

## LES FILTRES ACTIFS

### IV.1 ASPECTS HISTORIQUES

Les filtres électriques, inventés par Zobel dès 1923 ont permis l'extension considérable des télécommunications. Jusqu'à ces dernières années, ils étaient presque uniquement réalisés à l'aide de composants passifs doués de propriétés résonnantes : inductances, capacités, quartz...etc.

L'avènement du transistor, et plus récemment de l'amplificateur opérationnel intégré, a permis de construire des résonateurs d'un type nouveau, ne mettant en œuvre que des résistances et des condensateurs associés à ces éléments actifs. Les filtres actifs, présentent de nombreux avantages surtout dans le domaine des basses fréquences. Ils sont légers, peu encombrants et d'un coût modique.

### IV.2 DEFINITION

La fonction filtrage de fréquence sert à assurer la suppression des signaux de fréquences non désirée et conserver ou même amplifier, les signaux de fréquence désirée.

Pour un signal périodique quelconque considéré comme somme d'une série de Fourier :

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t)]$$

Filtrer ce signal, c'est choisir, parmi les harmoniques (les termes de la somme), ceux qu'on désire transmettre et éliminer les autres.

Les filtres se présentent sous différentes formes. Lorsqu'il n'y a pas d'amplification de la puissance du signal d'entrée par un élément actif (transistor, ALI), il est passif ; dans le cas contraire il est actif.

### IV.3 ACTION DES DIFFERENTS FILTRES

Suivant le domaine de fréquences éliminées, on classe les filtres en quatre catégories : passe-bas, passe-haut, passe-bande et coupe bande.

## IV.4 STRUCTURE DES FILTRES ACTIFS

Il existe un grand nombre de montages pour la réalisation des filtres actifs. Nous allons citer dans cette rubrique quelques structures typiques que l'on rencontre très fréquemment.

### IV.4.1 Filtres classiques du premier ordre

#### IV.4.1.1 Filtre passe-bas

La fonction de transfert se met sous la forme :  $F(j\omega) = \frac{k}{1 + j \frac{\omega}{\omega_0}}$  ou k est une constante réelle et

$\omega_0$  est la pulsation de coupure.

IV.4.1.1.1 Diagramme de Bode

$$F = \frac{k}{\sqrt{1 + (\frac{\omega}{\omega_0})^2}} \Rightarrow F_{dB} = 20 \log F$$

$$F_{dB} = 20 \log k - 20 \log \sqrt{1 + (\frac{\omega}{\omega_0})^2}$$

$$\varphi = Arg \bar{A} = -Arctg(\frac{\omega}{\omega_0})$$

$$\omega \ll \omega_0 \Rightarrow \begin{cases} F_{dB} \rightarrow k_{dB} \\ \varphi \rightarrow 0 \end{cases}$$

$$\omega = \omega_0 \Rightarrow \begin{cases} F_{dB} = k_{dB} - 3dB \\ \varphi = -\frac{\pi}{4} \end{cases}$$

$$\omega \gg \omega_0 \Rightarrow \begin{cases} F_{dB} \rightarrow k_{dB} - 20 \log(\frac{\omega}{\omega_0}) \\ \varphi \rightarrow -\frac{\pi}{2} \end{cases}$$

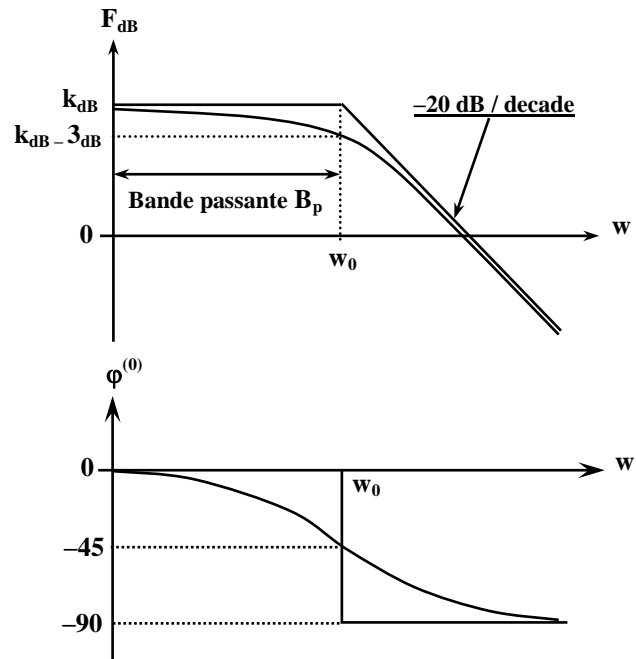


Figure IV.1 : Courbes de gain et de phase

IV.4.1.1.2 Exemples

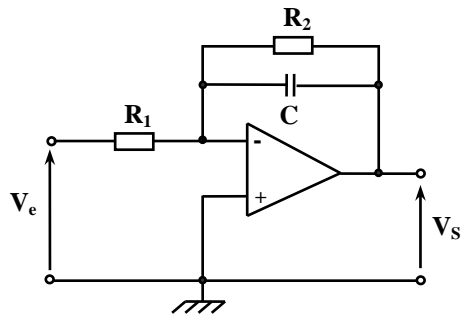


Figure IV.2a : Filtre passe-bas

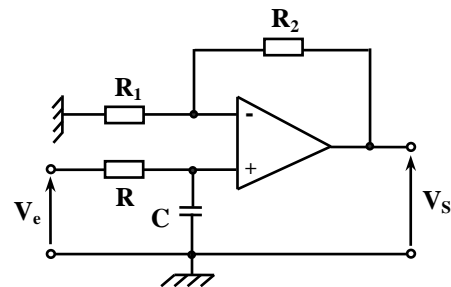


Figure IV.2b : Filtre passe-bas

$$\begin{cases} V^+ = 0 \\ V^- = \frac{R_1 V_s + (R_2 // C) V_e}{R_1 + (R_2 // C)} \end{cases} \Rightarrow F(p) = \frac{-(\frac{R_2}{R_1})}{1 + RCp}$$

$$\begin{cases} V^- = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_s \\ V^+ = \frac{1}{1 + RCp} V_e \end{cases} \Rightarrow F(p) = \frac{(1 + \frac{R_2}{R_1})}{1 + RCp}$$

IV.4.1.2 Filtre passe-haut

La fonction de transfert se met sous la forme :  $F(j\omega) = k \frac{j \frac{\omega}{\omega_0}}{1 + j \frac{\omega}{\omega_0}}$  ou k est une constante réelle

et  $\omega_0$  est la pulsation de coupure.

IV.4.1.2.1 Diagramme de Bode

$$F = k \frac{\omega}{\omega_0} \Rightarrow F_{dB} = 20 \log F$$

$$F_{dB} = k_{dB} + 20 \log\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right) - 20 \log \sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$

$$\varphi = \text{Arg} \bar{A} = \frac{\pi}{2} - \text{Arctg} \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)$$

$$\omega \ll \omega_0 \Rightarrow \begin{cases} F_{dB} \rightarrow -\infty \\ \varphi \rightarrow \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$$\omega = \omega_0 \Rightarrow \begin{cases} F_{dB} = k_{dB} - 3dB \\ \varphi = \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

$$\omega \gg \omega_0 \Rightarrow \begin{cases} F_{dB} \rightarrow 20 \log k = k_{dB} \\ \varphi \rightarrow 0 \end{cases}$$

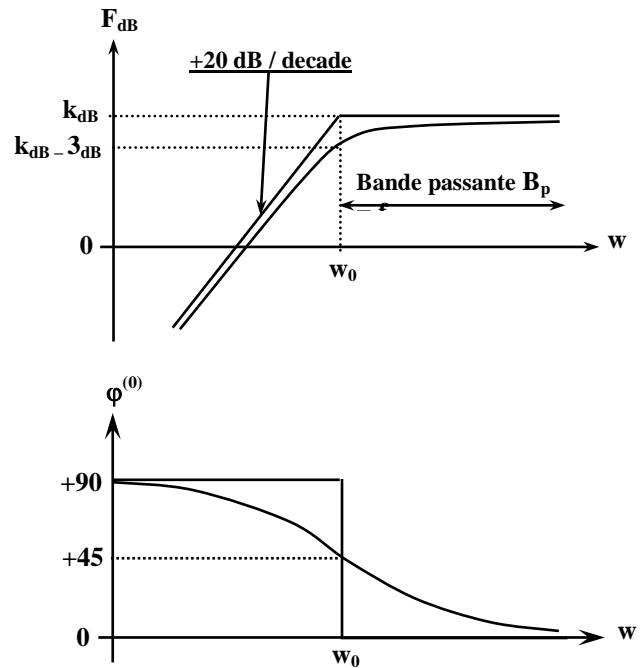


Figure IV.3 : Courbes de gain et de phase

IV.4.1.2.2 Exemples

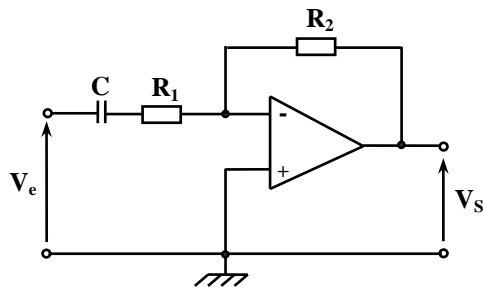


Figure IV.4a : Filtre passe-haut

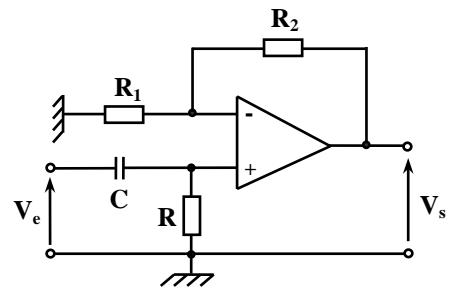


Figure IV.4b : Filtre passe-haut

$$\begin{cases} V^+ = 0 \text{ et } V^- = \frac{R_2 V_e + (R_1 + \frac{1}{Cp}) V_s}{R_1 + R_2 + \frac{1}{Cp}} \\ F(p) = -\left(\frac{R_2}{R_1}\right) \left(\frac{R_1 Cp}{1 + R_1 Cp}\right) \end{cases}$$

$$\begin{cases} V^- = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_s \text{ et } V^+ = \frac{RCp}{1 + RCp} V_e \\ F(p) = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \left(\frac{RCp}{1 + RCp}\right) \end{cases}$$

IV.4.1.3 Filtre passe tout ou déphaseur

La fonction de transfert d'un filtre déphaseur prend les formes suivantes :

$$F(p) = \frac{1 - \tau p}{1 + \tau p} \text{ ou } F(p) = \frac{-1 + \tau p}{1 + \tau p} \text{ et soit } \tau \omega_0 = 1 \text{ où } \omega_0 \text{ est la pulsation de coupure du filtre.}$$

IV.4.1.3.1 Diagramme de Bode

$$F(j\omega) = \frac{1 - j \frac{\omega}{\omega_0}}{1 + j \frac{\omega}{\omega_0}} \Rightarrow F = 1 \Rightarrow \begin{cases} F_{dB} = 0 \\ \varphi = -2 \text{Arctg}(\frac{\omega}{\omega_0}) \end{cases}$$

Le module de la fonction de transfert ne dépend pas de la fréquence, il est constant, alors ce filtre laisse passer tout signal sans aucun affaiblissement d'où l'appellation filtre passe tout.

Le déphasage de la sortie par rapport à l'entrée varie de 0 à π.

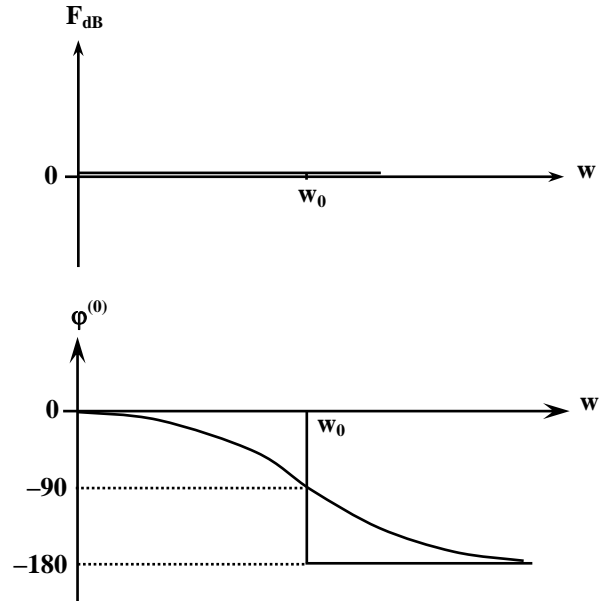


Figure IV.5 : Courbes de gain et de phase

$$\omega \ll \omega_0 \Rightarrow \begin{cases} F_{dB} \rightarrow 0 \\ \varphi \rightarrow 0 \end{cases} \quad \omega = \omega_0 \Rightarrow \begin{cases} F_{dB} = 0 \\ \varphi = -\frac{\pi}{2} \end{cases} \quad \omega \gg \omega_0 \Rightarrow \begin{cases} F_{dB} \rightarrow 0 \\ \varphi \rightarrow -\pi \end{cases}$$

IV.4.1.3.2 Exemples

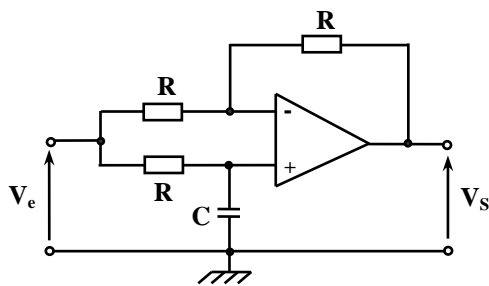


Figure IV.6a : Filtre passe tout

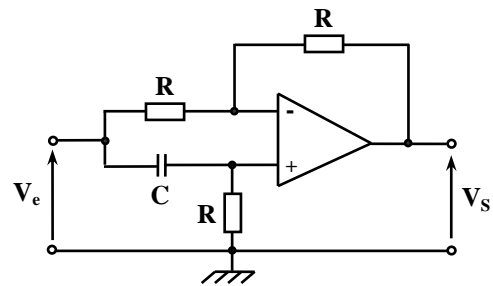


Figure IV.6b : Filtre passe tout

$$\begin{cases} V^+ = \frac{1}{1 + RCp} V_e \\ V^- = \frac{V_e + V_s}{2} \end{cases} \Rightarrow F(p) = \frac{1 - RCp}{1 + RCp}$$

$$\begin{cases} V^+ = \frac{RCp}{1 + RCp} V_e \\ V^- = \frac{V_e + V_s}{2} \end{cases} \Rightarrow F(p) = \frac{-1 + RCp}{1 + RCp}$$

### IV.4.2 Filtres classiques du second ordre

#### IV.4.2.1 Structures de circuits classiques pour la réalisation des filtres

##### IV.4.2.1.1 Structure de Rauch

$$V^- = \frac{(V_A / Z_3) + (V_s / Z_5)}{(1/Z_3) + (1/Z_5)} \text{ et } V^+ = 0$$

$$V^+ = V^- \Rightarrow V_A = -\frac{Z_3}{Z_5} V_s$$

$$V_A = \frac{(V_e / Z_1) + (V_s / Z_4) + (V^- / Z_3)}{(1/Z_1) + (1/Z_3) + (1/Z_4)}$$

$$\text{or } V_A = -\frac{Z_3}{Z_5} V_s \text{ et } V^- = V^+ = 0$$

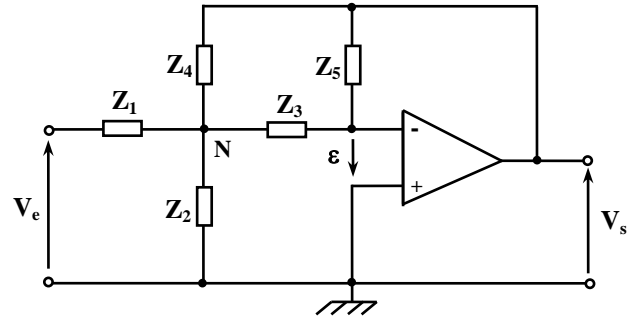


Figure IV.7 : Structure de Rauch

$$F(p) = \frac{V_s(p)}{V_e(p)} = \frac{-Z_2 Z_4 Z_5}{Z_1 Z_2 (Z_3 + Z_4 + Z_5) + Z_3 Z_4 (Z_1 + Z_2)}$$

##### IV.4.2.1.1 Structure de Sallen et Key

$$V^- = \frac{R}{R + (k-1)R} V_s = \frac{V_s}{k} \text{ et } V^+ = \frac{Z_4}{Z_2 + Z_4} V_s$$

$$V_A = \frac{(V_e / Z_1) + (V^+ / Z_2) + (V_s / Z_3)}{(1/Z_1) + (1/Z_2) + (1/Z_3)}$$

$$\text{or } V_A = (1 + \frac{Z_2}{Z_4}) V^+ \text{ et } V^+ = \frac{V_s}{k}$$

$$\text{d'ou } V_A = (1 + \frac{Z_2}{Z_4}) \frac{V_s}{k}$$

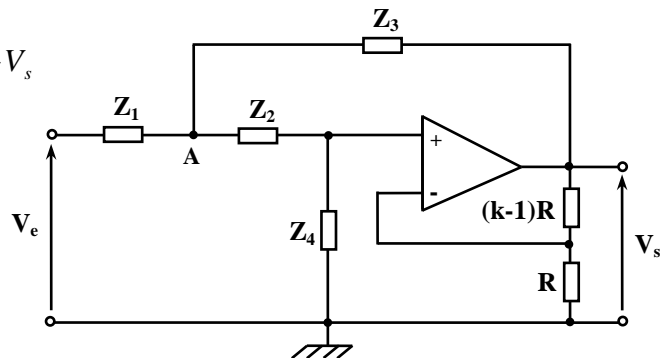


Figure IV.8 : Structure de Sallen et Key

$$\frac{1}{F(p)} = \frac{V_e(p)}{V_s(p)} = \left(\frac{1}{k}\right) \left\{ 1 + (1-k) \frac{Z_1}{Z_3} + \frac{Z_1}{Z_4} + \frac{Z_2}{Z_4} + \frac{Z_1 Z_2}{Z_3 Z_4} \right\}$$

#### IV.4.2.2 Les différentes fonctions de filtrage

A partir des structures classiques de Rauch et de Sallen et Key, on peut réaliser plusieurs filtres, suite à un choix convenable des différentes impédances.

##### IV.4.2.2.1 Filtre passe-bas

$$\text{La fonction de transfert est de type : } F(p) = \frac{\omega_0^2}{p^2 + 2m\omega_0 + \omega_0^2}$$

Ou m est coefficient d'amortissement et  $\omega_0$  est la pulsation de cassure.

a) Exemples

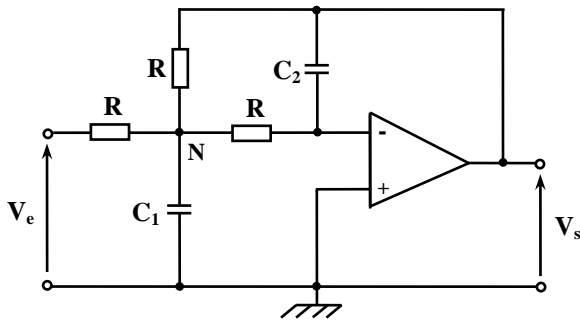


Figure IV.9a : FPB à Structure de Rauch

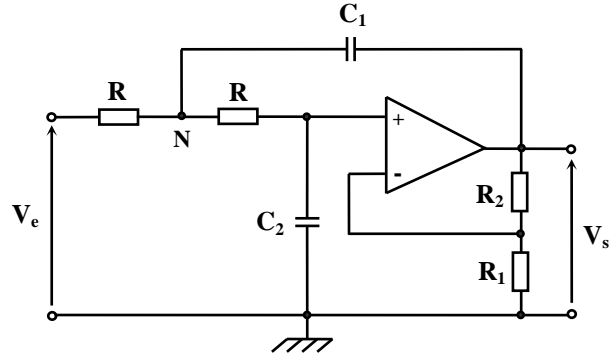


Figure IV.9b : FPB à Structure de Sallen et Key

$$F(p) = \frac{V_s}{V_e} = \frac{-1}{1 + 3RC_2p + R^2C_1C_2p^2}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{R\sqrt{C_1C_2}} \text{ et } m = \frac{3}{2} \sqrt{\frac{C_2}{C_1}}$$

$$F(p) = \frac{V_s}{V_e} = \frac{(1 + \frac{R_2}{R_1})}{1 + R(2C_2 - C_1 \frac{R_2}{R_1})p + R^2C_1C_2p^2}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{R\sqrt{C_1C_2}} \text{ et } m = \frac{2C_2 - C_1 \frac{R_2}{R_1}}{2\sqrt{C_1C_2}}$$

b) Représentation de la fonction de transfert

**IV.4.2.2.2 Filtre passe-haut**

La fonction de transfert est de type :  $F(p) = \frac{p^2}{p^2 + 2m\omega_0 + \omega_0^2}$

Où  $m$  est coefficient d'amortissement et  $\omega_0$  est la pulsation de cassure.

**a) Exemples**

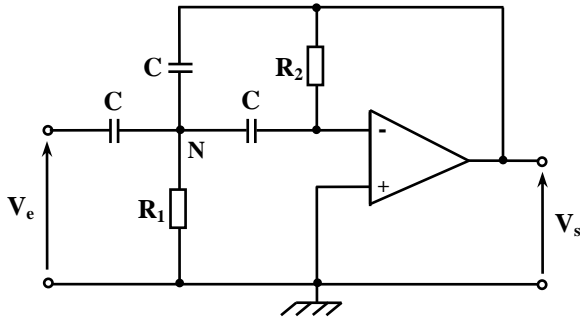


Figure IV.10a : FPH à Structure de Rauch

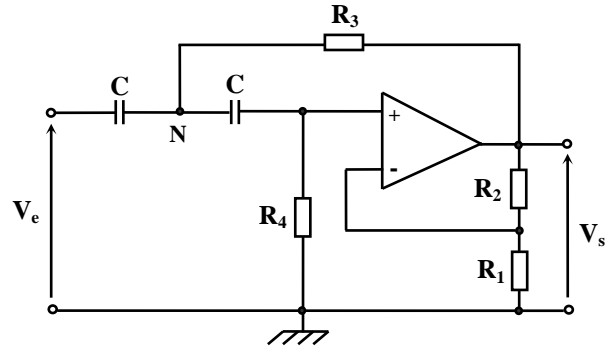


Figure IV.10b : FPH à Structure de Sallen et Key

$$F(p) = \frac{V_s}{V_e} = \frac{-C^2 R_1 R_2 p^2}{1 + 3R_1 C p + C^2 R_1 R_2 p^2}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{C\sqrt{R_1 R_2}} \text{ et } m = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{R_1}{R_2}}$$

$$F(p) = \frac{V_s}{V_e} = \frac{R_3 R_4 C^2 p^2}{1 + C(2R_3 - \frac{R_2 R_4}{R_1})p + R_3 R_4 C^2 p^2}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{C\sqrt{R_3 R_4}} \text{ et } m = \frac{1}{2} \frac{R_3 - \frac{R_2 R_4}{R_1}}{\sqrt{R_3 R_4}}$$

**b) Représentation de la fonction de transfert**



**IV.4.2.2.3 Filtre passe-bande**

La fonction de transfert est de type :  $F(p) = \frac{2m\omega_0 p}{p^2 + 2m\omega_0 + \omega_0^2}$

Ou m est coefficient d'amortissement et  $\omega_0$  est la pulsation de cassure.

Souvent on introduit à la place du coefficient d'amortissement m, le paramètre  $q = \frac{1}{2m}$  appelé coefficient de qualité ou de surtension du filtre.

**a) Exemples**

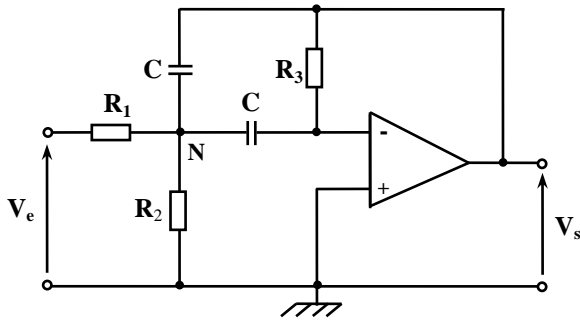


Figure IV.11a : FPbd à Structure de Rauch

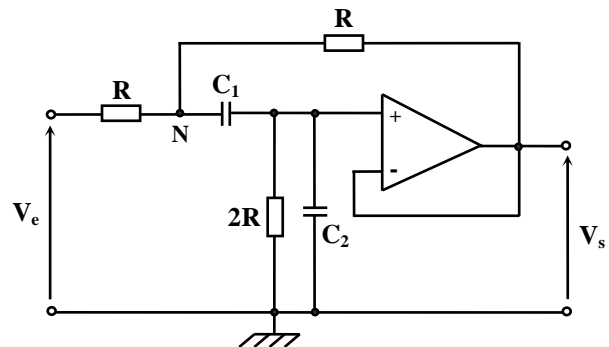


Figure IV.11b : FPbd à Structure de Sallen et Key

$$F(p) = \frac{V_s}{V_e} = \frac{-R_2 R_3 C p}{(1 + \frac{R_2}{R_1}) + 2R_1 C p + R_1 R_2 C^2 p^2}$$

$$\omega_0 = \frac{\sqrt{1 + \frac{R_1}{R_3}}}{C \sqrt{R_1 R_2}} \text{ et } q = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{R_2}{R_1} (1 + \frac{R_1}{R_3})}$$

$$F(p) = \frac{V_s}{V_e} = \frac{R C_1 p}{1 + R(2C_2 + 1,5C_1)p + R^2 C_1 C_2 p^2}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{R \sqrt{C_1 C_2}} \text{ et } q = \frac{\sqrt{C_1 C_2}}{2C_2 + 1,5C_1}$$

**b) Représentation de la fonction de transfert**

**IV.4.2.2.4 Filtre coupe-bande**

La fonction de transfert est de type :  $F(p) = \frac{\omega_0^2 + p^2}{p^2 + 2m\omega_0 + \omega_0^2}$

Ou m est coefficient d'amortissement et  $\omega_0$  est la pulsation de cassure et  $q = \frac{1}{2m}$  coefficient de qualité ou de surtension du filtre.

**a) Exemples**

$$F(p) = \frac{V_s}{V_e} = \frac{1 + R^2 C^2 p^2}{1 + 4RCp + R^2 C^2 p^2}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{RC} \text{ et } q = \frac{1}{4}$$

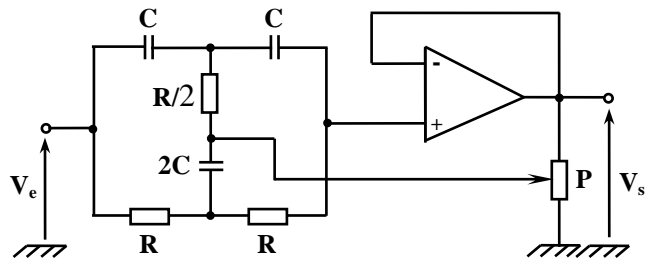


Figure IV.12 : FCbd à Structure de Rauch

**b) Représentation de la fonction de transfert**

**IV.4.2.3 Filtre universel**

Pour simplifier les éléments sont choisis volontairement de valeurs identiques, ce qui n'est pas le cas dans la pratique.

L'ensemble utilise un additionneur soustracteur, un additionneur et deux intégrateurs.

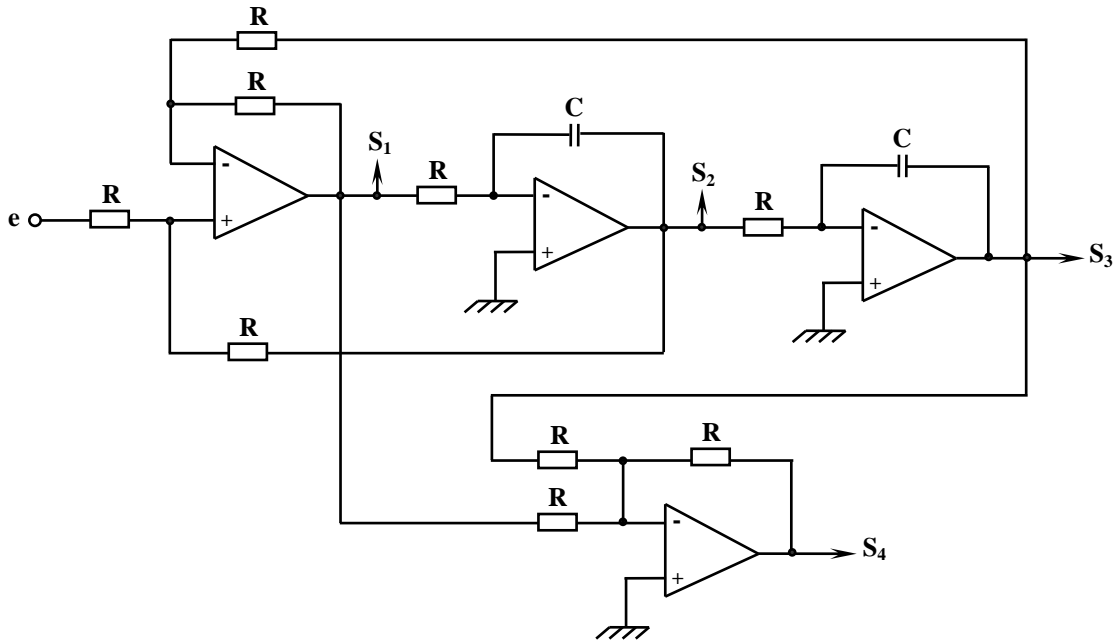


Figure IV.13 : Filtre universel

$$\frac{S_1(p)}{E(p)} = \frac{R^2 C^2 p^2}{1 + RCp + R^2 C^2 p^2} \text{ sortie passe - haut}$$

$$\frac{S_2(p)}{E(p)} = \frac{RCp}{1 + RCp + R^2 C^2 p^2} \text{ sortie passe - bande}$$

$$\frac{S_3(p)}{E(p)} = \frac{1}{1 + RCp + R^2 C^2 p^2} \text{ sortie passe - bas}$$

$$\frac{S_4(p)}{E(p)} = \frac{1 + R^2 C^2 p^2}{1 + RCp + R^2 C^2 p^2} \text{ sortie coupe - bande}$$

En général on utilise un circuit intégré "quad" (quatre amplificateurs opérationnels dans un même boîtier).

Un exemple pratique est le filtre universel type AF 150 (NSC).

## Filtre universel type AF 150 (NSC)