (B.1) conduit à :

$$P_o = U' I_o - R_a I_o^2 \text{ avec } U' = U + (R_a + R_s) I_a$$

$$P_o = [U + (R_a + R_s) I_a] I_o - R_a I_o^2$$

$R_s$  : résistance de l'enroulement série.

Remarque :

Quand on fait fonctionner la génératrice en moteur à vide il y aura emballement. On alimentera alors l'excitation séparément .

*VII. 3. 1. 2. 4 Génératrice compound*

Pour un montage courte dérivation on a :  $U' = U + R_a I_a + R_s I$

Pour un montage longue dérivation on a :  $U' = U + (R_a + R_s) I_a$ , où  $I_a = I + j$  .

Pour le fonctionnement en moteur à vide, on alimente l'excitation shunt séparément. Quant à l'excitation série il est conseillé de ne pas la brancher pour éviter un éventuel emballement au moment du démarrage (cas du flux soustractif).

**VII.3.2 Courbe de rendement**

Pour tracer la courbe de rendement en fonction de la puissance utile, il faut évaluer les pertes.

Pour un régime quelconque, dans le cas d'une génératrice shunt par exemple, on a :

$$\text{Pertes} = R_a(I+j)^2 + Uj + [U+R_a(I+j)]I_o - R_a I_o^2 + \Delta V_b + \text{pertes supplément.}$$

La puissance utile est égale :

- $P_u = UI$  (cas d'une génératrice)
- $P_u = \text{Puissance absorbée} - \text{pertes}$  (cas d'un moteur).

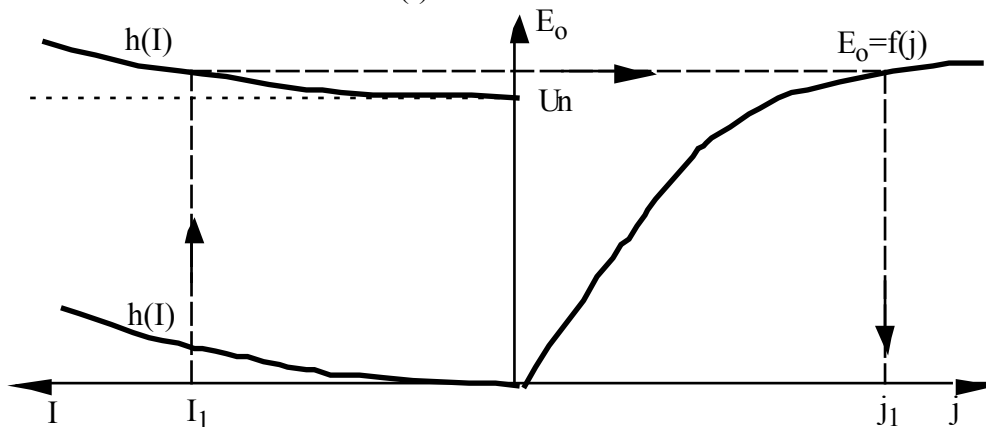
Remarque :

Pour les génératrices à excitation séparée, shunt et compound à flux additif, la tension diminue peu quand la charge augmente. C'est pourquoi la courbe de rendement se trace à tension constante et égale à  $U_n$ .

**VII.3.3 Prédétermination de la courbe de rendement**

On considère une génératrice shunt, on connaît :

- la courbe  $P_o = f(U')$  à  $N = Cte$ .
- la courbe  $E_o = f(j)$  à  $N = Cte$ .
- la courbe de réaction totale d'induit  $h(I)$  à  $N = Cte$ .



*Fig.VII.2 : Détermination graphique du courant d'excitation.*

$$I_1 \text{ courbe } h(I) \rightarrow E_1 = h(I_1) + U_1 \rightarrow E_1 = E_o = f(j) \rightarrow j_1 \rightarrow I_a = I_1 + j_1 \rightarrow I_a \rightarrow U' = U_n + R_a I_a \rightarrow U' \rightarrow P_o = f(U') \rightarrow P_o$$

Pertes =  $R_a (I+j)^2 + Uj + P_o + \text{pertes dues aux balais} + \text{pertes supplémentaires}$ .

On peut déterminer ainsi la courbe de rendement.

### VII.3.4 Séparation des pertes mécaniques des pertes dans le fer

On fait tourner à vide sous une tension variant jusqu'à  $1,10 U_n$  et  $N = Cte$ .

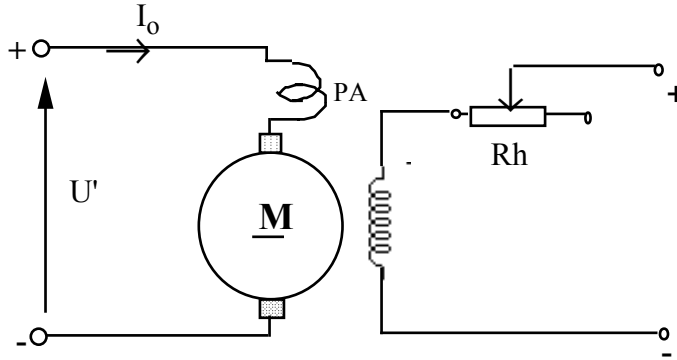


Fig.VII.3 : Détermination des pertes à vide.

Quand  $U'$  varie, il en est de même pour la vitesse, on la maintient constante en agissant sur  $R_h$ . Les pertes à vide sont données par :

$$P_o = U'I_o - (R_a I_o + \Delta V_B) I_o$$

$$E' = U' - (R_a I_o + \Delta V_B) \spadesuit U' - R_a I_o \text{ avec } (\Delta V_B \spadesuit 0). \text{ On trace } P_o = f(E') \text{ à } N_n$$

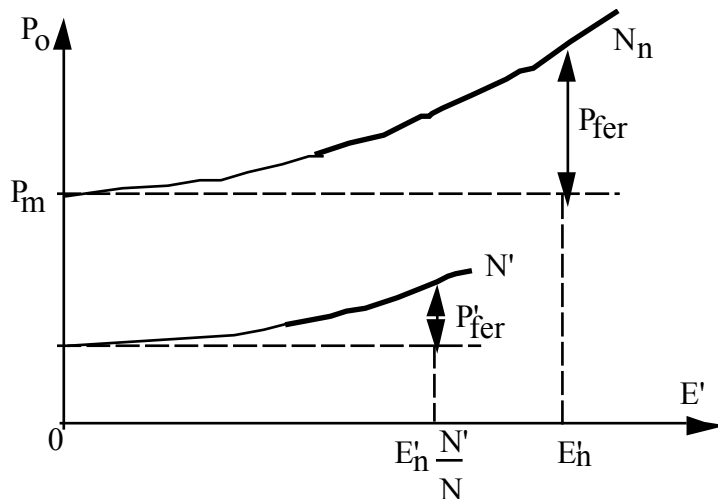


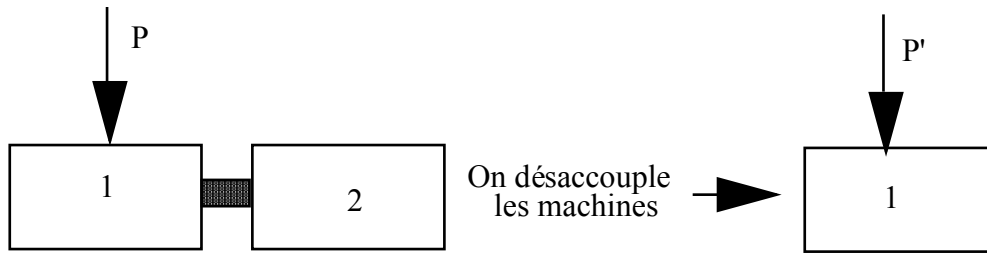
Fig.VII.4 : Séparation des pertes mécaniques des pertes fer.

Pour séparer les pertes mécaniques des pertes dans le fer, il suffit de remarquer que la courbe  $P_o = f(E')$  tend vers  $P_{méca}$  (pertes mécaniques) quand à vitesse constante, la FEM, le flux donc les pertes fer tendent vers zéro.

Remarques :

\* Il serait bon de tracer la droite  $P_o = f(U'^2)$ , pour  $U'=0$  on a  $P_{méca}$

\* Les pertes mécaniques peuvent être déterminées ainsi:



**Fig.VII.5 : Détermination des pertes mécaniques.**

$P - P' =$  pertes mécaniques de la machine 2.

### VII.3.5 Séparation des pertes par Hystérésis des pertes par courants de Foucault

Pour séparer les pertes par hystérésis des pertes par courants de Foucault, on remarque que les premières sont proportionnelles à la vitesse alors que les secondes sont proportionnelles au carré de la vitesse.

Pour  $E'_n$  on a :  $P_{fer} = P_H + P_F$  à  $N_n$ .

Pour la même du flux donc pour  $E' \frac{N'}{N_n}$ , on a :  $p'_{fer} = \frac{N'}{N_n} P_H + (\frac{N'}{N_n})^2 P_F$  à  $N = Cte$

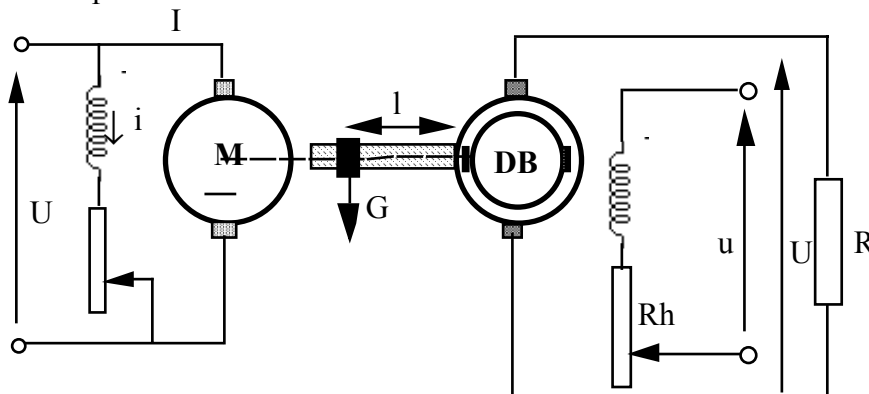
On en déduit :

$$P_H = \frac{N_n}{N_n - N'} \left( \frac{N_n}{N_n} P'_{fer} - \frac{N'}{N_n} P_{fer} \right) \text{ et } P_F = \frac{N_n}{N_n - N'} \left( P_{fer} - \frac{N'}{N_n} P'_{fer} \right)$$

## VII. 4 Détermination du rendement par la méthode directe : Dynamo Frein

### VII.4.1 Cas d'un moteur

Le moteur entraîne la dynamo-balance qui fonctionne en génératrice et débite dans un rhéostat de charge. En faisant varier l'excitation et la charge de cette dernière, on fait varier la puissance absorbée par le moteur.



**Fig.VII.6 : Détermination du rendement d'un moteur par une dynamo-balance.**

La puissance absorbée par le moteur est :  $P_a = U(I+j)$ .

La puissance utile du moteur est :  $P_u = Gl\omega = 2\pi \frac{N}{60} Gl$  (N : tr/mn)

$$\eta = \frac{P_u}{P_a} = \frac{2\pi N G l}{60 U (I+i)} \quad (N \text{ en tr/mn})$$

#### VII.4.2 Cas d'une génératrice

La dynamo-balance fonctionne en moteur à excitation séparée et entraîne la génératrice débitant sur la charge R .

La puissance débitée par la génératrice est :  $P_u = UI$ . Le couple développé par la dynamo balance et équilibré par le couple qu'il faut fournir à la génératrice pour l'entraîner. La puissance absorbée est :

$$P_a = Gl\omega + (r+Rh)i^2 = Gl2\pi \frac{N}{60} + (r+Rh)i^2, \text{ d'où :}$$

$$\eta = \frac{P_u}{P_a} = \frac{60UI}{2\pi G l N + 60(r+Rh)i^2}$$

#### VII.5 Détermination du rendement par la méthode de Cardew et Fontaine)

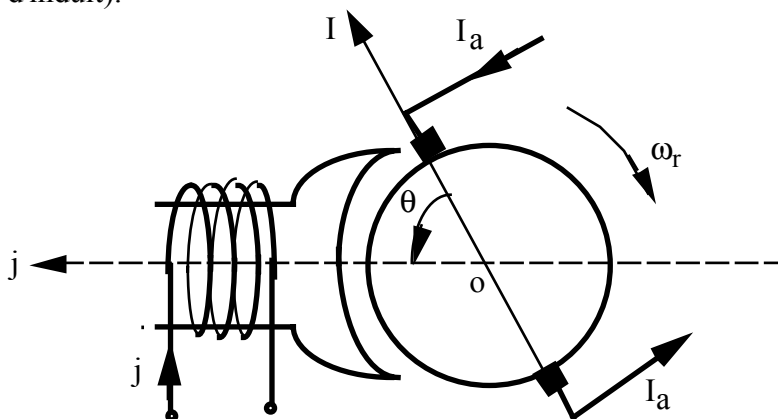
Cette méthode suppose que les deux machines : moteur et génératrice sont identiques et accouplées mécaniquement :

$$\eta_M = \frac{P}{P_M} \quad \text{et} \quad \eta_G = \frac{P_G}{P} \quad \text{donc} \quad \eta_M \eta_G = \frac{P_G}{P_M} \quad \square \quad \eta = \sqrt{\frac{P_G}{P_M}}$$

### VIII. COURT-CIRCUIT D'UNE GENERATRICE SHUNT A PARTIR DE SON FONCTIONNEMENT A VIDE

#### VIII.1 Rappel et complément

Une machine bipolaire schématisée par la figure ci-dessous. On suppose qu'elle est linéaire (pas de réaction d'induit).



**Fig.VIII.1 : Schéma d'une machine bipolaire**

Les équations électriques de l'inducteur et de l'induit respectivement générateur et récepteur sont :  $u_i = R_{ij} \cdot e_j$  et  $u_a = e_a - R_a i_a$

### VIII.2 Relation entre les flux et les courants

$$\begin{bmatrix} \varphi_e \\ \varphi_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_i & m_{ia} \\ m_{ai} & I_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} j \\ I_a \end{bmatrix}$$

On rappelle que si l'axe magnétique du rotor se déplace (balais liés au mouvement du rotor) l'inductance propre du rotor  $l_a$  et la mutuelle inductance entre rotor et stator sont fonctions sinusoïdales (voir ch: conversion de l'énergie)

$$l_a = L_a + L_0 \cos 2\theta \text{ et } m_{ai} = M_{ai} \cos \theta$$

A cause du collecteur l'axe magnétique du rotor est désolidarisé du mouvement. L'inductance  $l_a$  oscille entre deux valeurs limites très voisines (le nombre de lames du collecteur est grand). On considère  $l_a$  constante ( $l_a \blacktriangle L_a$ ).

$$\begin{bmatrix} \varphi_e \\ \varphi_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_i & m_{ia} \cos \theta \\ m_{ai} \cos \theta & I_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} j \\ I_a \end{bmatrix}$$

### VIII.3 Calcul de la FEM de rotation

Ces FEM sont relatives aux dérivées d'inductances par rapport à l'axe  $\theta$ . Le flux engendré par l'inducteur est toujours immobile. Cependant à cause du collecteur et des balais, le flux engendré par l'enroulement d'induit est lui aussi immobile, bien que créé par un enroulement mobile. Par contre les conducteurs de l'induit sont mobiles, il y a donc lieu de dériver par rapport à l'angle  $\theta$ .

$$\text{on a : } \frac{d\varphi}{dt} = - \frac{d\varphi}{d\theta} \frac{d\theta}{dt} \text{ donc } \begin{bmatrix} e_{ir} \\ e_{ar} \end{bmatrix} = \omega_r \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ M_{ai} \sin \theta & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} j \\ I_a \end{bmatrix}$$

\* Cas où  $\theta = \frac{\pi}{2}$  ( les balais sont cales sur la ligne neutre)

L'équation des flux devient :

$$\begin{bmatrix} \varphi_e \\ \varphi_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_i & M_{ia} \\ M_{ai} & L_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} j \\ I_a \end{bmatrix} \text{ et } \begin{bmatrix} e_{ir} \\ e_{ar} \end{bmatrix} = \omega_r \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ M_{ai} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} j \\ I_a \end{bmatrix}$$

La mutuelle inductance entre rotor et stator est nulle pour  $\theta = \frac{\pi}{2}$  mais sa dérivée par rapport à  $\theta$  est maximale.

Remarque :

Pour l'inducteur on a considéré le termes de rotation nul. En réalité si on tient compte de l'effet magnétique des spire en commutation cette anomalie disparaît. En effet la FEM de rotation s'écrit :

$$e_{ar} = \frac{p}{a} n N \Phi$$

$$e_{ar} = M_{ja} \omega_j, \left( \theta = \frac{\pi}{2} \right)$$

$$M_{aj} = \frac{p}{a} n \frac{N \Phi}{j \omega}$$

$$M_{ja} = \frac{1}{a} \frac{n}{2\pi} \frac{\phi}{j}, (p=1)$$

Le nombre de spires en commutation est:  $N_c = \frac{n}{2a} \frac{2\alpha}{2\pi}$

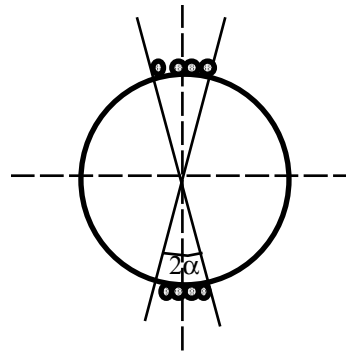


Fig. VIII. 2 : Spires en commutation.

La mutuelle inductance entre ces spires et l'inducteur est :

$$M_{jc} = M_{cj} = N_c \frac{\Phi}{j} \text{ soit, } M_{cj} = \frac{n}{2\pi a} \alpha \frac{\Phi}{j}, \text{ donc : } M_{cj} = \alpha M_{ja}$$

La FEM de rotation relative à l'inducteur s'exprime par :

$$e_{jr} = \frac{d}{dt} [ m_{aj}(\theta) i_a ] + \frac{d}{dt} [ m_{cj}(\theta) i_c ]$$

$$e_{jr} = m_{ja}(\theta) \frac{di_a}{dt} + i_a \frac{dm_{ja}}{d\theta} \frac{d\theta}{dt} + m_{cj}(\theta) \frac{di_c}{dt} + i_c \frac{dm_{cj}}{d\theta} \frac{d\theta}{dt}$$

Pour  $\theta = \frac{\pi}{2}$ ,  $M_{cj}(\frac{\pi}{2})$  est maximale. Sa dérivée est donc nulle on a donc :

$$m_{aj}(\theta) \frac{di_a}{dt} = 0 \text{ et } i_c \frac{dm_{cj}}{d\theta} \frac{d\theta}{dt} = 0$$

$$e_{jr} = i_a M_{ja} \frac{d\theta}{dt} + M_{cj} \frac{di_c}{dt} = i_a M_{ja} \frac{d\theta}{dt} + \alpha M_{ja} \frac{di_c}{dt}$$

Or pour une commutation supposée linéaire on obtient :

$$i_c = i_a \left( 1 - \frac{2t}{T} \right) \square \frac{di_c}{dt} = - \frac{2i_a}{T}$$

$$2\alpha \square \omega T \text{ d'où } T = \frac{2\alpha}{\omega}$$

$$\frac{di_c}{dt} = \frac{di_c}{d\theta} \frac{d\theta}{dt} = - \frac{2i_a}{2\alpha} \omega$$

$$\frac{di_c}{d\theta} = - \frac{2i_a}{2\alpha} \omega \frac{d\theta}{dt} = - \frac{i_a}{\alpha}$$

$$\frac{di_c}{d\theta} = - \frac{i_a}{\alpha} \frac{d\theta}{dt}$$

$$e_{jr} = I_a M_{ja} \frac{d\theta}{dt} - \alpha M_{ja} \frac{i_a}{\alpha} \frac{d\theta}{dt} = 0$$

#### VIII.4 FEM de transformation

Elles correspondent aux dérivées partielles des flux par rapport au temps on a :

$$e_{it} = - \frac{d\phi_i}{dt} = - \frac{(L_{ij})}{dt} = - L_i \frac{dj}{dt}$$

$$e_{at} = - \frac{d\phi_a}{dt} = - \frac{(L_a I_a)}{dt} = - L_a \frac{dI_a}{dt}$$

#### VIII.5 Equations de la machine

Les équations électriques pour une génératrice shunt s'écrivent :

$$u_i = R_i j - (e_{it} + e_{ir})$$

$$u_a = - R_a I_a + (e_{at} + e_{ar})$$

$$\left. \begin{aligned} u_i &= R_i j + L_i \frac{dj}{dt} \\ u_a &= \omega_r M_{aij} - R_a I_a - L_a \frac{dI_a}{dt} \end{aligned} \right\} (\lambda)$$

#### VIII.6 Calcul du courant de court-circuit

On suppose que la vitesse reste constante lors du court-circuit.

Avant le court-circuit, à vide, on a :

$$u_o = R_i j_o$$

$$u_o = M_{ia} \omega j_o - R_a I_{a0} \quad (I_{a0} = j_o)$$

Lors du court-circuit la machine est régie par les équations ( $\lambda$ ).

La transformée de Laplace appliquée au système ( $\lambda$ ) permet d'écrire :

$$0 = R_i j(p) + p L_i j(p) - L_i j_o$$

$$0 = M_{ia} \omega j(p) - R_a I_a(p) - p L_a I_a(p) + L_a j_o$$

$$I_a(p) = \frac{M_{ia} \omega j(p) + L_a j_o}{R_a + p L_a}$$

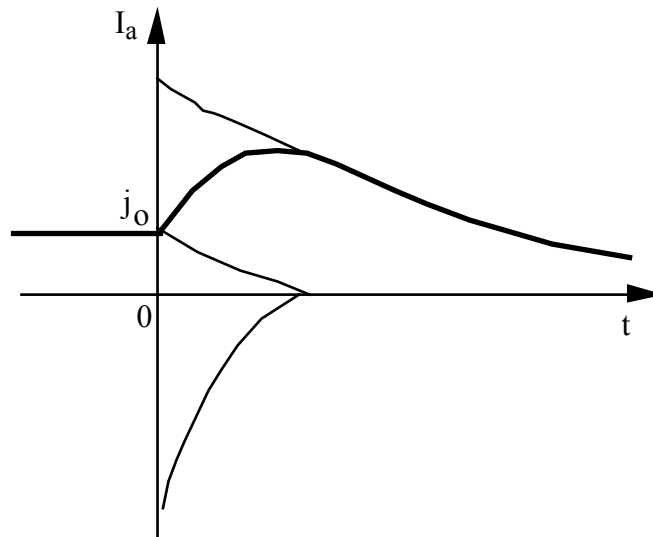
$$I_a(p) = \frac{L_a j_o}{R_a + p L_a} + \frac{M_{ia} \omega_r L_i j_o}{(R_a + p L_a)(R_i + p L_i)}$$



La décomposition en éléments simples conduit à :

$$I_a(p) = \frac{L_a j_0}{p + \frac{R_a}{L_a}} + \frac{M_{ia} \omega_r L_i j_0}{R_a L_i - R_i L_a} \left[ \frac{1}{p + \frac{R_i}{L_i}} - \frac{1}{p + \frac{R_a}{L_a}} \right]$$

$$\text{D'où : } I_a(t) = j_0 \exp\left(-\frac{R_a}{L_a} t\right) + \frac{M_{ia} \omega_r L_i j_0}{R_a L_i - R_i L_a} \left[ \exp\left(-\frac{R_i}{L_i} t\right) - \exp\left(-\frac{R_a}{L_a} t\right) \right]$$



*Fig.VIII.3 : Variation du courant de court-circuit dans une génératrice shunt.*

## EXERCICES

### Exercice 1

L'induit d'une machine à courant continu hexapolaire a les caractéristiques suivantes :

- Nombre de conducteurs actifs :  $N=300$ .
- Surface de l'entrefer sous un pôle :  $S_p=250\text{cm}^2$ .
- Induction dans l'entrefer :  $B_e=1\text{T}$ .

Calculer la Fem à vide de cette machine lorsqu'elle tourne à 1200 tr/mn dans le cas d'un enroulement ondulé.

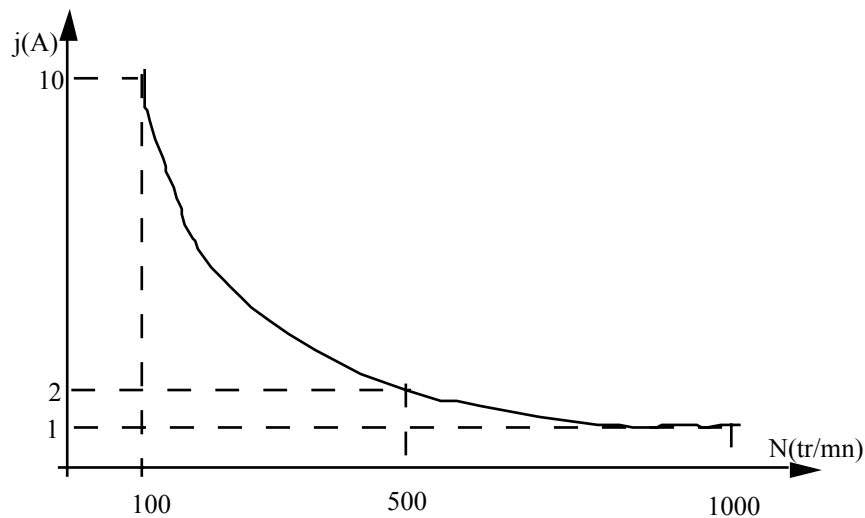
### Exercice 2

On donne les caractéristiques d'une dynamo bipolaire :

- Nombre de spires de l'enroulement inducteur par pôle  $N_e=1200$ .
- Epaisseur de l'entrefer :  $e=1\text{mm}$ .
- Nombre de voies d'enroulement  $2a=2$ .
- Nombre de conducteurs actifs de l'induit :  $n =100$ .
- Rayon de l'induit :  $R=15\text{ cm}$ .

Lors d'un essai à vide à fem constante  $E=150\text{ V}$  on a relevé la caractéristique  $j=f(N)$  suivante :

Calculer la longueur de l'induit.



### Exercice 3

Une dynamo dérivation de 36 kW sous 240V à la vitesse de 1000t/mn possède un induit dont les dimensions sont les suivantes :

Longueur 20cm, diamètre 29cm.L'induction magnétique dans l'entrefer est donnée par le tableau suivant :

Caractéristiques							
		75	4				

- 1°) Tracer le graphe de l'induction sous un pôle ( $l_T \cong 10 \text{ cm}$ )
- 2°) Déterminer le flux utile par pôle (inducteur tétrapolaire).
- 3°) L'enroulement d'induit est ondulé série. Justifier la préférence de ce mode d'enroulement à l'enroulement imbriqué.
- 4°) Sachant que le flux utile précédemment calculé donne à la machine tournant à 1000 tr/mn une F.E.M  $E_V = 260 \text{ V}$ , calculer le nombre  $n$  de brins actifs que doit posséder la dynamo ?
- 5°) Sachant que la résistance à chaud de l'enroulement d'induit est  $0.055 \Omega$ , quelle est la résistance d'une spire de l'induit.
- 6°) Que devient la F.E.M si l'on décale les balais de  $15^\circ$ ,  $22,5^\circ$ ,  $30^\circ$ .

#### Exercice 4

Une dynamo dérivation tétrapolaire 36 kW, 240 V, 1050 tr/mn, dont l'induit est enroulé en parallèle simple a les caractéristiques de construction suivantes :

Nombre de brins actifs 620, surface de l'entrefer sous chaque pôle  $246 \text{ cm}^2$ , induction moyenne dans l'entrefer lorsque l'excitation est normale à vide  $0,975 \text{ T}$ .

- 1°) Quelle est la F.E.M à vide  $E_0$  de cette dynamo lorsque l'induction dans l'entrefer a la valeur moyenne indiquée.
- 2°) Que devient cette F.E.M si, à partir de la ligne neutre, on décale les balais de  $5^\circ$ . On supposera ici que, le long de l'entrefer, l'induction varie suivant une loi sinusoïdale.
- 3°) Quelle est (balais calés sur la ligne neutre réelle) la F.E.M en charge  $E$  de la dynamo et la réaction magnétique de l'induit lorsque la machine fonctionne à pleine charge.
  - Résistance de l'enroulement d'induit à chaud :  $R_a = 0.054 \Omega$ .
  - Résistance totale du circuit inducteur :  $R_i = 9,6 \Omega$ .
  - Résistance de contact des balais à pleine charge :  $\rho = 0.006 \Omega$ .
- 4°) A quel affaiblissement global de flux utile par pôle correspond cette réaction magnétique d'induit en volts.
- 5°) Quelle est la résistance d'une spire d'induit.
- 6°) Quel est le couple électromagnétique résistant opposé à pleine charge par la dynamo au moteur d'entraînement.

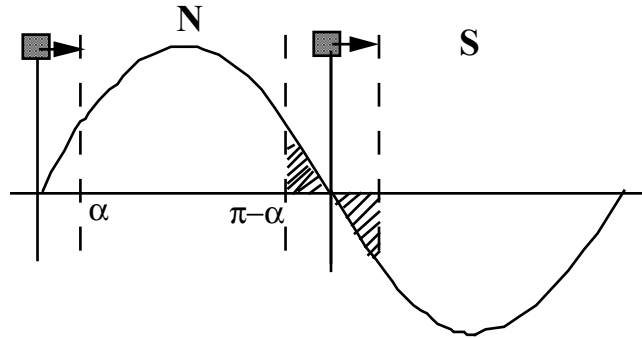
#### Correction :

$$1) E_0 = \frac{p}{a} N n \Phi_0$$

Enroulement parallèle simple (imbriqué:  $2a = 2p$ ) :  $\Phi_0 = B_{\text{moy}} S_p = 0,975 * 246 \cdot 10^{-4} = 0,024 \text{ Wb}$

$$E_0 = 620 * \frac{1050}{60} * 0,024 = 260 \text{ V}$$

2) On décale les balais de  $\alpha_g = 5^\circ$ , ce qui correspond à un angle électrique  $\alpha_2 = p\alpha_g = 10^\circ$ .



$$\Phi_{(\alpha=0)} = B_{\text{moy}} * \tau l = B_{\text{moy}} * 2R \frac{\pi}{2} l \text{ et } \Phi' = \Phi_{\alpha} = B'_{\text{moy}} \tau l$$

$$B'_{\text{moy}} = \frac{B_M}{\pi} \int_{\alpha}^{\pi-\alpha} \sin \theta d\theta = \frac{2B_M}{\pi} \cos \alpha = B_{\text{moy}} \cos \alpha \text{ et } \Phi_{\alpha} = B_{\text{moy}} \cos \alpha R l \frac{\pi}{2} = \Phi_{(\alpha=0)} * \cos \alpha$$

$$\text{Ou bien : } \Phi_{\alpha} = \int_{\alpha}^{\pi/2} B_M \sin \theta d\theta R l + \int_{\pi/2}^{\pi-\alpha} B_M \sin \theta d\theta R l = B_M R l \int_0^{\pi/2} \sin 2\theta d\theta = \frac{2B_M}{\pi} * \frac{\pi}{2}$$

$$R l = B_{\text{moy}} * \tau l \text{ et } \Phi' = \int_{\alpha}^{\pi/2-\alpha} B_M \sin 2\theta d\theta R l = R l B_M \cos 2\alpha = \frac{2B_M}{\pi} * \frac{\pi}{2} R l \cos 2\alpha = B_{\text{moy}} \frac{\pi}{2}$$

$$R l \cos 2\alpha$$

$$E_{\alpha} = E_0 * \cos \alpha = 260 * \cos(10^{\circ}) = 256 \text{ V}$$

$$3) I = \frac{P_u}{U} = \frac{3600}{240} = 150 \text{ A (3600 W c'est la puissance utile du moteur)}$$

$$I_a = I + i_e = I + \frac{U}{R_e} = 150 + \frac{240}{96} \blacktriangleright 152,5 \text{ A}$$

$$R'_a = 0,054 + 0,006 = 0,06 \Omega$$

$$E = U + R_a I_a = 240 + 0,06 * 152,5 = 249,2 \text{ V}$$

$$\varepsilon(I) = E_0 - E = 260 - 249,2 = 10,8 \text{ V}$$

$$4) \varepsilon(I) = \frac{p}{a} N n \Phi_0 - \frac{p}{a} N n \Phi = \frac{p}{a} N n (\Phi_0 - \Phi) = \frac{p}{a} N n \Delta \Phi \quad \square \quad \Delta \Phi = \frac{\varepsilon(I)}{\frac{p}{a} n N} = \frac{10,8}{620 * \frac{1050}{60}} \blacktriangleright 10^{-4}$$

3Wb

5)  $R'_a$  résistance équivalente de l'enroulement de l'induit formé par 4 voies en parallèle de résistance  $R_v$  :  $R_v = 4 * 0,054 = 0,216 \Omega$ .

Une voie comporte  $n_v = \frac{N}{4} = \frac{620}{4} = 155$  conducteurs et  $R_c = \frac{R_v}{n_v}$  et  $R_{\text{spire}} = 2 * R_c = \frac{2R_v}{n_v}$ .

$$R_{\text{spire}} = \frac{2 * 0,216}{155} = 0,00279 \Omega$$

$$6) \text{ Le couple électromagnétique : } C_{\text{em}} = \frac{P_{\text{em}}}{\Omega} = \frac{E I_a}{2\pi n} = \frac{249,2 * 152,2}{2\pi * \frac{1050}{60}} = 347 \text{ mN}$$

### Exercice 5

La caractéristique à vide d'une génératrice à courant continu entraînée à 1000 tr/mn est représentée par la courbe  $E = \frac{220j}{3+j}$ . La résistance de son circuit inducteur est de 40 Ω. La génératrice est branchée en shunt.

- a - Déterminer par le calcul la valeur de la résistance critique correspondante à une vitesse de 1000 tr/mn.
- b - Déterminer la tension aux bornes ainsi que le courant d'excitation.

### Exercice 6

Une dynamo D possède trois enroulements A, B et S placés sur les mêmes pôles et ont respectivement  $N_A$ ,  $N_B$  et  $N_S$  spires.

L'enroulement A étant seul alimenté en excitation indépendante, on a relevé les caractéristiques à vide et en charge à la vitesse  $N= 1500$  tr/mn.

- Caractéristique à vide :


- Caractéristique en charge :


On suppose que la réaction d'induit ne dépend pas des excitations. Les résistances de l'induit, des enroulements inducteurs sont respectivement  $R_a = R_S = 0,0625 \Omega$ ,  $R_A$  et  $R_B$ . Les résistances  $R_A$  et  $R_B$  sont proportionnelles aux nombres de spires  $N_A$  et  $N_B$ .

**I.** L'inducteur A est seul alimenté en shunt par l'intermédiaire d'un rhéostat d'excitation  $R_{h_s} = 80 \Omega$ . La dynamo tourne à 1500 tr/mn, la tension aux bornes de l'induit est  $U = 180$  V pour un courant dans l'induit de 80A.

- 1) Déterminer la résistance  $R_A$  de l'enroulement inducteur .
- 2) Déterminer la tension à vide  $U_0$  aux bornes de la machine ainsi que le courant d'excitation  $J_{A0}$ .
- 3) A quelle vitesse la machine se désamorce t-elle.

**II.** La machine shunt (**I**) est compoundée par l'enroulement S (longue dérivation), l'induit débite 80 A. Calculer le rapport d'équivalence  $\alpha$  ainsi que le taux de compoundage  $\alpha_c$  pour obtenir une tension de 190 V à la vitesse de 1500 tr/mn.

**III.** La dynamo tourne à 1500 tr/mn, les deux enroulements inducteurs sont montés en parallèle et alimentés par l'intermédiaire d'un rhéostat  $R_h$  de 60 Ω, par une source de tension  $u=140$ V; la tension à vide aux bornes de la machine est de 190 V.

- 1) Montrer que le montage est à flux additifs.

2) Calculer  $R_B$ .

IV. Les deux enroulements A et B sont montés en série et alimentés par une source indépendante de tension  $u_s = 150 \text{ V}$ , par l'intermédiaire d'une résistance  $r_s$ .

1) La machine fournit  $157 \text{ V}$  à  $1500 \text{ tr/mn}$ . Déterminer si le montage est à flux additifs ou soustractifs et calculer  $r_s$ .

2) Déterminer la valeur de la tension d'excitation  $u_s$  permettant à la machine de produire une tension à vide de  $152 \text{ V}$  à la vitesse  $1200 \text{ tr/mn}$ .

V. L'enroulement A est monté en shunt par l'intermédiaire de  $r_A = 80 \Omega$ . L'enroulement B est monté en excitation indépendante et est alimenté par une dynamo tachymétrique  $D_T$  en série avec une résistance  $R_D$  ( $R_{D_T} + R_D = 100 \Omega$ ). La machine fournit  $U_o = 180 \text{ V}$  à  $1500 \text{ tr/mn}$ .

1) Déterminer si le montage est à flux additifs ou soustractifs et calculer le courant  $j_B$ .

2) Déterminer la tension à vide  $U'_o$  aux bornes de l'induit à la vitesse  $N' = 1000 \text{ tr/mn}$ .

VI. Dans la configuration du montage décrite en III, la machine fonctionne en moteur.

1) L'induit est alimenté sous une tension  $U_o = 190 \text{ V}$ , à quelle vitesse tourne-t-il à vide.

2) L'induit absorbe un courant de  $80 \text{ A}$ , sous quelle tension faudrait-il l'alimenter pour qu'il tourne à  $1500 \text{ tr/mn}$ .

### Exercice 7

Deux machines  $M_1$  et  $M_2$  à excitation séparée sont mécaniquement accouplées. Leurs caractéristiques à vide à  $1500 \text{ tr/mn}$  sont données par le tableau suivant.


La résistance de l'induit de chaque machine est  $R$ . A vide  $j_1$  est réglé pour la vitesse  $N$  alors que les machines sont branchées sur des réseaux dont les tensions sont  $U_1$  et  $U_2$ .

Données :  $U_1 = 200 \text{ V}$ ;  $U_2 = 150 \text{ V}$ ,  $R = 0.2 \Omega$ .

On demande de déterminer :

1°) Les excitations à vide.

2°) En charge,  $j_1$  restant constant, calculer  $j_2$  pour que  $M_2$  débite dans son réseau un courant  $I_2 = 100 \text{ A}$  (on négligera les réactions magnétiques et les pertes à vide).

3°) Quel est dans ce cas le couple sur l'arbre des machines.

### Correction

Deux machines  $M_1$  et  $M_2$  :  $U_1 = 200 \text{ V}$  et  $U_2 = 150 \text{ V}$ ,  $E(j)$  à  $1500 \text{ tr/mn}$ ,  $R_a = 0,2 \Omega$  et  $P_o = 0 \text{ W}$ .

1) A vide on a :  $U_1 \approx E_1 = 200 \text{ V} \xrightarrow{E(j) \text{ à } 1500} j_1 \approx 2,25 \text{ A}$  et  $U_2 \approx E_2 = 150 \text{ V} \xrightarrow{E(j) \text{ à } 1500} j_2 \approx 1,25 \text{ A}$

2) On maintient  $j_1 = 2,25 \text{ A}$ . La machine  $M_2$  débite  $I_2 = 100 \text{ A}$ , on augmente son courant d'excitation ( $E_2 > U_2$ ).

$j_2 \Rightarrow \Phi_2 \Rightarrow C_{e2}$  et d'après  $C_{e1} - C_{e2} = J d\Omega/dt \Rightarrow \Omega$

En régime permanent  $C_{e1} = C_{e2}$  donc  $k\Phi_1 I_1 = k\Phi_2 I_2$

$$E_1 = k\Omega\Phi_1$$

$$\square \frac{\Phi_1}{\Phi_2} = \frac{E_1}{E_2} = \frac{I_2}{I_1} \quad \square E_1 I_1 = E_2 I_2$$

$$E_2 = k\Omega\Phi_2$$

$$E_2 = U_2 + R_2 I_2 = 150 + 0,2 * 100 = 170 \text{ V à une vitesse qu'on doit déterminer.}$$

$$U_1 = E_1 + R_1 I_1$$

$$U_1 I_1 = E_1 I_1 + R_1 I_1^2 = E_2 I_2 + R_1 I_1^2 \quad \square 0,2 I_1^2 - 200 I_1 + 1700 = 0 \quad \square I_1 = 93,8 \text{ A (solution valable).}$$

$$E_1 = E_2 \frac{I_2}{I_1} = 181,24 \text{ V (ce qui permet la détermination de la vitesse), et on a :}$$

$$E_{10} = k\Omega_0 \Phi_0$$

$$j_1 = \text{cte et } \Delta\Phi = 0 \quad \square \Phi_0 = \Phi \quad \square \frac{E_{10}}{E_1} = \frac{N_0}{N} \quad \square N = N_0 \frac{E_1}{E_{10}}$$

$$E_2 = k\Omega\Phi$$

$$N = 1500 \frac{181,24}{200} = 1360 \text{ trs/mn. } E_2 = 170 \text{ V } \xrightarrow{E(i) \text{ à } 1360} j_2 = ?$$

Il faut alors prédéterminer la caractéristique  $E = f(j)$  à  $N = 1360 \text{ tr/mn.}$

		6	6		

$$E_2 = 170 \text{ V } \xrightarrow{E(i) \text{ à } 1360} j_2 = 2 \text{ A}$$

$$\text{Le couple électromagnétique : } C_e = \frac{E_1 I_1}{2\pi N} = \frac{181,24 * 93,8}{2\pi \frac{1360}{60}} = 121,4 \text{ mN}$$

# MACHINE ASYNCHRONE TRIPHASEE

## I. CHAMP TOURNANT MULTIPOLAIRE

### I.1 Enroulement triphasé à p paires de pôles

Un enroulement triphasé (m=3) comportant p bobines en série par phase, régulièrement décalées l'une par rapport à l'autre sur la circonférence du stator et parcourues dans le même sens; cet enroulement est dit à p paires de pôles.

Si l'on désigne par double intervalle polaire l'angle formé par les axes de deux bobines consécutives appartenant à la même phase, ce double intervalle polaire est contenu p fois dans la circonférence.

### I.2 Calcul de l'induction magnétique résultante de l'enroulement triphasé à p paires de pôles

En un point M dans l'entrefer on a :

$$b_1(q,t) = i_1 ( k_1 \cos p\theta + k_3 \cos 3p\theta + k_5 \cos 5p\theta + \dots )$$

$$b_2(q,t) = i_2 ( k_1 \cos(p\theta - \frac{2\pi}{3}) + k_3 \cos 3(p\theta - \frac{2\pi}{3}) + k_5 \cos 5(p\theta - \frac{2\pi}{3}) + \dots )$$

$$b_3(q,t) = i_3 ( k_1 \cos(p\theta - \frac{4\pi}{3}) + k_3 \cos 3(p\theta - \frac{4\pi}{3}) + k_5 \cos 5(p\theta - \frac{4\pi}{3}) + \dots )$$

$$i_1 = I_m \sin \omega t$$

$$i_2 = I_m \sin(\omega t - \frac{2\pi}{3})$$

$$i_3 = I_m \sin(\omega t - \frac{4\pi}{3})$$

Pour l'harmonique fondamental, en faisant la somme  $b_1 = b_{11} + b_{21} + b_{31}$  on obtient :

$$b_1 = k_1 I_m [ \sin \omega t \cos pq + \sin(\omega t - \frac{2\pi}{3}) \cos(pq - \frac{2\pi}{3}) + \sin(\omega t - \frac{4\pi}{3}) \cos(pq - \frac{4\pi}{3}) ]$$

□

**Fig.I.5 : Induction créée par une phase.**

En développant les produits  $\sin \omega t \cos pq$ ,  $\sin(\omega t - \frac{2\pi}{3}) \cos(pq - \frac{2\pi}{3})$  et  $\sin(\omega t - \frac{4\pi}{3}) \cos(pq - \frac{4\pi}{3})$ , en somme on obtient :

$$b_1 = k_1 I_m \sin(\omega t - p\theta) = B_{1m} \sin(\omega t - p\theta)$$

$$B_{1m} = k_1 I_m \sin(\omega t - p\theta)$$

Au point M (q = cte) l'induction varie sinusoïdalement dans le temps et à un même instant  $t_1$ , elle est répartie sinusoïdalement dans l'entrefer.



□

**Fig. I.6 : "Représentation" du champ résultant dans l'espace et dans le temps.**

L'onde fondamentale de l'induction se déplace suivant la circonférence du stator; elle tourne à une vitesse angulaire  $\Omega = \frac{2\pi}{p} \frac{d\theta}{dt}$ . En effet si l'on cherche à quelle vitesse se déplace un point M où l'induction est maximum :

$$b_1 = B_{1m} \sin(\omega t - p\theta) = 1 \Rightarrow \omega t - p\theta = \frac{\pi}{2}$$
$$\therefore \frac{d}{dt}(\omega t - p\theta) = 0$$

$$p \frac{d\theta}{dt} = \omega \Rightarrow \frac{d\theta}{dt} = \frac{\omega}{p} = \Omega$$

Le point M se déplace suivant la circonférence de l'entrefer à une vitesse  $\Omega = \frac{\omega}{p}$ .

□

**Fig.I.7: Déplacement de l'onde fondamentale de l'induction magnétique.**

Le point M où  $b_1$  est maximum se déplace à  $\frac{\omega}{p}$ .

A chaque arcade de la courbe de l'induction  $b$  dans l'entrefer correspond un pôle d'aimant

"pôle fictif". Il y a donc  $p$  paires de pôles fictifs qui glissent dans l'entrefer à la vitesse  $\frac{\omega}{p}$  dans le sens des  $\theta$  croissants (vers la phase en retard).

### I.3 Champs tournants harmoniques

$$b_3 = k_3 I_m [\sin \omega t \cos 3\theta + \sin(\omega t - \frac{2\pi}{3}) \cos 3(p\theta - \frac{2\pi}{3}) + \sin(\omega t - \frac{4\pi}{3}) \cos 3(p\theta - \frac{4\pi}{3})]$$

$$b_3 = b_{13} + b_{23} + b_{33} = 0$$

Les harmoniques multiples de 3 ne donnent naissance à aucun champ tournant.

\* Pour l'harmonique 5 : il correspond à un champ tournant dans le sens contraire de la rotation de l'onde fondamentale :

$$b_5 = B_{5m} \sin(\omega t + 5p\theta) \Rightarrow \Omega_5 = -\frac{\omega}{5p}$$

\* Pour l'harmonique 7, il correspond à un champ tournant dans le sens direct  $\Omega_7 = \frac{\omega}{7p}$ .

\* Tous les harmoniques d'ordre  $\nu = 6k - 1$  ( $k=1,2,3,\dots$ ) donnent naissance à un champ tournant dans le sens inverse.

### I.4 Théorème de Ferraris

En conclusion : L'enroulement triphasé à  $p$  jeux de bobines alimentées par un système de courants triphasés de pulsation  $\omega$  crée un champ glissant (tournant) à  $p$  paires de pôles de pulsation de rotation  $\Omega = \frac{\omega}{p}$ .

## II. PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT DU MOTEUR ASYNCHRONE (MOTEUR A INDUCTION)

Examinons un dispositif très simple pour étudier le principe de fonctionnement du moteur. Considérons en effet, un aimant en U (Nord-Sud) pouvant tourner autour de son axe  $x'x$  et une spire  $S$  pouvant également tourner autour du même axe (Fig.II.1).

□

*Fig.II.1 : Principe de fonctionnement du moteur asynchrone.*

Faisons tourner l'aimant à une vitesse angulaire constante  $\Omega_{cs}$ . Nous constatons que la spire  $S$  commence à tourner avec une vitesse angulaire  $\Omega_r$ . Essayons d'expliquer le phénomène et de comparer les vitesses  $\Omega_{cs}$  et  $\Omega_r$ . Dès que l'aimant commence à tourner, il se produit une variation du flux à travers la spire. Cette variation de flux crée une FEM induite dans la spire, il en résulte une circulation du courant induit dans la spire. En vertu de la loi de LENZ, pour que ce courant induit s'oppose à la cause qui le produit (déplacement relatif d'un pôle d'aimant), il faut que la spire tourne dans le même sens que les pôles d'aimant sous l'action du couple des forces  $\vec{F}_1$  et  $\vec{F}_2$ . Ce couple de forces s'oppose à la variation du flux dans la spire. La vitesse de la spire  $\Omega_r$  sera-t-elle constante ? peut-elle être égale à celle de l'aimant ( $\Omega_{cs}$ ) ? Nous répondrons à toutes ces questions dans le paragraphe suivant.

Rappelons uniquement que le principe de fonctionnement de ce moteur est basé sur les lois de Faraday-Lenz et de Laplace.

### III. NOTION DE GLISSEMENT ET "D'ASYNCHRONE"

Supposons que la vitesse de la vitesse  $\Omega_r$  soit égale à celle de l'aimant  $\Omega_{cs}$ . Le flux à travers la spire sera constant. La variation du flux à travers la spire sera nulle. Par conséquent, il n'y aurait pas de courant induit dans la spire. Le couple de forces va s'annuler et la spire va ainsi s'arrêter. Le flux sera de nouveau variable et la spire va démarrer et ainsi de suite. La vitesse de la spire sera obligatoirement différente de celle de l'aimant.

La vitesse de la spire est elle constante ou variable dans le temps ?

La vitesse de la spire ne peut pas être variable dans le temps, sinon le courant induit sera de fréquence et d'amplitude variables. Le couple de forces deviendra ainsi variable. La loi de LENZ ne sera pas ainsi vérifiée.

La vitesse de la spire est constante et ne peut être supérieure à celle de l'aimant. Nous disons que la spire n'est pas synchronisée avec l'aimant. D'où le nom de moteur asynchrone.

Désignons par  $q$  l'angle formé par un axe ( $\vec{B}$ ) et l'axe de la spire (axe perpendiculaire à la surface de la spire).

$$\theta(t) = \Omega_{cs}t - \Omega_r t = (\Omega_{cs} - \Omega_r)t$$

Le flux dans la spire s'exprime par :  $\Phi = BS \cos(\theta(t))$

La FEM induite dans la spire s'exprime à son tour par :

$$e_r(t) = - \frac{d\Phi(t)}{dt} = BS (\Omega_{cs} - \Omega_r) \sin(\Omega_{cs} - \Omega_r)t$$

Le courant induit dans la spire est aussi sinusoïdal et de pulsation  $(\Omega_{cs} - \Omega_r)$ .

Posons :  $g = \frac{\Omega_{cs} - \Omega_r}{\Omega_{cs}}$

Cette quantité sans dimensions exprime le glissement de la spire par rapport à l'aimant ; on l'appelle glissement .

La pulsation de la FEM induite et du courant induit est alors  $g\Omega_{cs}$ .

### IV. CONSTITUTION D'UN MOTEUR ASYNCHRONE

Comme toute autre machine tournante, le moteur asynchrone comporte deux organes essentiels :

#### IV.1 Le stator

c'est un anneau de tôles (feuilletées) encoché portant un enroulement triphasé analogue à celui de l'alternateur. Cet enroulement sera alimenté par un système de tensions triphasé créant le champ inducteur tournant (création de pôles fictifs). Il remplace l'aimant dans le schéma de principe décrit dans le paragraphe II.

#### IV.2 Le rotor

C'est un cylindre de tôles encoché (feuilleté) et centré sur le stator. Il porte un enroulement polyphasé qui sera fermé pendant son fonctionnement. Cet enroulement remplace la spire dans le schéma de principe décrit dans le paragraphe II. Le rotor bobiné peut être remplacé par un rotor en "court-circuit"(cage d'écureuil). Les deux enroulements stator et rotor doivent avoir le même nombre de pôles.

#### IV.3 Champs rotorique et statorique fondamentaux

On désigne par :

$\omega_s$  : pulsation des courants statoriques (c'est la pulsation  $\omega$ ).

$\omega_r$  : pulsation des courants rotoriques.

$\Omega_{cs}$  : vitesse du champ statorique par rapport au stator, avec  $\Omega_{cs} = \frac{\omega_s}{p}$  (expression vue précédemment)  $\square$ .

$\Omega_{cr}$  : vitesse du champ rotorique par rapport au rotor, avec  $\Omega_{cr} = \frac{\omega_r}{p}$   $\square$ .

$\Omega_r$  : vitesse du rotor par rapport au stator .

On a défini le glissement par :  $g = \frac{\Omega_{cs} - \Omega_r}{\Omega_{cs}}$   $\square = \frac{\omega_s/p - \omega_r/p}{\omega_s/p}$   $\square = \frac{\omega_s - \omega_r}{\omega_s}$   $\square$

Le champ statorique  $\square \text{EQ } \omega(B; \text{S}^8(\emptyset)) \square_{1s}$  tourne par rapport au rotor à la vitesse :  $\Omega_{cs} - \Omega_r = g\Omega_{cs}$  .

Comme le rotor a p paires de pôles et qu'il reçoit un champ  $\square \text{EQ } \omega(B; \text{S}^8(\emptyset)) \square_{1s}$  variable à la vitesse  $g\Omega_{cs}$  ; la FEM dans une phase rotorique sera à la pulsation  $\omega_r = pg\Omega_{cs} = pg \square \text{EQ } \omega_s/p \square = g\omega_s$ .

La pulsation des courants rotoriques qui est égale à celle de la FEM rotorique sera :  $\square \text{EQ } \omega_r = g\omega_s \square$

La vitesse du champ rotorique  $\square \text{EQ } \omega(B; \text{S}^8(\emptyset)) \square_r$  est alors, par rapport au rotor :  $\Omega_{cr} = \frac{\omega_r}{p} = g\Omega_{cs}$ .

Par conséquent le champ rotorique tourne par rapport à une référence spatiale fixe (le stator) à la vitesse :  $\Omega_{cr} + \Omega_r = g\Omega_{cs} + \Omega_r = \Omega_{cs}$

$\square$

*Fig.IV.1: Représentation des champs rotorique et statorique.*

Les champs statorique et rotorique tournent à la même vitesse  $\Omega_{cs}$  par rapport au stator et dans le même sens.

Le même raisonnement montre que ces deux mêmes champs tournent par rapport au rotor à la même vitesse  $g\Omega_{cs}$  et dans le même sens.

## V. FONCTIONNEMENT A VIDE

Il existe deux types de fonctionnement à vide, en effet :

a -Si on ouvre le rotor et on alimente le stator, le moteur reste à l'arrêt, on parle alors de fonctionnement à vide idéal.

b -Si on ferme le rotor et on alimente le stator sans connecter une charge, la machine démarre mais reste à vide: on parle alors de fonctionnement à vide réel.

### V.1 Fonctionnement à vide idéal

Le schéma de fonctionnement est le suivant :

□

*Fig.V.1: Fonctionnement à vide idéal d'un moteur asynchrone.*

Dans cette situation la machine est équivalente à un transformateur triphasé fonctionnant à vide. Théoriquement le stator n'est soumis à aucun couple puisque son enroulement n'est parcouru par aucun courant.

Si on désigne par :

$E_s$  : La FEM d'une phase statorique

$E_r$  : La FEM d'une phase rotorique

$K_s$  et  $K_r$  les coefficients de bobinage respectivement du stator et du rotor.

$N_s$  et  $N_r$  le nombre de conducteurs en série par phase respectivement du stator et du rotor.

La relation de Boucherot reste valable.

$$E_s = \sqrt{2} \sqrt{2} K_s N_s f_s \Phi \text{ et } E_r = \sqrt{2} \sqrt{2} K_r N_r f_s \Phi \quad \square$$

$\Phi$  étant le flux utile commun au stator et au rotor.

$f_s$  étant la fréquence de la tension du stator et de la FEM induite au rotor.

On définit le rapport de transformation par :  $m = \sqrt{2} \sqrt{2} (E_s; E_r) \quad \square = \sqrt{2} \sqrt{2} (K_s N_s; K_r N_r) \quad \square$

Le courant absorbé par le stator sert en grande partie à magnétiser le circuit magnétique.

L'équation de fonctionnement par phase s'écrit sous la forme :

$$\sqrt{2} \sqrt{2} (V) \quad \square_s = R_s \sqrt{2} \sqrt{2} (I) \quad \square_{so} + jL_s \omega_s \sqrt{2} \sqrt{2} (I) \quad \square_{so} - \sqrt{2} \sqrt{2} (E) \quad \square_s$$

$R_s$  et  $L_s \omega_s$  sont respectivement la résistance et la réactance de fuite du stator. L'équation précédente peut s'écrire sous la forme :

$$\sqrt{2} \sqrt{2} (V) \quad \square_s = R_s \sqrt{2} \sqrt{2} (I) \quad \square_{so} + j\mathcal{L}_s \omega_s \sqrt{2} \sqrt{2} (I) \quad \square_{so}$$

$\mathcal{L}_s$  est appelée "inductance cyclique".

Si on néglige la chute ohmique  $R_s \sqrt{2} \sqrt{2} (I) \quad \square_{so}$  devant  $\mathcal{L}_s \omega_s \sqrt{2} \sqrt{2} (I) \quad \square_{so}$  (ce qui est généralement valable), on aura :

$\vartheta_s = \frac{j\mathcal{F}_s \omega_s}{\mathcal{F}_s \omega_s} \vartheta_{so}$  soit encore  $\vartheta_s = \frac{\mathcal{F}_s \omega_s}{\mathcal{F}_s \omega_s} \vartheta_{so} = \frac{\mathcal{F}_s \omega_s}{\mathcal{F}_s \omega_s} \vartheta_{so}$   
 $\frac{\mathcal{F}_s \omega_s}{\mathcal{F}_s \omega_s} \vartheta_{so} = \frac{\mathcal{F}_s \omega_s}{\mathcal{F}_s \omega_s} \vartheta_{so}$   
 $\frac{\mathcal{F}_s \omega_s}{\mathcal{F}_s \omega_s} \vartheta_{so} = \frac{\mathcal{F}_s \omega_s}{\mathcal{F}_s \omega_s} \vartheta_{so}$   
 En posant  $\vartheta_s = \frac{\mathcal{F}_s \omega_s}{\mathcal{F}_s \omega_s} \vartheta_{so}$  on aura  $\vartheta_s = \frac{\mathcal{F}_s \omega_s}{\mathcal{F}_s \omega_s} \vartheta_{so}$   
 $\vartheta_s = \frac{\mathcal{F}_s \omega_s}{\mathcal{F}_s \omega_s} \vartheta_{so} = \frac{\mathcal{F}_s \omega_s}{\mathcal{F}_s \omega_s} \vartheta_{so}$   
 D'où  $\frac{\mathcal{F}_s \omega_s}{\mathcal{F}_s \omega_s} \vartheta_{so} = \frac{\mathcal{F}_s \omega_s}{\mathcal{F}_s \omega_s} \vartheta_{so}$   
 $\frac{\mathcal{F}_s \omega_s}{\mathcal{F}_s \omega_s} \vartheta_{so} = \frac{\mathcal{F}_s \omega_s}{\mathcal{F}_s \omega_s} \vartheta_{so}$   
 $\vartheta_s = \frac{\mathcal{F}_s \omega_s}{\mathcal{F}_s \omega_s} \vartheta_{so}$  est appelé "coefficient d'Hopkinson" du stator.

## V.2 Fonctionnement à vide réel

Le schéma de fonctionnement est le suivant :

□

*Fig.V.2 : Fonctionnement à vide réel d'un moteur asynchrone.*

Le stator absorbe un courant légèrement supérieur à celui qu'il absorbait pendant le fonctionnement à vide idéal .Le courant rotorique est faible par rapport à sa valeur normale puisqu'il servait uniquement à créer le couple nécessaire pour vaincre l'inertie de la masse tournante. Le couple résistant étant nul, le moteur tourne à une vitesse proche de celle du champ et le glissement est alors très faible. Pratiquement le glissement est considéré nul. La relation de Boucherot liant les FEM au flux magnétique devient alors.

$$E_s = \frac{\mathcal{F}_s \omega_s}{\mathcal{F}_s \omega_s} K_s N_s f_s \Phi \text{ et } E_r = \frac{\mathcal{F}_r \omega_r}{\mathcal{F}_r \omega_r} K_r N_r g f_s \Phi \quad \text{et}$$

$$m' = \frac{\mathcal{F}_s \omega_s}{\mathcal{F}_s \omega_s} \frac{\mathcal{F}_r \omega_r}{\mathcal{F}_r \omega_r} = \frac{\mathcal{F}_s \omega_s}{\mathcal{F}_s \omega_s} \frac{\mathcal{F}_r \omega_r}{\mathcal{F}_r \omega_r}$$

Vu que le glissement est très faible, le rapport de transformation pendant ce régime est élevé, ce qui revient à dire que la FEM rotorique diminue énormément dès que la machine prend de la vitesse.

## V.3 Bilan énergétique lors du fonctionnement à vide

Pour le fonctionnement à vide idéal, la puissance absorbée par le moteur compense les pertes Joule statorique et pertes fer.

Pour le fonctionnement à vide réel, la puissance consommée par le moteur compense les pertes Joule statorique et rotorique, les pertes fer ainsi que les pertes mécaniques.

# VI. FONCTIONNEMENT EN CHARGE

## VI.1 Les équations de fonctionnement en charge

$R_s$  et  $L_s$  : résistance et inductance de fuite du stator.

$R_r$  et  $L_r$  : résistance et inductance de fuite du rotor.

$\omega_s$  : pulsation des courants statoriques.

$\omega_r$  : pulsation des courants rotoriques.

$g$  : glissement ;  $\omega_r = g\omega_s$ .

$V_s$ ,  $E_s$ ,  $I_s$  : tension, FEM et courant d'une phase statorique.

$E_r, I_r$  : FEM et courant d'une phase rotorique.

Pour le stator:  $\square_{EQ} \backslash X \backslash TO(V) \square_s = - \square_{EQ} \backslash X \backslash TO(E) \square_s + R_s \square_{EQ} \backslash X \backslash TO(I) \square_s$

pour le rotor:  $\square_{EQ} \backslash X \backslash TO(E) \square_r = R_r \square_{EQ} \backslash X \backslash TO(I) \square_r$

Les FEM  $\square_{EQ} \backslash X \backslash TO(E) \square_s$  et  $\square_{EQ} \backslash X \backslash TO(E) \square_r$  sont dues au flux total, c'est à dire au flux utile et au flux de fuite.

$\square_{EQ} \backslash X \backslash TO(E) \square_s = \square_{EQ} \backslash X \backslash TO(E) \square_{su} + \square_{EQ} \backslash X \backslash TO(E) \square_{sf}$  et  $\square_{EQ} \backslash X \backslash TO(E) \square_r = \square_{EQ} \backslash X \backslash TO(E) \square_{ru} + \square_{EQ} \backslash X \backslash TO(E) \square_{rf}$

$\square_{EQ} \backslash X \backslash TO(E) \square_{su} = -j\omega_s N'_s \square_{EQ} \backslash X \backslash TO(\Phi)_u \quad \backslash X \backslash TO(E)_{sf} = -j\omega_s L_s \backslash X \backslash TO(I)_s$

$\square_{EQ} \backslash X \backslash TO(E) \square_{ru} = -j\omega_r N'_r \square_{EQ} \backslash X \backslash TO(\Phi)_u \quad \backslash X \backslash TO(E)_{rf} = -j\omega_r L_r \backslash X \backslash TO(I)_r$

Par conséquent :

$\square_{EQ} \backslash X \backslash TO(V) \square_s = - \square_{EQ} \backslash X \backslash TO(E) \square_{su} + (R_s + j\omega_s L_s) \square_{EQ} \backslash X \backslash TO(I) \square_s$

(stator)

$\square_{EQ} \backslash X \backslash TO(E) \square_{ru} = (R_r + j\omega_r L_r) \square_{EQ} \backslash X \backslash TO(I) \square_r$  (rotor)

L'équation des forces magnétomotrices s'écrit sous la forme :

$N_s \square_{EQ} \backslash X \backslash TO(I) \square_s + N_r \square_{EQ} \backslash X \backslash TO(I) \square_r = N_s \square_{EQ} \backslash X \backslash TO(I) \square_{so}$

$\square_{EQ} \backslash X \backslash TO(I) \square_s + \square_{EQ} \backslash S \backslash DO2(\backslash F(1;m)) \backslash X \backslash TO(I) \square_r = \square_{EQ} \backslash X \backslash TO(I) \square_{so}$

(avec  $K_s = K_r$ )

## VI.2 Equations du rotor ramené au stator

En divisant l'équation des tensions du rotor par le paramètre  $g$ , on aura :

$\square_{EQ} \backslash S \backslash DO2(\backslash F(\backslash X \backslash TO(E)_{ru};g)) \square_r = (\square_{EQ} \backslash S \backslash DO2(\backslash F(R_r;g)) \square_r + j\omega_s L_r) \square_{EQ} \backslash X \backslash TO(I) \square_r$

Mais comme  $\square_{EQ} \backslash X \backslash TO(E) \square_{ru} = \square_{EQ} \backslash S \backslash DO2(\backslash F(g;m)) \backslash X \backslash TO(E) \square_{su} \Rightarrow \square_{EQ} \backslash S \backslash DO2(\backslash F(\backslash X \backslash TO(E)_{su};m)) \square_r = (\square_{EQ} \backslash S \backslash DO2(\backslash F(R_r;g)) \square_r + j\omega_s L_r) \square_{EQ} \backslash X \backslash TO(I) \square_r$

En remplaçant  $\square_{EQ} \backslash X \backslash TO(I) \square_r$  par  $m(\square_{EQ} \backslash X \backslash TO(I) \square_{so} - \square_{EQ} \backslash X \backslash TO(I) \square_s)$  on obtient :

$\square_{EQ} \backslash X \backslash TO(E) \square_{su} = m^2(\square_{EQ} \backslash S \backslash DO2(\backslash F(R_r;g)) \square_r + j\omega_s L_r)(\square_{EQ} \backslash X \backslash TO(I) \square_{so} - \square_{EQ} \backslash X \backslash TO(I) \square_s)$

ou encore :  $-\square_{EQ} \backslash X \backslash TO(E) \square_{su} = m^2(\square_{EQ} \backslash S \backslash DO2(\backslash F(R_r;g)) \square_r + j\omega_s L_r)(\square_{EQ} \backslash X \backslash TO(I) \square_s - \square_{EQ} \backslash X \backslash TO(I) \square_{so})$

C'est l'équation du rotor ramené au stator.

## VI.3 Schéma équivalent

On rappelle les équations fondamentales :

$\square_{EQ} \backslash B \backslash LC\{\backslash A \backslash CO1(\backslash X \backslash TO(V)_s = - \backslash X \backslash TO(E)_{su} + (R_s + j\omega_s L_s) \backslash X \backslash TO(I)_s ; - \backslash X \backslash TO(E)_{su} = m^2(\backslash S \backslash DO2(\backslash F(R_r;g)) + j\omega_s L_r)(\backslash X \backslash TO(I)_s - \backslash X \backslash TO(I)_{so}); \backslash X \backslash TO(I)_s + \backslash S \backslash DO2(\backslash F(1;m)) \backslash X \backslash TO(I)_r = \backslash X \backslash TO(I)_{so} ) \square$

Ces 3 équations conduisent au schéma équivalent suivant :

$\square$

*Fig.VI.1 : Schéma équivalent (1° variante)*

Les points A et A' d'une part et B et B' d'autre part sont au même potentiel, donc on peut les relier respectivement. On obtient alors le schéma équivalent final .

$\square$

**Fig.VI.2 : Schéma équivalent (2<sup>o</sup>variante).**

$R_f$  : résistance qui tient compte des pertes fer,

$X_m$  : réactance d'auto-induction de la phase du stator due au flux fondamental (elle schématise l'aimantation).

La résistance  $\square EQ \S\DO2(\F(m^2R_r;g))$   $\square$  peut être décomposée en deux éléments :  $m^2R_r + m^2R_r(\square EQ \S\DO2(\F(1-g;g)) \square)$ . En faisant apparaître une résistance variable avec  $g$ , ce qui conduit au schéma équivalent suivant :

$\square$

**Fig.VI.3 : Schéma équivalent (3<sup>o</sup>variante).**

#### VI.4 Bilan énergétique

Le bilan énergétique de la machine peut être déterminé à partir de son schéma équivalent :

Au niveau du stator :

Soit  $P_s$  : la puissance d'entrée de la machine.

\*  $P_s = 3V_s I_s \cos \phi_s$  : cette puissance est fournie par la source d'alimentation du moteur.

\*  $P_{js} = 3R_s I^2$   $\square EQ \S(2;s) \square$  : pertes Joule dans le stator (représentées par  $R_s$ ).

\*  $P_{fs}$  : pertes fer dans le stator : cette perte dépend de la fréquence, de la tension du stator (représentées par  $R_f$ ).

\* Le reste  $P_{tr} = P_s - P_{js} - P_{fs}$  : est la puissance transmise au rotor ou encore transformée dans l'entrefer.

Au niveau du rotor :

\* Pertes Joule dans le rotor (représentées par  $R_r$ ) :  $P_{jr} = 3R_r I^2$   $\square EQ \S(2;r) \square$

\* Pertes fer dans le rotor : généralement négligeable du fait que la fréquence rotorique est faible, ( $P_{fr}$ ).

\* Le reste  $P_{em} = P_{tr} - P_{jr} - P_{fr}$  est la puissance transmise sur l'arbre du moteur ou encore puissance électromagnétique.

\* Les pertes mécaniques: Dépendent de la vitesse (considérées constantes) :  $P_{rot}$  (rotationnelles).

\* Le reste :  $P_{mu} = P_{em} - P_{rot}$  : est la puissance mécanique utile.

L'ensemble est résumé par l'organigramme de la figure VI.4.

$\square$

**Fig.VI.4 : Bilan énergétique.**

#### VI.5 Remarques

a - Comme les pertes fer du rotor sont considérées nulles, la puissance transmise au rotor (ou encore transformée dans l'entrefer) équilibre les pertes Joule rotor et la puissance électromagnétique :  $P_{tr} = P_{jr} + P_{em}$ .

$\square$

**Fig.VI.5 : Organigramme du bilan énergétique simplifié.**

b - Comme les pertes fer du stator et les pertes rotationnelles sont à peu près constantes, ces pertes sont rassemblées dans un seul bloc "pertes constantes". Dans une première approche, la puissance électromagnétique équilibre la puissance mécanique utile.  $P_{em} = P_{mu}$ . Cette puissance est représentée par la résistance  $\square EQ \S\DO2(\F(m^2R_r(1-g);g))$

$\square$ . On a alors :

$$P_{em} = P_{mu} = 3 \square EQ \S\DO2(\F(m^2R_r(1-g);g)) \square || I_s - I_{so} ||^2$$

$$P_{em} = 3 \cdot EQ \ \S\DO2(\F(m^2 R_r (1-g); g)) \ \S\DO2(\F(I^2 S(2; r); m^2)) \quad \square P_{em} =$$

$$P_{mu} = 3 \cdot EQ \ \S\DO2(\F(R_r (1-g); g)) \quad \square I \ \S(2; r) \quad \square$$

D'où la puissance transmise au rotor:  $P_{tr} = \square EQ \ \S\DO2(\F(3 R_r I^2 S(2; r); g)) \quad \square = \square EQ \ \S\DO2(\F(P_{jr}; g)) \quad \square$

Puissance transmise =  $\square EQ \ \S\DO2(\F(\text{ Pertes Joule rotor; Glissement})) \quad \square$   
 c - Le couple électrique transmis au rotor s'exprime par :  $C_{tr} = \square EQ \ \S\DO2(\F(P_{tr}; \Omega_s)) \quad \square$

Le couple électromagnétique s'exprime par :  $C_{em} = \square EQ \ \S\DO2(\F(P_{em}; \Omega_r)) \quad \square$ ; et devient égal au couple mécanique utile.

d - Le rendement de la machine se définit par :  $\eta = \square EQ \ \S\DO2(\F(\text{Puissance de sortie; Puissance d'entrée})) \quad \square = \square EQ \ \S\DO2(\F(P_{em}; P_s)) \quad \square$

Compte tenu de toutes les remarques, l'organigramme du bilan énergétique aura une forme simplifiée (Fig. VI.5).

## VI.6 Diagramme vectoriel du rotor et variation du courant rotorique

$$\square EQ \ \X\TO(E) \ \square_{su} = m^2 (\square EQ \ \S\DO2(\F(R_r; g)) \ \square + j \omega_s L_r) (\square EQ \ \X\TO(I) \ \square_{so} - \square EQ \ \X\TO(I) \ \square_s)$$

$$\text{soit encore } \square EQ \ \X\TO(E) \ \square_{su} = (\square EQ \ \S\DO2(\F(R_{rp}; g)) \ \square + j X_{rp}) \ \square EQ \ \S\DO2(\F(\X\TO(I)_r; m)) \quad \square$$

$$\text{avec } \square EQ \ \B\LC\{(\A\AL\CO1(R_{rp} = m^2 R_r ; X_{rp} = m^2 \omega_s L_r = m^2 X_r)) \quad \square$$

Ceci se traduit par le diagramme vectoriel de la figure VI.6. Le courant rotorique se calcule à partir de ce diagramme.

$\square$

*Fig. VI.6: Diagramme vectoriel du rotor.*

$$I_r = \square EQ \ \S\DO2(\F(m g E_{su}; \R(R \S(2; rp) + g^2 X \S(2; rp)))) \quad \square = \square EQ \ \S\DO2(\F(g E_{su}; m \R(R \S(2; r) + g^2 X \S(2; r)))) \quad \square = \square EQ \ \S\DO2(\F(E_{ru}; \R(R \S(2; r) + g^2 X \S(2; r)))) \quad \square$$

Le facteur de puissance du rotor est donné par l'expression:

$$\cos \phi_r = \square EQ \ \S\DO2(\F(R_r; \R(R \S(2; r) + g^2 X \S(2; r)))) \quad \square$$

$$g = 0 \Rightarrow I_r = 0, \text{ pour } g = 1 \Rightarrow I_{dr} = \square EQ \ \S\DO2(\F(E_{su}; m \R(R \S(2; r) + X \S(2; r))))$$

$$\square, \text{ si } g \rightarrow \infty \Rightarrow I_{r\infty} = \square EQ \ \S\DO2(\F(E_{su}; m X_r)) \quad \square \approx \square EQ \ \S\DO2(\F(V_s; m X_r)) \quad \square$$

$\square$

*Fig. VI.7: Allure du courant rotorique en fonction du glissement.*

## VI.7 Couple électromagnétique

On a défini le couple électromagnétique par :  $C_{em} = \square EQ \ \S\DO2(\F(P_{em}; \Omega_r)) \quad \square$

$\Omega_r = (1 - g) \Omega_s$  : vitesse du rotor par rapport au stator (vitesse de la machine)

$$C_{em} = \square EQ \ \S\DO2(\F(3 R_r (1-g) I^2 S(2; r); g)) \ \S\DO2(\F(1; (1-g) \Omega_s)) \quad \square \Rightarrow C_{em} = \square EQ \ \S\DO2(\F(3 R_r I^2 S(2; r); g \Omega_s)) \quad \square$$



comme  $P_{tr} = P_{tr}$  (puissance transmise) ; on peut définir le couple transmis par :  $C_{em} = P_{tr} / \Omega_s$  et on aura :  $C_{em} = C_{tr}$

Revenons au couple électromagnétique et remplaçons  $I_r$  par son expression, on obtient :

$$C_{em} = \frac{3R_r g \Omega_s}{\omega_s} \cdot \frac{g^2 E_{su}^2 (R_r^2 + g^2 X_r^2)}{(g E_{su} (R_r^2 + g^2 X_r^2))} = \frac{3R_r m^2 \Omega_s}{\omega_s} \cdot \frac{E_{su}^2 (R_r^2 + g^2 X_r^2)}{(g E_{su} (R_r^2 + g^2 X_r^2))}$$

Comme  $E_{su} \approx V_s$ , on obtient finalement :  $C_{em} = \frac{3V_s^2 m^2 \Omega_s}{\omega_s} \cdot \frac{(R_r^2 + g^2 X_r^2)}{(g (R_r^2 + g^2 X_r^2))}$

En posant  $K = \frac{3V_s^2 m^2 \Omega_s}{\omega_s}$  on obtient :  $C_{em} = K \cdot \frac{(R_r^2 + g^2 X_r^2)}{(g (R_r^2 + g^2 X_r^2))}$

## VI.8 Variation du couple électromagnétique avec le glissement

$C_{em} = K \cdot \frac{(R_r^2 + g^2 X_r^2)}{(g (R_r^2 + g^2 X_r^2))}$  ;  $\frac{dC_{em}}{dg} = 0$ , pour  $g = g_c = \frac{R_r}{X_r}$ , qu'on appelle glissement critique :

Le couple maximum est :  $C_M = \frac{K}{2X_r}$

$C_d = C_{em}$  (pour  $g = 1$ )  $\Rightarrow$  le couple de démarrage est :  $C_d = K \cdot \frac{(R_r^2 + X_r^2)}{(R_r^2 + X_r^2)}$

Fig.VI.8 : représentation du couple électromagnétique en fonction du glissement.

## VI.9 Influence des résistances rotoriques sur le couple de démarrage

On a montré que le couple électromagnétique est maximum pour un glissement critique  $g_c = \frac{R_r}{X_r}$ , et que le couple au démarrage vaut :  $C_d = K \cdot \frac{(R_r^2 + X_r^2)}{(R_r^2 + X_r^2)}$

Supposons maintenant qu'on insère en série avec le rotor un rhéostat triphasé de démarrage  $R_d$  par phase. Le couple de démarrage vaut alors :

$$C'_d = K \cdot \frac{(R_r + R_d)(R_r + R_d)^2 + X_r^2}{(R_r + R_d)^2 + X_r^2}$$

Tandis que le couple maximum reste invariant :  $C_M = \frac{K}{2X_r}$  ; le glissement critique devient  $g'_c = \frac{R_r + R_d}{X_r} > g_c$ .

Pour vérifier si le couple de démarrage a augmenté ou a diminué, calculons la quantité :  $\Delta C = C'_d - C_d$ .

$$C_d = K \cdot \frac{(R_r^2 + X_r^2)}{(R_r^2 + X_r^2)} = K \cdot \frac{(R_r^2 + X_r^2)}{(R_r^2 + X_r^2)}$$

$$C'_d = K \cdot \frac{(R_r + R_d)(R_r + R_d)^2 + X_r^2}{(R_r + R_d)^2 + X_r^2}$$

$$\Delta C = K \cdot \left[ \frac{(R_r + R_d)(R_r + R_d)^2 + X_r^2}{(R_r + R_d)^2 + X_r^2} - \frac{(R_r^2 + X_r^2)}{(R_r^2 + X_r^2)} \right]$$

$$\Delta C = \frac{1}{K} \left( \frac{g'_c + g'_c g^2}{g^2} - g_c - g_c g^2 \right) (1 + g^2) - \frac{1}{K} \left( \frac{g'_c - g_c}{g^2} (1 - g_c g^2) \right) (1 + g^2)$$

Comme  $g'_c - g_c \in \mathbb{O}$ ;  $g_c g^2 \leq 1$ )  $\Rightarrow \Delta C \geq 0$

### Conclusion :

L'insertion des résistances rotoriques fait augmenter le glissement critique et le couple de démarrage mais laisse cependant invariant le couple maximum. Il y a alors possibilité de rendre le couple de démarrage maximum en agissant sur ces résistances. Soit alors  $R_{dc}$  la résistance correspondante :

$$C_d = C_M \Rightarrow K \frac{E \theta}{\omega} \cdot \frac{1}{R_r + R_{dc}} \left( \frac{R_r + R_{dc}}{R_r + R_{dc}} + X \frac{1}{\omega} \right) = \frac{1}{K} \frac{E \theta}{\omega} \frac{1}{R_r + R_{dc}} \left( \frac{R_r + R_{dc}}{R_r + R_{dc}} + X \frac{1}{\omega} \right) = 0$$

$$2X_r R_r + 2X_r R_{dc} - R_r \frac{1}{\omega} - R_r \frac{1}{\omega} - 2R_r R_{dc} - X \frac{1}{\omega} = 0$$

$$-R_r \frac{1}{\omega} + 2(X_r - R_r)R_{dc} + 2X_r R_r - R_r \frac{1}{\omega} - X \frac{1}{\omega} = 0$$

Soit encore :

$$R_r \frac{1}{\omega} + 2(R_r - X_r)R_{dc} + (X_r - R_r)^2 = 0 \Leftrightarrow (X_r - R_r - R_{dc})^2 = 0$$

d'où :  $R_{dc} = X_r - R_r$

$R_{dc}$  est la résistance critique de démarrage qu'il faut prendre pour que le couple de démarrage soit égal au couple maximum.

Ou bien plus simplement  $\frac{1}{K} \frac{E \theta}{\omega} \frac{1}{R_r + R_{dc}} = 1 \Rightarrow R_{dc} = X_r - R_r$

□

*Fig.VI.9 : Allures du couple électromagnétique en fonction du glissement pour différentes valeurs de la résistance critique de démarrage.*

## VII. DIAGRAMME D'ADMITTANCE ET DU COURANT

On représente la machine par une impédance équivalente  $Z_e$  qui, alimentée par la tension  $V_s$  absorbera le courant  $I_s$ .

□ 

*Fig.VII.1 : Représentation du moteur asynchrone par une admittance équivalente.*

$V_s = Z_e I_s$  soit encore la relation duale:  $I_s = Y_e V_s$

$Y_e$  est l'admittance équivalente.

On prendra  $V_s$  comme référence. Le courant  $I_s$  est proportionnel à l'admittance équivalente ; le diagramme de l'admittance représente alors le diagramme du courant.

### VII.1 Hypothèse

Si l'on néglige  $(R_s + j\omega L_s) I_s$  devant  $V_s$  on peut adopter le schéma suivant :

□

*Fig.VII-2 : Schéma équivalent d'un moteur asynchrone.*

Posons  $Z_f = R_s + m^2 \frac{R_r}{g} = R'_p; \omega_s L_r = X_r; X_s + m^2 X_r = X_p; \omega_s L_s = X_s)$

Nous aurons le schéma équivalent amélioré.

**Fig. VII.3 : Schéma équivalent amélioré d'un moteur asynchrone.**

## VII.2 Calcul de l'admittance équivalente

Rappel : dipôle équivalent série - parallèle.

**Fig. V.II.4 : Transformation série/parallèle.**

L'équivalence entre les deux dipôles donne :  $R_2 = X_1 + X_2$  et  $X_2 = X_1 + X_2$ .

**Fig. VII.5 : Transformation de  $R'_p$  et  $X_p$ .**

Le schéma équivalent de la figure VII.3 devient :

**Fig. VII.6 : Schéma équivalent après transformation.**

On a :  $Z_f = R_f + jX_m$   
 Posons :  $Y_f = G_f + jB_f = \frac{1}{R_f} - j \frac{1}{X_m}$ ; c'est l'admittance du fer.  
 $Y_r = G_r + jB_r = \frac{1}{R'_p + jX_p} - j \frac{1}{X_p}$ ; c'est l'admittance du rotor. On en déduit :  
 $G_r = -\frac{R'_p}{X_p^2} \Rightarrow R'_p = -X_p \frac{G_r}{G_r^2 + B_r^2}$   
 $B_r = -\frac{X_p}{R'_p + jX_p} \Rightarrow 1 + \frac{X_p}{R'_p + jX_p} = 0$

Soit encore  $X_p(B_r + G_r) + B_r = 0$  ou  $B_r + G_r = -\frac{B_r X_p}{X_p + jB_r}$

$(B_r + \frac{1}{2X_p})^2 + G_r^2 = 0$ , donc  $G_r = -\frac{1}{2X_p} \frac{B_r^2 + G_r^2}{B_r + \frac{1}{2X_p}}$

Dans le plan complexe (réel, imaginaire) =  $(G_r, B_r)$ , la fonction  $G_r = f(B_r)$  décrit un cercle de centre  $(-\frac{1}{2X_p}, 0)$  et de rayon  $\frac{1}{2X_p}$ .

**Fig. VII.7 : Représentation de  $G_r = f(B_r)$ .**

On fait intervenir l'admittance du fer  $Y_m$  qui est constante.

$$\begin{aligned} \frac{1}{Z_e} &= \frac{1}{R_f} + \frac{1}{X_m} \\ \frac{1}{R_p R_s + X_s(2;p)} + \frac{1}{X_s(2;p)} &\Leftrightarrow Y_e = Y_m + Y_r \\ Y_e &= \left[ \frac{1}{R_f} + \frac{1}{R_p R_s + X_s(2;p)} \right] - j \left[ \frac{1}{X_m} + \frac{1}{X_p R_s + X_s(2;p)} \right] \Leftrightarrow Y_e = G_e - jB_e \end{aligned}$$

□

**Fig.VII.8 : Représentation de  $G_e = f(B_e)$ .**

Dans le but de simplifier la représentation, nous utilisons le plan  $(-B_e, G_e)$ .

□

**Fig.VII.9 : Lieu de l'extrémité du vecteur  $Y_e$ .**

La relation duale  $I_s = V_s Y_e$  (cas où la tension  $V_s$  est prise comme référence) montre que l'extrémité du vecteur courant  $I_s$  décrit aussi un cercle dans le plan complexe quand le glissement varie.

## VIII. TRACE ET EXPLOITATION DU DIAGRAMME CIRCULAIRE DU COURANT:

### VIII.1 Tracé expérimental du diagramme circulaire du courant

a - Essai à vide réel :

Pendant cet essai, on prélève à tension statorique nominale, la puissance absorbée ainsi que le courant appelé ;  $P_o$  et  $I_{s0}$ .

\* On en déduit le facteur de puissance à vide :  $\cos\phi_o = \frac{P_o}{\sqrt{3}U_s I_{s0}}$

□

\* Le glissement correspondant est pris pratiquement nul.

\* On peut aussi calculer la résistance équivalente du fer ( on néglige les pertes Joule).

$$R_f = \frac{P_o}{3I_{s0}^2} \quad \text{□ par phase (couplage étoile)}$$

$$R_f = \frac{P_o}{3I_{s0}^2} \quad \text{□ par phase (couplage triangle)}$$

On peut en déduire à partir de cet essai la puissance réactive :  $Q_o = P_o \tan\phi_o$ . On calcule ensuite la réactance équivalente au fer.

$$X_m = \frac{Q_o}{3I_{s0}^2} \quad \text{□ par phase (couplage étoile)}$$

$$X_m = \frac{Q_o}{3I_{s0}^2} \quad \text{□ par phase (couplage triangle)}$$

b - Essai à rotor bloqué :

On bloque le rotor de la machine par un frein ou même manuellement. On fait augmenter lentement la tension d'alimentation jusqu'à ce que le courant statorique appelé par la machine soit nominal. On note alors la valeur de la tension statorique qu'on désigne par  $U_{scen}$  et qu'on appelle tension de court-circuit nominale. Cette tension est généralement faible devant la tension nominale:  $U_{scen} \leq 10\% U_{sn}$ .

\* Les pertes fer sont proportionnelles au carré de la tension d'alimentation. Elles seront alors négligées.

\* La puissance mécanique de sortie est nulle (rotor bloqué).

\* La puissance absorbée par la machine est alors égale uniquement aux pertes Joule (rotor et stator).

\* La machine est équivalente alors à un transformateur en régime de court-circuit .

Notons par  $P_{ccn}$  la puissance absorbée pendant ce régime de fonctionnement.

$P_{ccn} = P_{j \text{ stator}} + P_{j \text{ rotor}}$  ou encore  $P_{ccn} = 3(R_s I_{sn}^2 + R_r I_{rn}^2)$  puisque les courants sont nominaux.

Dans le cas où on peut négliger le courant statorique à vide devant le courant nominal on aura :

$$I_{sn} \approx E \cdot \frac{1}{R_s + m^2 R_r} \quad \therefore X_{RI}(\text{S}(\text{DO}2(\text{F}(\text{X}(\text{TO}(\text{I}_{rn}; m))))$$

$$\Rightarrow P_{cc} = 3(R_s + m^2 R_r) I_{sn}^2, \text{ donc } P_{cc} = 3R_p I_{sn}^2$$

L'essai à rotor bloqué nous permet alors de déterminer la résistance  $R_p$  et le facteur de puissance  $\cos\phi_{cc}$  pour ce régime.

$$R_p = \frac{E^2}{3 P_{cc}} \quad \text{et } \cos\phi_{cc} = \frac{E}{\sqrt{3 P_{cc} R_p}}$$

$$\therefore \sqrt{3 P_{cc} R_p} = U_{sc} I_{sn}$$

Le glissement correspondant à ce régime vaut 1, puisque le rotor est à l'arrêt.

c - Tracé du cercle des courants :

1°) On trace les deux axes (réel, imaginaire)

2°) On choisit une échelle.

3°) A partir de l'axe réel on construit les deux angles  $\phi_o$  et  $\phi_{cc}$  délimités respectivement par les deux axes  $o(oz_o; \text{S}(\text{UP}8(\emptyset)))$  ;  $o(oz_c; \text{S}(\text{UP}8(\emptyset)))$ .

4°) \* Sur l'axe  $o(oz_o; \text{S}(\text{UP}8(\emptyset)))$ , on construit à partir de o, un vecteur de module égal à  $I_{so}$ .

\* Sur l'axe  $o(oz_c; \text{S}(\text{UP}8(\emptyset)))$ ; on construit à partir de o, un vecteur de module égal  $\sqrt{U_{sn} U_{sc}}$   $I_{sn} = I'_{sn}$ .

□

**Fig.VIII.1 : Représentation de  $I_{so}$  et  $I'_{sn}$ .**

Le point  $M_o$  extrémité du vecteur  $I_{so}$  correspond à un glissement  $g \approx 0$ .

Le point  $M_1$  extrémité du vecteur  $I'_{sn}$  correspond à un glissement  $g = 1$ .

□

**Fig.VIII.2 : Tracé du cercle des courants.**

5°) A partir de  $M_o$  on mène une droite parallèle à l'axe O-I, soit  $o(M_o S; \text{S}(\text{UP}8(\emptyset)))$

□

\* Joignant  $M_o$  et  $M_1$  par une droite .

\* La médiatrice du segment  $M_o M_1$  coupe la droite  $(M_o S)$  exactement au centre du cercle. Soit C ce centre .

\* On trace un cercle de centre C et de rayon  $M_o C$  par exemple.

## VIII.2 Exploitation du diagramme circulaire

Pour n'importe quel point de fonctionnement, le diagramme circulaire du courant peut être exploité pour établir le bilan énergétique, et pour en déduire toute autre grandeur électrique liée à ce point de fonctionnement. Le diagramme circulaire complet est reproduit sur la figure (25).

□

**Fig.VIII.3 : Exploitation du diagramme du cercle.**

\* Essai à vide : ( $g = 0$ )

Le segment  $\square EQ \backslash X \backslash TO(M_0H)$   $\square = \square EQ \backslash X \backslash TO(I) \square_{s_0} \cos \varphi_0$  représente les pertes fer.

En effet, si on néglige les pertes Joule à vide, on a :  $P_f = U_{sn} I_{s_0} \cos \varphi_0 \Rightarrow \square EQ$

$\backslash X \backslash TO(M_0H) \square = \square E\Theta \therefore S \backslash DO 2(\backslash F(P_f; U_{sn})) \square$

\* Essai à rotor bloqué : ( $g = 1$ )

Si on alimente le stator sous sa pleine tension  $U_s = U_{sn}$  et on bloque le rotor, la machine absorbe le courant:  $I'_{sn} = m' I_{sn}$  avec  $m' = \square E\Theta \therefore S \backslash DO 2(\backslash F(U_{sn}; U_{ccn})) \square$ .

La puissance absorbée compense les pertes fer et les pertes Joule à courant  $I'_{sn}$ . Le segment  $\square EQ \backslash X \backslash TO(M_1H_1) \square = I'_{sn} \cos \varphi_{cc}$ , représente la puissance absorbée. En effet,  $P = U_{sn} I'_{sn} \cos \varphi_{cc}$ .

$\square EQ \backslash X \backslash TO(H_2H_1) \square = \square EQ \backslash X \backslash TO(M_0H) \square$ , représente les pertes fer.

$\square EQ \backslash X \backslash TO(H_2M_1) \square$ : représente les pertes Joule à  $I'_{sn}$ .

$\square EQ \backslash X \backslash TO(H_2M_1) \square = R_p I \square EQ \backslash S(2; sn) \square = (R_s + m^2 R_r) I \square EQ \backslash S(2; sn)$  (en négligeant  $I_{s_0}$  devant  $I_s$ )  $\square$ .

Désignons par :  $\square EQ \backslash X \backslash TO(H_2H_3) \square$  les pertes Joule stator et  $\square EQ \backslash X \backslash TO(H_3M_1) \square$

$\square$  les pertes Joule rotor.

$\square E\Theta \therefore S \backslash DO 2(\backslash F(P'_{js}; P'_{js} + P'_{jr})) \square = \square E\Theta$

$\therefore S \backslash DO 2(\backslash F(\backslash X \backslash TO(H_2H_3); \backslash X \backslash TO(H_2M_1))) \square = \square E\Theta$

$\therefore S \backslash DO 2(\backslash F(R_s m'^2 I S(2; sn); (R_s + m^2 R_r) m'^2 I S(2; sn))) \square = \square E\Theta$

$\therefore S \backslash DO 2(\backslash F(R_s; R_s + m^2 R_r)) \square = \square E\Theta \therefore S \backslash DO 2(\backslash F(R_s; R_p)) \square$

Le segment  $\square EQ \backslash X \backslash TO(H_2H_3) \square$  est alors déterminé par :  $\square EQ \backslash X \backslash TO(H_2H_3) \square = \square EQ$

$\backslash X \backslash TO(H_2M_1) \backslash S \backslash DO 2(\backslash F(R_s; R_p)) \square \Rightarrow$  le point  $H_3$  est alors bien déterminé.

\* Un point de fonctionnement quelconque: ( $0 < g < 1$ )

Supposons maintenant qu'on donne pour un point de fonctionnement, la valeur du courant actif absorbé par le stator de la machine.

Apportons cette valeur sur l'axe des réels, soit OA.

A partir de A menons une droite parallèle à OH. M est alors le point de fonctionnement cherché.

\* Le segment  $\square EQ \backslash X \backslash TO(OM) \square$  représente le courant absorbé par le stator ( $\square EQ \backslash X \backslash TO(I) \square_s$ ).

\* L'angle formé par l'axe des réels et  $\square EQ \backslash X \backslash TO(I) \square_s$  est le déphasage entre la tension statorique  $\square EQ \backslash X \backslash TO(I) \square_s$ .

\* Le segment  $\square EQ \backslash X \backslash TO(M_0M) \square$  représente le courant rotorique  $\square EQ \backslash X \backslash TO(I) \square_r$  (au rapport m près)

\* Le segment  $\square EQ \backslash X \backslash TO(MM_4) \square = I_s \cos \varphi_s$  représente la puissance globale absorbée par la machine.

$\square EQ \backslash X \backslash TO(M_3M_4) \square$ : Pertes fer.

$\square EQ \backslash X \backslash TO(M_3N) \square$ : Pertes Joule stator.

$\square EQ \backslash X \backslash TO(M_2N) \square$ : Pertes Joule rotor.

$\square EQ \backslash X \backslash TO(MM_2) \square = \square EQ \backslash X \backslash TO(MM_4) \square - \square EQ \backslash X \backslash TO(M_4M_3) \square - \square EQ$

$\backslash X \backslash TO(M_3N) \square - \square EQ \backslash X \backslash TO(NM_2) \square$ : représente alors la puissance utile  $\Rightarrow$  la droite

$\square EQ \backslash X \backslash TO(M_0M_1) \square$  est alors appelée "droite de puissance utile".

Le segment  $\square \text{EQ } \backslash\text{X}\backslash\text{TO}(\text{MN}) \square$  représente la puissance active au transmise au rotor puisque :

$$\square \text{EQ } \backslash\text{X}\backslash\text{TO}(\text{MN}) \square = \square \text{EQ } \backslash\text{X}\backslash\text{TO}(\text{MM}_4) \square - \square \text{EQ } \backslash\text{X}\backslash\text{TO}(\text{M}_4\text{N}_3) \square - \square \text{EQ } \backslash\text{X}\backslash\text{TO}(\text{M}_3\text{N}) \square$$

$$\begin{matrix} \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ \square \text{EQ } \backslash\text{X}\backslash\text{TO}(\text{MN}) \square = P & - & P_f & - & P_{js} = P_{tr} \end{matrix}$$

Comme  $P_{tr} = \Omega_s C_{tr} = \Omega_s C_{em}$ ,  $\square \text{EQ } \backslash\text{X}\backslash\text{TO}(\text{MN}) \square$  représente alors le couple.

La droite  $\square \text{EQ } \backslash\text{X}\backslash\text{TO}(\text{M}_0\text{H}_3) \square$  est appelée "droite des couples" ou "droite des puissances transmises".

\* Le rapport  $\square \text{EQ } \backslash\text{S}\backslash\text{DO}2(\backslash\text{F}(\backslash\text{X}\backslash\text{TO}(\text{M}_2\text{N});\backslash\text{X}\backslash\text{TO}(\text{NM}))) \square = \square \text{EQ } \backslash\text{S}\backslash\text{DO}2(\backslash\text{F}(\text{P}_{jr};\text{P}_{tr})) \square = g$ . Il donne alors la valeur du glissement pour le point de fonctionnement M .

\* Le rendement de la machine peut être mesuré par le rapport  $\square \text{EQ } \backslash\text{S}\backslash\text{DO}2(\backslash\text{F}(\backslash\text{X}\backslash\text{TO}(\text{MM}_2);\backslash\text{X}\backslash\text{TO}(\text{MM}_4))) \square$ .

Remarque :

Démontrons que pour n'importe quel point de fonctionnement, les points représentant les pertes Joule stator se déplacent sur la droite  $(\text{M}_0\text{H}_3)$  .

$\square$

**Fig.VIII.4 : Diagramme du cercle simple.**

Si on néglige  $\square \text{EQ } \backslash\text{X}\backslash\text{TO}(\text{I}) \square_{so}$  devant  $\square \text{EQ } \backslash\text{X}\backslash\text{TO}(\text{I}) \square_s$ , on peut confondre  $\square \text{EQ } \backslash\text{X}\backslash\text{LE}\backslash\text{RI}(\backslash\text{X}\backslash\text{TO}(\text{I}_s)) \square$  avec  $\square \text{EQ } \backslash\text{X}\backslash\text{RI}\backslash\text{LE}(\backslash\text{S}\backslash\text{DO}2(\backslash\text{F}(\backslash\text{X}\backslash\text{TO}(\text{I}_r);m))) \square$  qu'on note  $I'$ .

$$P_{js} = 3R_s I'^2 = 3R_s I' \square \text{EQ } \backslash\text{X}\backslash\text{TO}(\text{M}_0\text{M}'_0) \square \cos\theta .$$

On suppose que  $\square \text{EQ } \backslash\text{X}\backslash\text{TO}(\text{NM}_3) \square$  représente les pertes Joule stator :

$$\square \text{EQ } \backslash\text{X}\backslash\text{TO}(\text{M}_3\text{N}) \square = \square \text{EQ } \backslash\text{S}\backslash\text{DO}2(\backslash\text{F}(\text{P}_{js};3V_s)) \square = \square \text{EQ } \backslash\text{S}\backslash\text{DO}2(\backslash\text{F}(3R_s I' \backslash\text{X}\backslash\text{TO}(\text{M}_0\text{M}'_0) \cos\theta; 3V_s)) \square$$

$$\text{tg}\alpha = \square \text{EQ } \backslash\text{S}\backslash\text{DO}2(\backslash\text{F}(\backslash\text{X}\backslash\text{TO}(\text{M}_3\text{N});\backslash\text{X}\backslash\text{TO}(\text{M}_0\text{M}_3))) \square = \square \text{EQ } \backslash\text{S}\backslash\text{DO}2(\backslash\text{F}(\backslash\text{X}\backslash\text{TO}(\text{M}_3\text{N});\backslash\text{X}\backslash\text{TO}(\text{M}_0\text{M}) \cos\theta)) \square = \square \text{EQ } \backslash\text{S}\backslash\text{DO}2(\backslash\text{F}(3R_s I' \backslash\text{X}\backslash\text{TO}(\text{M}_0\text{M}'_0) \cos\theta; 3V_s \backslash\text{X}\backslash\text{TO}(\text{M}_0\text{M} \cos\theta))) \square = \square \text{EQ } \backslash\text{S}\backslash\text{DO}2(\backslash\text{F}(R_s; V_s)) \backslash\text{X}\backslash\text{TO}(\text{M}_0\text{M}'_0) \square$$

$$\square \text{EQ } \backslash\text{S}\backslash\text{DO}2(\backslash\text{F}(\text{P}_{js}; 3V_s)) \square = \square \text{EQ } \backslash\text{S}\backslash\text{DO}2(\backslash\text{F}(R_s; V_s)) \backslash\text{X}\backslash\text{TO}(\text{M}_0\text{M}'_0) \square$$

$$\square \text{EQ } \backslash\text{S}\backslash\text{DO}2(\backslash\text{F}(R_s; V_s)) \backslash\text{X}\backslash\text{TO}(\text{M}_0\text{M}'_0) \square$$

$\text{tg}\theta$  est constant  $\Rightarrow$  Tous les points représentant les  $P_{js}$  se déplacent sur la droite  $(\text{M}_0\text{H}_3)$ .

De même les points qui représentent les pertes Joule du rotor et du stator se déplacent sur la droite  $(\text{M}_0\text{M}_1)$  tel que :

$$\text{tg}\beta = \square \text{EQ } \backslash\text{S}\backslash\text{DO}2(\backslash\text{F}(R_s + R'_r; V_s)) \backslash\text{X}\backslash\text{TO}(\text{M}_0\text{M}'_0) \square = \square \text{EQ } \backslash\text{S}\backslash\text{DO}2(\backslash\text{F}(R_s + m^2 R_r; V_s)) \backslash\text{X}\backslash\text{TO}(\text{M}_0\text{M}'_0) \square = \square \text{EQ } \backslash\text{S}\backslash\text{DO}2(\backslash\text{F}(R_p; V_s)) \backslash\text{X}\backslash\text{TO}(\text{M}_0\text{M}'_0) \square$$

$$\square \text{EQ } \backslash\text{S}\backslash\text{DO}2(\backslash\text{F}(R_s + m^2 R_r; V_s)) \backslash\text{X}\backslash\text{TO}(\text{M}_0\text{M}'_0) \square = \square \text{EQ } \backslash\text{S}\backslash\text{DO}2(\backslash\text{F}(R_p; V_s)) \backslash\text{X}\backslash\text{TO}(\text{M}_0\text{M}'_0) \square$$

$\square$

### VIII.3 Echelle du glissement

$\square$  **Fig.VIII.5 : Echelle du glissement.**

Les deux triangles :  $\text{M}_2\text{NM}_0$  et  $\text{M}_0\text{P}''\text{P}$  sont semblables. On peut alors écrire :

$$\square \text{EQ } \backslash\text{S}\backslash\text{DO}2(\backslash\text{F}(\backslash\text{X}\backslash\text{TO}(\text{M}_2\text{N});\backslash\text{X}\backslash\text{TO}(\text{M}_0\text{P}'')) \square = \square \text{EQ } \backslash\text{S}\backslash\text{DO}2(\backslash\text{F}(\backslash\text{X}\backslash\text{TO}(\text{M}_0\text{N});\backslash\text{X}\backslash\text{TO}(\text{P}''\text{P}))) \square ; \text{Comme } \square \text{EQ } \backslash\text{X}\backslash\text{TO}(\text{M}_0\text{P}) \square = \square \text{EQ } \backslash\text{X}\backslash\text{TO}(\text{QN}) \square \text{ et } \square \text{EQ } \backslash\text{X}\backslash\text{TO}(\text{M}_0\text{N}) \square = \square \text{EQ } \backslash\text{X}\backslash\text{TO}(\text{P}''\text{Q}) \square$$

L'équation ci-dessus se transforme en :

$\square \text{EQ} \sqrt{\frac{F(\text{X}\text{TO}(\text{M}_2\text{N});\text{X}\text{TO}(\text{QN}))}{F(\text{X}\text{TO}(\text{P}'\text{Q});\text{X}\text{TO}(\text{P}'\text{P})))}} \square = \square \text{EQ} \sqrt{\frac{F(\text{X}\text{TO}(\text{M}_2\text{N});\text{X}\text{TO}(\text{QN}))}{F(\text{X}\text{TO}(\text{P}'\text{Q});\text{X}\text{TO}(\text{P}'\text{P})))}} \square \Rightarrow \square \text{EQ} \sqrt{\frac{F(\text{X}\text{TO}(\text{M}_2\text{N});\text{X}\text{TO}(\text{QN}))}{F(\text{X}\text{TO}(\text{P}'\text{Q});\text{X}\text{TO}(\text{P}'\text{P})))}} \square = \square \text{EQ} \sqrt{\frac{F(\text{X}\text{TO}(\text{P}'\text{P}') + \text{X}\text{TO}(\text{P}'\text{Q});\text{X}\text{TO}(\text{P}'\text{P})))}}{\dots}}$  (i)  $\square$   
 Les deux triangles P'QM et P'P''M<sub>0</sub> sont semblables.

$$\frac{\overline{\text{QM}}}{\overline{\text{M}_0\text{P}''}} = \frac{\overline{\text{P}'\text{Q}}}{\overline{\text{P}'\text{P}''}} \Rightarrow \text{Erreur !} = \text{Erreur !} \Rightarrow \text{P}'\text{Q} = \text{Erreur !}$$

Compte tenu de cette dernière relation ; l'expression (i) s'écrit :

$$\text{Erreur !} = \text{Erreur !} \Rightarrow \text{Erreur !} = \text{Erreur !}$$

$$\overline{\text{MN}} = \overline{\text{QN}} + \overline{\text{QM}} \Rightarrow \text{Erreur !} = \text{Erreur !}, \text{ soit encore : Erreur !}$$

Comme  $\overline{\text{M}_2\text{N}} = P_{jr}$  ;  $\overline{\text{MN}} = P_{jr} + P_{ur} = \text{Erreur !}$ ; on aura :  $g = \text{Erreur !}$

Remarques :

\* Il s'agit du diagramme du courant statorique absorbé. Tous les segments seront donc exprimés en ampères.

La tension V aux bornes d'un enroulement est placé verticalement.

Un segment horizontal traduit une composante réactive du courant.

Un segment vertical traduit une composante active du courant.

Pour passer d'un segment quelconque  $\overline{\text{AB}}$  , à la puissance que l'on lui fait correspondre physiquement, on applique la proportion :  $P = 3V \overline{\text{AB}}$  .

\* Pour les moteurs dont la puissance nominale  $S > 15 \text{ kVA}$ , le centre du cercle se trouve sur l'horizontal passant par M<sub>0</sub>.

\* Pour les moteurs dont la puissance nominale  $S < 15 \text{ KVA}$ , le centre du cercle se trouve sur une droite faisant un angle  $\theta$  avec l'horizontal passant par M<sub>0</sub>, tel que :  $\text{tg}\theta = 2R_1 \text{ Erreur !} R_1$  ; R<sub>1</sub> étant la résistance de l'enroulement primaire.

\* Le rendement du rotor est donné par l'expression :

$$\eta_r = \text{Erreur !} = \text{Erreur !} = 1 - g ; \underline{\eta_r = 1 - g}$$



## EXERCICES

### Exercice 1

Un moteur asynchrone triphasé à bagues absorbe 141A en charge sous 200V et tourne à 1455 tr/mn. Ce moteur a été soumis à des essais ayant pour but la détermination de son rendement approché.

- Essai à vide sous tension nominale 200V :  $I_0 = 31,2A$  ,  $P_0 = 1853 W$ .
- Essai en transformateur, rotor ouvert : entre bornes stator 200V, entre bagues rotor 150V, courant stator  $I_t=30A$ , puissance absorbée  $P_t=2010 W$
- En moteur, alimenté par le rotor sous 150V, le stator étant court-circuité,  $I_r=42A$  et  $P_r=1810 W$ .

- Résistance du stator entre bornes  $R_s=0,0384 \Omega$ .

- Résistance du rotor entre bagues  $R_r=0,0642 \Omega$ .

1°) Calculer les pertes fer stator et les pertes mécaniques.

2°) Calculer les pertes Joule rotor.

3°) Calculer le rendement à ce régime, ( $\cos\phi=0,91$ ).

### Exercice 2

Un moteur asynchrone triphasé 220/380V,  $f=50Hz$ , tétrapolaire; alimenté sous une tension  $U_1=380V$  absorbe  $I_1=70A$  lorsqu'il fournit sur l'arbre un couple utile égal à 250 mN pour un glissement  $g=5\%$ . Les pertes magnétique et mécanique sont négligeables. La résistance mesurée entre bornes du stator est  $R_1=0,14 W$ .

Pour ce régime de fonctionnement on demande:

1°) De calculer, la fréquence du courant rotorique, les pertes Joule dans le rotor, la puissance active absorbée, le facteur de puissance correspondant et le rendement du moteur.

2°) En négligeant  $I_m$ , déterminer une valeur de la résistance  $r_2$ , et de la réactance  $X_1 + X_2$  (schéma ci-dessous).

□

### Exercice 3

Un moteur asynchrone triphasé, à 8 pôles, donne à pleine charge une puissance utile de 150 Kw en tournant à la vitesse de 728 tr/mn. Il est alimenté sous  $U=380 V$  à 50 Hz.

Son rendement est de 0,88 et son facteur de puissance est  $\cos\phi_1=0,85$ . On demande :

1°) Le glissement  $g$  et le couple utile  $C_u$  à pleine charge.

2°) La puissance absorbée au stator  $P_1$  et les pertes Joule au stator, sachant que la résistance entre bornes est  $R_1=0,04 \Omega$ .

3°) Les pertes à vide  $P_0$  du moteur et les pertes mécaniques, sachant que celles-ci sont égales à la moitié des pertes magnétiques du stator.

4°) Les pertes Joule au rotor à pleine charge.

5°) Le courant  $I_2$  dans le rotor sachant qu'entre bagues  $R_2=0,03 \Omega$ .

6°) Les éléments du fonctionnement à vide du moteur, sachant que la puissance réactive  $Q_{10}$  à vide est les 3/5 de la puissance réactive en charge  $Q_1$  (dans une première approximation on écrira  $I_{10}=I_{10}\sin\phi_{10}$  pour déterminer les pertes Joule à vide au stator).

Les éléments sont  $Q_{10}$ ,  $P_{10}$ ,  $I_{10}$  et  $\cos\phi_{10}$ .

### Exercice 4

Un moteur asynchrone triphasé a les caractéristiques suivantes: 500V; 70Kw ; 50Hz, 8 pôles, marche continue.

Essai à vide:500V; 29A; 2100 W

Essai en court-circuit: 160 V, 115 A, 7500 W.

A 20°C la résistance entre les deux bornes du stator est 0,13  $\Omega$ .

La température du stator en service normal est 90°C. L'enroulement est en cuivre :

1°) Quel est le courant absorbé quand la puissance utile est 70 kW.

2°) Quel est alors le facteur de puissance.

3°) Quel est alors le couple, le glissement, le rendement.