

UNIVERSITÉ  
PAUL  
SABATIER



TOULOUSE III

Enseignements E.E.A.

Electronique analogique

**Electronique  
des  
dispositifs  
Cours**

par Sylvain GERONIMI

**TABLE DES MATIERES**

**Les diodes à jonction**

Présentation	3-4
Caractéristique de la diode	4-5
Modèles de la diode	5-9
Notion de droite de charge	
Représentation en régime continu	
Représentation en régime dynamique aux faibles signaux	
Diodes utilisées en avalanche	9

**Le transistor à effet de champ à jonctions**

Présentation	10-11
Réseaux de caractéristiques	11
Modèles du transistor	12-13
Représentation en régime continu	
Représentation en régime dynamique aux faibles signaux	
Principe de l'amplification	14
Les montages fondamentaux	15-17

**Le transistor bipolaire**

Présentation	18
Réseaux de caractéristiques	19
Modèles du transistor	20-23
Représentation en régime continu	
Représentation en régime pseudo-continu	
Représentation en régime dynamique aux faibles signaux	
Les montages fondamentaux	24-28

**La caractérisation d'un amplificateur linéaire**

Présentation d'un amplificateur linéaire	29-30
Analyse en fréquence	31-34
Définition des domaines de fréquence	
Notion de fonction de transfert	
Réponse aux fréquences hautes	
Réponse aux fréquences basses	
Mesures physiques des caractéristiques dynamiques	35-36

**Montages à plusieurs transistors**

Montage cascode	37
Montage darlington	38
Montage différentiel	38-44
Etude de la polarisation	
Etude aux faibles signaux	
Etude aux forts signaux	
Les sources de courant	45-49
Miroir de courant élémentaire	
Source de Widlar	
Source de Wilson	
Répétiteur de courant	
Les translateurs de tension continue	49-50
Translateur par diodes	
Multiplicateur de $V_{BE}$	
Structure et représentation d'un amplificateur de tension intégré	50-52

**Quelques structures de circuits intégrés**

Amplificateurs de tension	53
Amplificateurs à conductance de transfert	54
Amplificateurs à résistance de transfert	55
Amplificateurs à contre-réaction de courant	56
Multiplicateurs et mélangeurs	57-58

**La contre-réaction**

Rappels sur les systèmes asservis	59-60
Relation des systèmes asservis	
Propriétés de la réaction	
Les types de contre-réaction	61-65
Contre-réaction tension-courant	
Contre-réaction courant-tension	
Contre-réaction tension-tension	
Contre-réaction courant-courant	

### L'amplificateur opérationnel idéal

Définition	66
Fonctionnement en régime linéaire	66-70
Montages amplificateurs	
Montages opérationnels	
Amplificateurs d'instrumentation	
Filtres actifs du second ordre	
Convertisseur d'impédance	
Fonctionnement en commutation	71-72
Comparateur de tension	
Triggers de Schmitt	
Multivibrateur	

### L'amplificateur opérationnel réel

Caractéristiques à l'entrée	73-78
Caractéristiques à la sortie	79-80
Caractéristiques de transfert	81-83
L'alimentation	83
Schéma de l'amplificateur 741	84

### Le filtrage analogique

Types de filtres	85-93
Structures de filtres	94-95
Formes de réponses	96-100
Réalisation d'un filtre	100-102
Abaques	103

### Les oscillateurs sinusoïdaux

Condition critique d'oscillation	104-105
Les oscillateurs RC	105-110
L'oscillateur à déphasage	
L'oscillateur à pont de Wien	
Stabilité en amplitude	
Les oscillateurs accordables LC	110-111
Les oscillateurs à quartz	111-112
Simulations	112-113

### Les régulateurs de tension

Généralités	114
Principe	115-116
Référence de tension	116-118
Diode zener	
Référence de tension intégrée	
Régulateur de tension série 3 bornes	118-119

### Les amplificateurs de puissance

Généralités	120-124
Calcul des puissances	
Distorsion	
Amplificateurs classe A	125-130
Etage dissymétrique	
Etage symétrique	
Amplificateurs classe B	130-141
Amplificateur push-pull série	
Amplificateur push-pull parallèle	
Augmentation de la puissance de sortie	

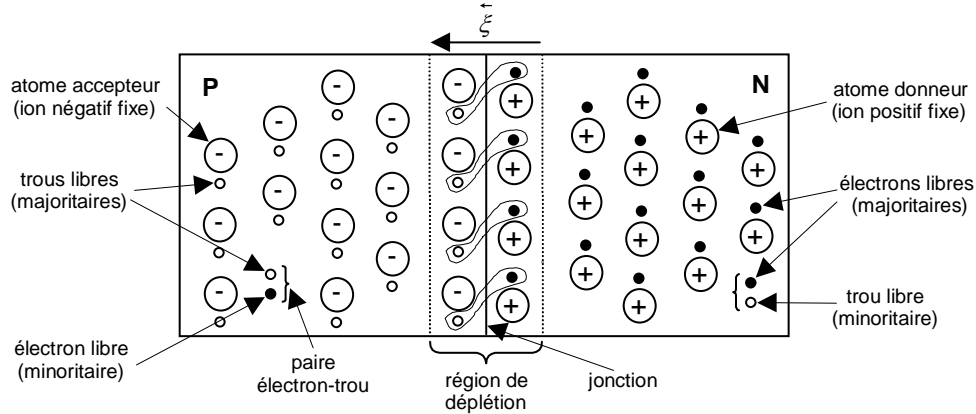
### Annexes

Modèles de composants associés aux différents régimes	142-144
Modèle de Giacoletto	145-146
Méthode de travail pour la caractérisation linéaire d'un étage différentiel	147-148
Méthode de travail pour la caractérisation linéaire d'un circuit complexe	148-149
Méthode de travail pour la réponse en fréquence (approximation du pôle dominant)	150-151
Méthode de travail pour l'étude de la stabilité des systèmes bouclés	152-154
Transformation de schéma par application du théorème de Miller	155-156
Ouvrages spécialisés et principaux symboles utilisés	157

# Les diodes à jonction

## Présentation

### Jonction non polarisée

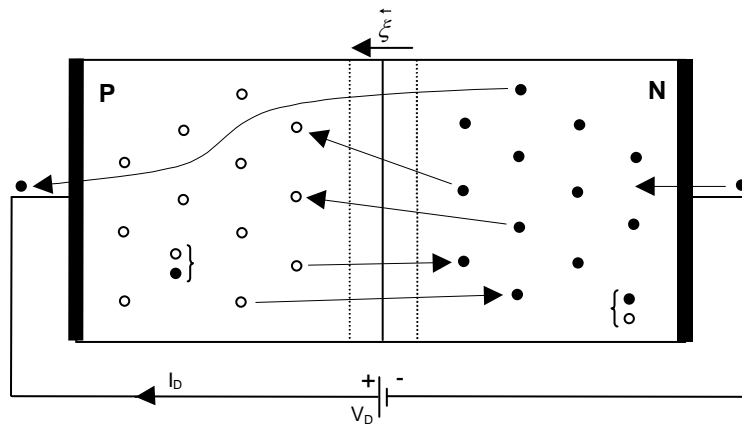


Au niveau de la jonction, il y a recombinaison des trous et des électrons libres par diffusion, les trous vers la droite et les électrons vers la gauche. Une mince région dite de déplétion ou d'appauvrissement ou de transition ou de charge d'espace, apparaît dépeuplée de porteurs libres où ne subsistent que des ions fixes positifs et négatifs.

En dehors de la région de déplétion, on trouve des charges libres majoritaires et minoritaires, à savoir des électrons majoritaires et des trous minoritaires dans la zone N et l'inverse dans la zone P.

La présence d'un champ électrique ralentit puis arrête la diffusion des porteurs d'une zone à l'autre. La largeur de la région de déplétion est d'autant plus faible que le dopage est important car les ions fixes étant beaucoup plus nombreux repoussent plus fortement les charges mobiles.

### Jonction polarisée en direct



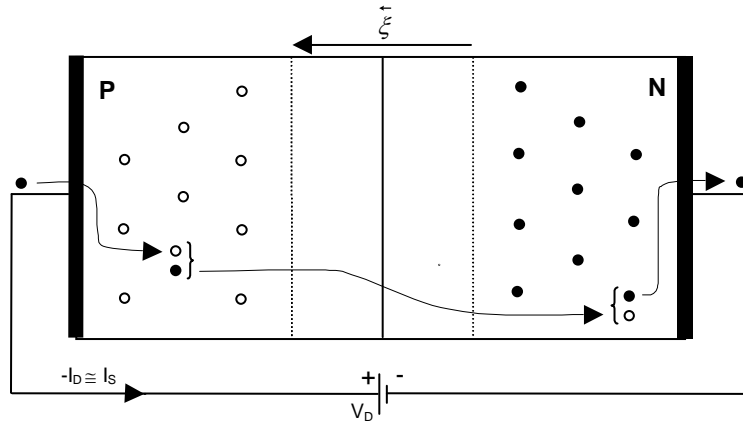
La jonction est polarisée en direct par une tension  $V_D$  positive. Le pôle + de la source attire les électrons de la zone N vers la zone P et le pôle - attire les trous de la zone P vers la zone N (charges

libres majoritaires). De ce fait, la largeur de la région de déplétion diminue car le nouveau champ électrique est plus faible et le courant de diffusion augmente.

Les électrons provenant de la source  $V_D$  (pôle -) s'ajoutent aux électrons majoritaires de la zone N. Une partie traverse la jonction en se recombinant avec les trous proches de la jonction ou en se déplaçant de trou en trou pour revenir vers la source (pôle +). En parallèle, les trous majoritaires de la zone P se déplacent vers la zone N où ils se recombinaient avec les électrons libres restés dans cette zone.

Il existe donc un courant de diffusion et un courant de recombinaison. Ce dernier reste prépondérant devant le courant de diffusion pour des tensions  $V_D < 0.4 \text{ V}$  pour le silicium.

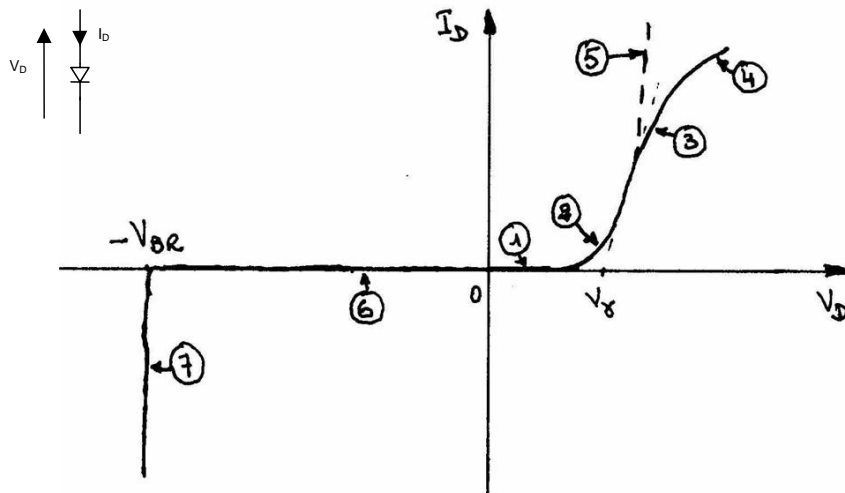
### Jonction polarisée en inverse



La jonction est polarisée en inverse par une tension  $-V_D$  ( $V_D > 0$ ). Cette tension repousse les électrons dans la zone N et les trous dans la zone P de la jonction. La région de déplétion s'élargit et le courant de diffusion devient nul. Les paires électron-trou, d'origine thermique, constituent le courant de saturation  $I_S$ , indépendant de l'amplitude de la polarisation inverse. Ces charges minoritaires des zones P et N traversent la jonction, attirées par les pôles de la source.

### Caractéristique de la diode

La diode est un composant non-linéaire dont la caractéristique statique est la suivante :



Zone 1 : courant de recombinaison  $I_D \propto e^{\frac{V_D}{2U_T}}$  pour  $0 \leq V_D \leq 0.4 \text{ V}$  (silicium).

Zone 2 : courant de diffusion des porteurs prépondérant  $I_D \cong I_S e^{\frac{V_D}{U_T}}$  pour  $V_D > 0.4 \text{ V}$ .

La tension de seuil  $V_\gamma$  est voisine de 0.6 V pour le silicium à 25°C et son coefficient de température est négatif ( $\cong -2.2 \text{ mV}/^\circ\text{C}$ ). Pour le Ge  $V_\gamma \cong 0.25 \text{ V}$ , pour le GaAs  $V_\gamma > 1 \text{ V}$ .

Zone 3 : courant  $I_D$  important à cause du phénomène de forte injection des porteurs issus de la source.

Zone 4 : influence des contacts ohmiques et chutes de tension associées (coefficient de température positif dans cette zone).

Zone 5 : continuité mathématique de la zone 2.

Zone 6 : courant en inverse  $I_S$  (double en valeur approximativement tous les 10°C).

Zone 7 : phénomène d'avalanche ayant deux causes possibles

- avalanche par effet Zener : lorsque les régions P et N sont fortement dopées, la zone déplétée devient très étroite et le champ électrique au niveau de la jonction peut atteindre des valeurs très élevées et arracher des électrons de valence, ce qui crée de nouveaux porteurs de charge.
- avalanche par ionisation : lorsque le champ au niveau de la jonction devient important, les porteurs minoritaires sont accélérés suffisamment pour pouvoir ioniser par chocs les atomes et créer aussi de nouveaux porteurs qui, à leur tour, sont accélérés ...

La caractéristique courant tension au sein d'une analyse théorique s'écrira  $I_D = I_S \left( e^{\frac{V_D}{U_T}} - 1 \right)$

avec  $U_T = \frac{kT}{q}$  (tension thermique) où  $k$  : constante de Boltzman  $1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J}/^\circ\text{K}$ ,  $T$  : température de

la jonction en °K,  $q$  : charge élémentaire  $1.60 \cdot 10^{-19}$  coulombs.

A la température ambiante  $T \cong 300^\circ\text{K}$ , ce qui donne environ  $U_T \cong 25 \text{ mV}$ . La caractéristique dépend donc de la température par le biais de  $U_T$  et  $I_S$ .

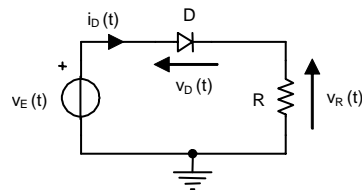
## Modèles de la diode

### Notion de droite de charge

Soit le circuit à diode avec  $v_E(t) = V_{E_0} + v_e(t)$

loi de la maille  $\rightarrow v_E(t) = v_D(t) + v_R(t)$

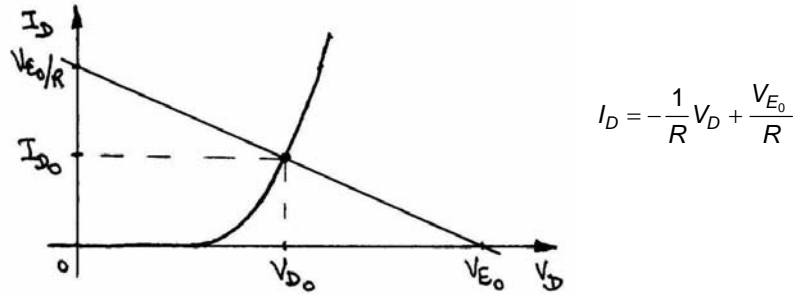
avec  $v_D(t) = V_{D_0} + v_d(t)$  et  $i_D(t) = I_{D_0} + i_d(t)$



En régime continu, on est conduit à résoudre le système d'équations :

$$\begin{cases} I_D = I_S \left( e^{\frac{V_D}{U_T}} - 1 \right) \\ V_{E_0} = R I_D + V_D \end{cases} \quad (\text{caractéristique de la diode et loi de la maille})$$

C'est un système d'équations non-linéaires, mais on peut procéder graphiquement en définissant la droite de charge.



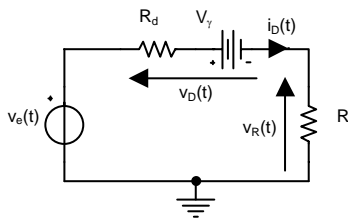
La solution du problème est donnée par le point d'intersection  $(V_{D_0}, I_{D_0})$  de la droite de charge et de la caractéristique de la diode. Ce point est appelé point de repos ou point de fonctionnement.

De façon générale, il y a variations du point de fonctionnement du circuit lorsque  $V_{E_0}$  et  $R$  varient. Lorsque  $V_{E_0}$  croît,  $I_D$  croît. A remarquer que pour de petites variations de  $v_E(t)$ , la partie de la caractéristique de la diode est presque linéaire, mais pour de grandes variations de  $v_E(t)$ , la partie de la caractéristique est non linéaire. Il s'ensuit des études aux forts et aux faibles signaux.

### Représentation en régime continu et pseudo-continu

La méthode de travail consiste à modéliser le composant par une caractéristique linéaire par morceaux. On remplace donc le modèle mathématique par une caractéristique adaptée au problème posé. Suivant le cas, la résistance en direct et/ou la tension de seuil de la diode peuvent influencer ou non la réponse temporelle du circuit.

La diode est équivalente à une tension de seuil  $V_\gamma$  en série avec  $R_d$  en direct, soit



$$\begin{cases} i_D(t) = \frac{v_E(t) - V_\gamma}{R_d + R} \\ v_R(t) = R i_D(t) \\ v_D(t) = R_d i_D(t) + V_\gamma \end{cases}$$

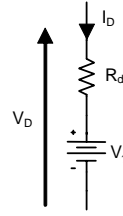
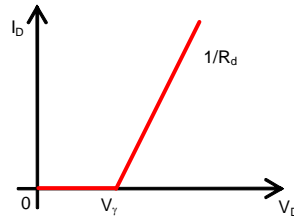
Régime continu  $v_E(t) = V_{E_0} > V_\gamma$  ( $v_e(t) = 0$ )  $\Rightarrow$

$$\begin{cases} I_{D_0} \cong \frac{V_{E_0} - V_\gamma}{R + R_d} \\ V_{R_0} \cong \frac{R}{R + R_d} (V_{E_0} - V_\gamma) \\ V_{D_0} \cong V_\gamma + \frac{R_d}{R + R_d} (V_{E_0} - V_\gamma) \end{cases}$$

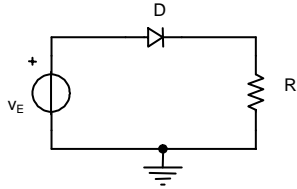
Régime pseudo-continu  $v_E(t) = V_e \sin \omega t$  ( $V_{E_0} = 0$ )

Calculons les valeurs des variables point par point pour  $v_E(t) > V_\gamma$  (diode passante), par exemple pour le point  $v_E(t) = V_e$ , valeur positive crête du sinus.

$$\begin{cases} I_{D_{max}} \cong \frac{V_e - V_\gamma}{R + R_d} \\ V_{R_{max}} \cong \frac{R}{R + R_d} (V_e - V_\gamma) \\ V_{D_{max}} \cong V_\gamma + \frac{R_d}{R + R_d} (V_e - V_\gamma) \end{cases}$$



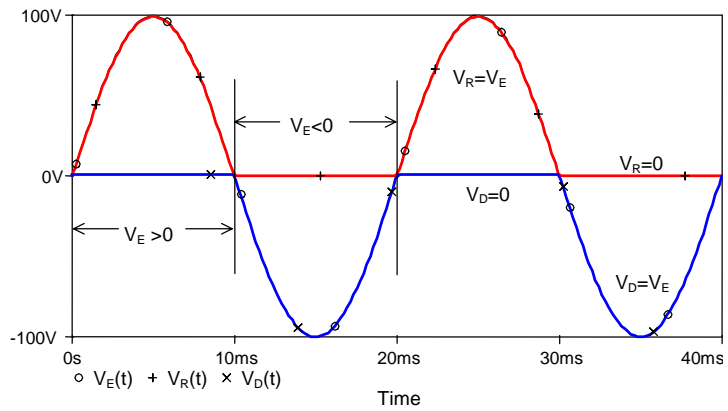
Application : simulation du circuit à diode 1N4148



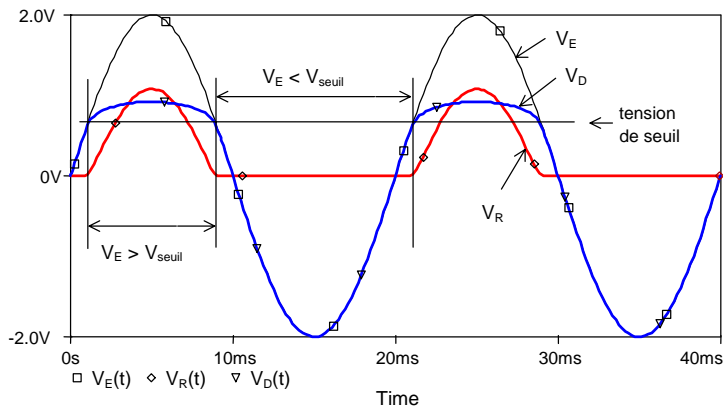
$$v_E(t) = V_{E_0} + v_e(t), \quad V_{E_0} = 0 \text{ V}$$

$$f = 50 \text{ Hz}$$

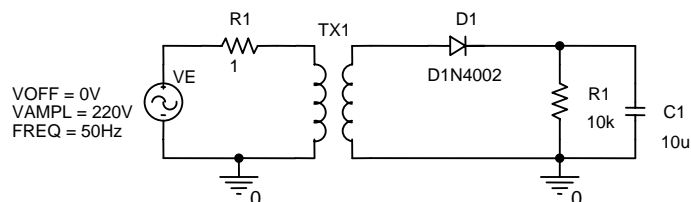
$$\begin{aligned} v_E(t) &= 100 \sin \omega t \\ R &= 1 \text{ k}\Omega \\ (V_e \gg V_\gamma \text{ et } R \gg R_d) \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} v_E(t) &= 2 \sin \omega t \\ R &= 10 \Omega \end{aligned}$$

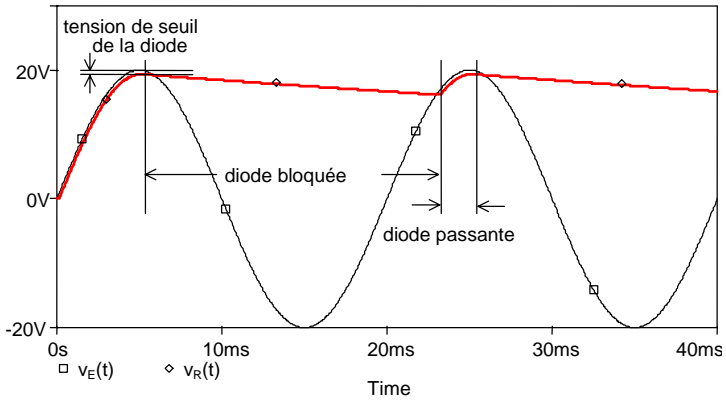


Application : simulation pour redressement sur charge capacitive



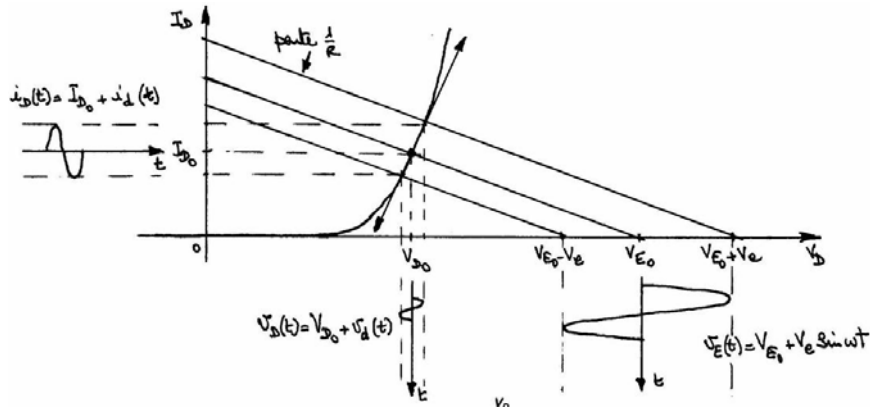


Réponse temporelle avec conditions initiales nulles



### Représentation en régime dynamique aux faibles signaux

C'est le cas où l'amplitude du signal  $v_E(t)$  est petite comparativement au niveau de polarisation.

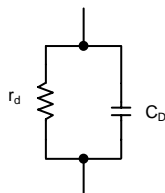


La caractéristique courant-tension s'écrit en direct  $I_D \cong I_S e^{\frac{V_D}{U_T}}$  avec  $V_D \gg U_T$ . Cette équation est utilisée en régime linéaire autour du point de repos  $(V_{D_0}, I_{D_0})$ . On remplace la diode par sa résistance dynamique  $r_d$  en faibles signaux.

$$\frac{1}{r_d} = \left[ \frac{\partial I_D}{\partial V_D} \right]_{I_D=I_{D_0}} = \left[ \frac{I_S e^{\frac{V_D}{U_T}}}{U_T} \right]_{I_D=I_{D_0}} \Rightarrow r_d = \frac{U_T}{I_{D_0}}$$

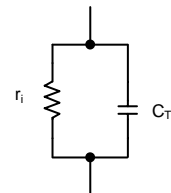
Ces résultats sont obtenus si la fréquence de l'excitation sinusoïdale est suffisamment petite pour que l'effet de charge emmagasinée dans la diode soit négligeable. Aux fréquences dites hautes, on obtient les modèles faibles signaux suivants :

Polarisation directe



$C_D$  : capacité de diffusion

Polarisation inverse



$C_T$  : capacité de transition

➤ **Application** : circuit à diode résistance avec  $V_{E_o} = 5 V$ ,  $v_e(t) = 0.2 \sin(\omega t)$ ,  $R = 1 k\Omega$ ,  $f = 1 kHz$

Régime continu (caractéristique linéarisée de la diode  $V_\gamma = 0.6 V$ ,  $R_d = 0.5 \Omega$ )

$$I_{D_o} = \frac{V_{E_o} - V_\gamma}{R + R_d} \cong 4.4 mA \Rightarrow V_{R_o} = R I_{D_o} \cong 4.4 V$$

Régime dynamique (faibles signaux aux fréquences moyennes)

$$r_d = \frac{U_T}{I_{D_o}} \cong 5.8 \Omega \Rightarrow v_r(t) = \frac{R}{R + r_d} v_e(t) \cong 0.199 \sin \omega t$$

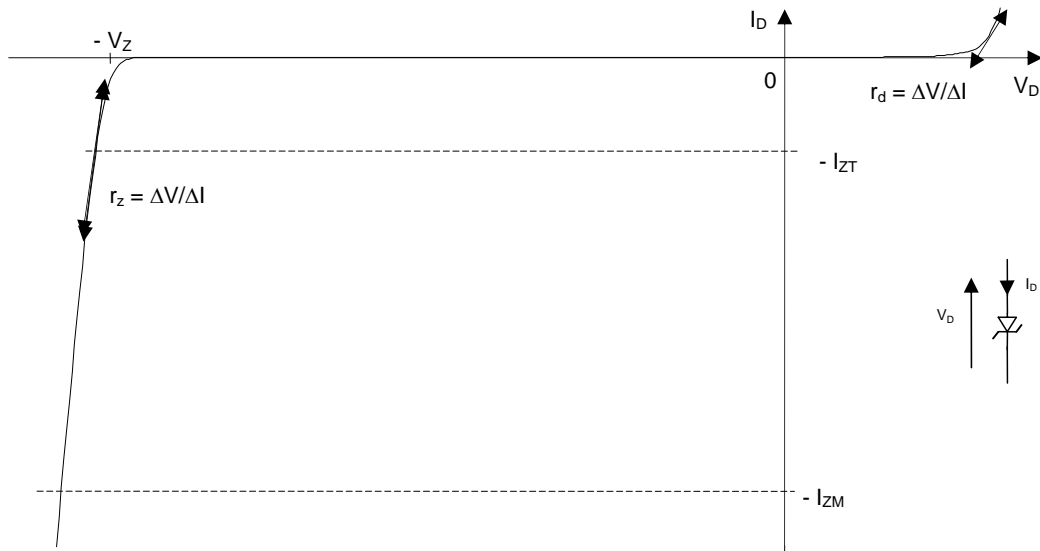
soit  $v_R(t) \cong 4.4 + 0.199 \sin \omega t$  en volts

### Diodes utilisées en avalanche

On s'intéresse ici aux diodes stabilisatrices de tension ou diodes zener. Ces diodes sont prévues pour travailler en polarisation inverse, dans leur zone d'avalanche non destructrice, à condition de respecter la limite en puissance (sinon il y a claquage de la jonction).

La tension zener est spécifiée pour un courant  $I_{ZT}$  et une température  $T$  donnés. Le courant maximum admissible  $I_{ZM}$  en régime permanent est lié à la puissance que peut dissiper la diode, pour une température ambiante fixée.

$$P_{ZM} = V_Z I_{ZM}$$



La résistance dynamique  $r_z$  est plus faible que  $r_d$ . Elle permet une bonne stabilité de la tension. Comme pour une diode classique, on peut transformer la caractéristique statique en caractéristique linéarisée par morceaux.

➤ **Application** : principe de stabilisation d'une tension (voir « Problèmes »)

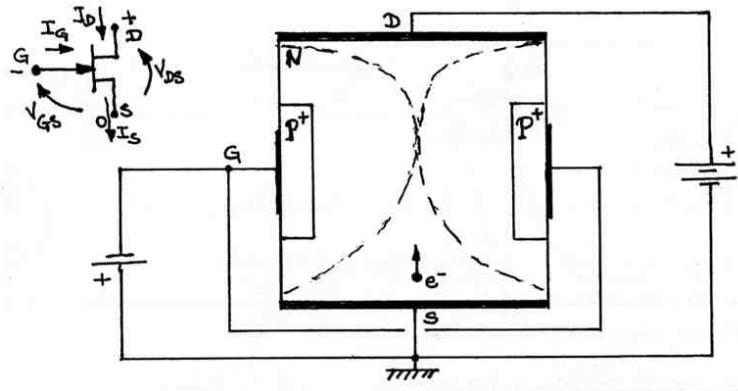
# Le transistor à effet de champ

## Présentation

Il existe deux types de transistor à effet de champ (Field Effect Transistor), à savoir le MOSFET et le JFET. Sa fabrication est souvent plus simple et son encombrement sur une puce inférieur à celui d'un transistor bipolaire à jonctions. La grande résistance d'entrée et le faible bruit sont deux des propriétés des JFET utilisés dans les unités de traitement de signaux.

Le FET est un dispositif à porteurs majoritaires. Son fonctionnement dépend de l'application d'un champ électrique pour commander le courant du transistor. Le FET est donc une source de courant dépendante d'une tension.

La figure ci-dessous représente la structure élémentaire d'un FET à jonction à canal N. Les bornes drain et source sont constituées de contacts ohmiques aux extrémités d'un barreau de semiconducteur de type N. L'application d'une tension entre le drain et la source fait circuler les électrons porteurs majoritaires dans le sens de la longueur du barreau. La troisième borne, appelée grille, est formée par la connexion électrique des deux régions étroites P<sup>+</sup>. La région de type N entre les deux grilles P<sup>+</sup> est appelée le canal, les porteurs majoritaires empruntent ce canal pour se déplacer entre la source et le drain.

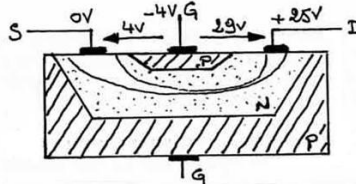


La tension entre la grille et la source polarise les deux jonctions en sens inverse et ceci a pour conséquence de créer, aux jonctions, une zone sans porteurs d'autant plus large que la tension est plus grande. Ces zones empiètent de plus en plus sur le canal.

La tension entre le drain et la source donne un courant de drain formé par les porteurs majoritaires (électrons) du semiconducteur. Plus la tension  $V_{GS}$  est grande, plus la largeur du canal est faible et le courant  $I_D$  diminue car la résistance du canal croît. Si  $V_{GS}$  atteint une valeur négative suffisante, le canal est complètement obstrué et le courant cesse de circuler entre drain et source. On dit que ces transistors fonctionnent par « appauvrissement » (déplétion), car la polarisation négative de la grille appauvrit le canal en porteurs de charge. La commande du courant de drain se fait en jouant sur la valeur de la tension négative  $V_{GS}$  et, comme les deux jonctions sont polarisées en inverse, leur résistance est très grande, de l'ordre de  $10^{11} \Omega$ . Le transistor possède donc une très grande résistance d'entrée car  $I_G \cong 0$ .

Le transistor décrit est dit à « canal N ». Il existe des transistors à canal P, pour lesquels les zones de grille sont dopées N et, à ce type de transistors, il faut rendre la grille positive par rapport à la source.

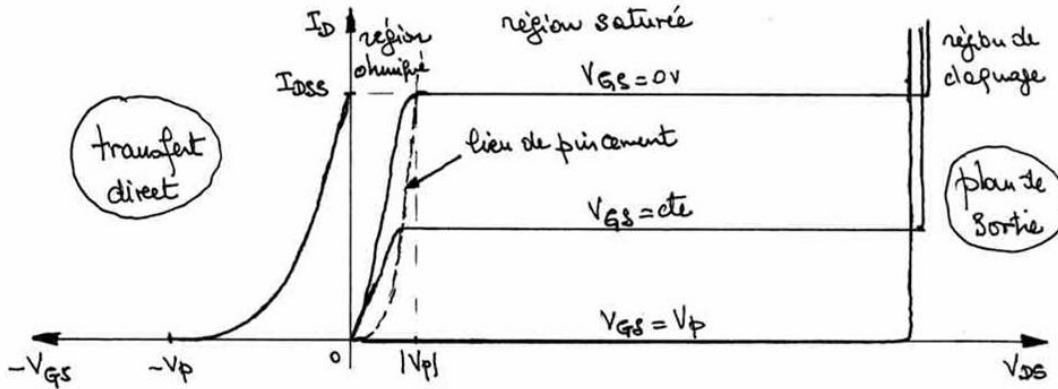
La figure suivante montre l'aspect réel d'un transistor JFET et comment se fait l'obstruction progressive du canal.



Remarquons que l'étranglement est beaucoup plus prononcé pour la jonction grille-drain que pour la jonction grille-source. Cela tient au fait que la tension inverse est beaucoup plus grande entre drain et grille qu'entre source et grille.

## Réseaux de caractéristiques

La figure suivante représente le réseau de caractéristiques d'un JFET à canal N.



Le courant de drain, qui est le courant de sortie, dépend, non pas du courant d'entrée, mais de la tension d'entrée. Aussi, chacune des caractéristiques est-elle tracée pour une valeur constante de tension  $V_{GS}$ .

Quand la tension  $V_{DS}$  est faible, le courant  $I_D$  est faible et le canal se comporte comme une simple résistance.  $I_D$  est proportionnel à  $V_{DS}$  (région ohmique). Quand on augmente  $V_{DS}$ , le courant de drain tend à augmenter. Mais quand  $V_{DS}$  croît,  $V_{DG}$  croît également et le canal se rétrécit au voisinage du drain. Il s'établit un régime d'équilibre entre l'effet d'accélération sur les porteurs causé par l'accroissement de  $V_{DS}$  et l'effet de freinage produit par l'accroissement simultané de  $V_{DS}$  qui rétrécit de plus en plus le canal. Tant et si bien que  $I_D$  se maintient à une valeur pratiquement constante, donc, indépendante de  $V_{DS}$  (région de saturation). La tension  $V_{DS}$ , pour laquelle  $I_D$  cesse de croître en même temps que  $V_{DS}$ , s'appelle « tension de pincement ». On constate qu'elle a la même valeur que la tension  $V_{GS}$  qui interrompt complètement le courant de drain.

En réalité,  $I_D$  augmente légèrement avec  $V_{DS}$  dans la région de saturation en raison de l'effet Early (modulation de la longueur du canal). Les prolongements de ces caractéristiques se coupent en un point de l'axe des  $V_{DS}$  négatifs définissant la tension d'Early  $1/\lambda$  (voir la similitude avec les transistors bipolaires). La pente donne la conductance de sortie du JFET. En faisant le rapport  $\Delta I_D / \Delta V_{GS}$  dans cette région, on définit la pente ou transconductance du JFET qui s'exprime en A/V. Cette pente n'est pas constante et croît en même temps que le courant de drain. Aussi, la caractéristique de transfert direct ne sera pas linéaire et le signal de sortie sera affecté de distorsion non-linéaire.

Une limitation d'emploi apparaît impérativement sur le plan de sortie des caractéristiques (région de claquage) en ce qui concerne la tension à ne pas dépasser, même de façon transitoire. Elle correspond à un véritable claquage dû à un phénomène d'avalanche dans la jonction grille-canal. Cette tension critique varie légèrement en fonction de la valeur de  $V_{GS}$ .

## Modèles du transistor

Lors des études à entreprendre, on sera conduit à évaluer les courants et tensions de polarisation du transistor (régime continu), puis considérer son comportement en amplificateur linéaire (régime dynamique aux faibles signaux). Voici les modèles à utiliser.

### Représentation en régime continu

Une approche analytique pour un JFET idéal est la suivante. La tension  $V_{DS}$  pour laquelle  $I_D$  cesse de croître, définit le lieu de pincement qui sépare la région ohmique de la région de saturation. La condition de pincement s'écrit :

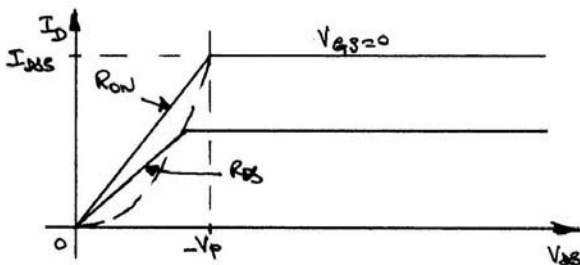
$$V_{DS} = V_{GS} - V_P \quad \text{avec } V_{GS}, V_P < 0 \text{ pour un canal N et } V_{GS}, V_P > 0 \text{ pour un canal P}$$

De plus, le lieu de pincement translaté de  $|V_P|$ , est équivalent à la fonction de transfert direct. On prendra une caractéristique de transfert idéalisée, où  $I_{DSS}$  et  $V_P$  sont les grandeurs du transistor utilisé données par le constructeur, soit

$$I_D = I_{DSS} \left( 1 - \frac{V_{GS}}{V_P} \right)^2$$

$I_{DSS}$  est le courant de Drain, en montage Source commune, lorsque la grille est reliée à la source, donc en court-circuit (Short). Cette expression est une parabole  $I_D(V_{GS})$  et la résolution analytique d'un problème de polarisation demande de considérer que le coté droit de celle-ci. De ce fait, si une équation du second degré en  $V_{GS}$  est à résoudre, il faudra retenir la racine telle que  $0 \leq |V_{GS_0}| \leq |V_P|$ . Enfin, si l'effet Early est pris en compte, un facteur  $(1 + \lambda V_{DS})$  multiplie le courant de drain.

- **Application** : évaluation de la résistance  $R_{DS}$  du JFET dans la zone ohmique (approche stylisée)



Lieu de pincement (canal N)

$$V_{DS} = V_{GS} - V_P$$

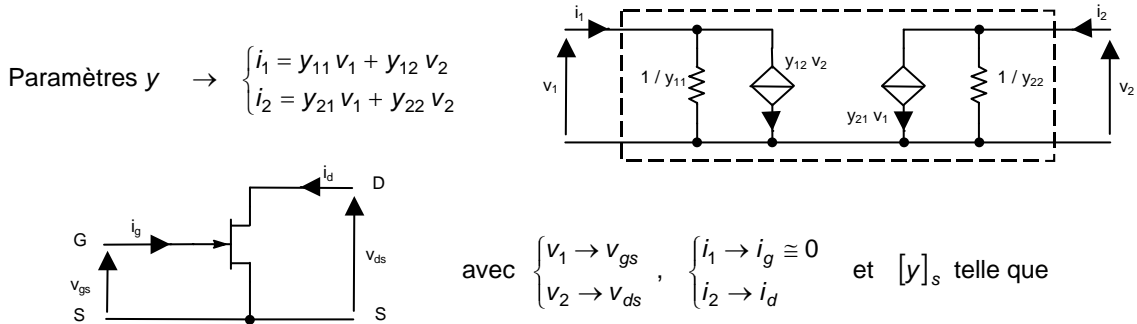
Résistance minimale  $R_{ON} = \frac{-V_P}{I_{DSS}}$

$$\text{sinon } R_{DS} = \frac{V_{DS}}{I_D} = \frac{V_{GS} - V_P}{I_{DSS} \left( 1 - \frac{V_{GS}}{V_P} \right)^2} \Rightarrow R_{DS} = \frac{R_{ON}}{1 - \frac{V_{GS}}{V_P}}$$

- **Application** : voir T.D. pour les applications sur le régime continu (polarisation).

### Représentation en régime dynamique aux faibles signaux

Si l'on considère le quadripôle correspondant au montage source commune, la représentation aux faibles signaux la mieux adaptée est celle utilisant les paramètres  $y$ .



$$y_{11s} = \left[ \frac{i_g}{v_{gs}} \right]_{v_{ds}=0} \cong 0$$

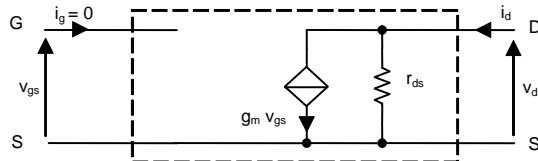
$$y_{12s} = \left[ \frac{i_g}{v_{ds}} \right]_{v_{gs}=0} \cong 0$$

$$y_{22s} = \left[ \frac{i_d}{v_{ds}} \right]_{v_{gs}=0} = \left[ \frac{\Delta I_D}{\Delta V_{DS}} \right]_{V_{GS}=cte} = \left[ \frac{\partial I_D}{\partial V_{DS}} \right]_{V_{GS}=cte} = \frac{1}{r_{ds}} = \frac{\lambda I_{D0}}{1 + \lambda V_{DS0}} \cong \lambda I_{D0} \text{ pour } \lambda V_{DS0} \ll 1$$

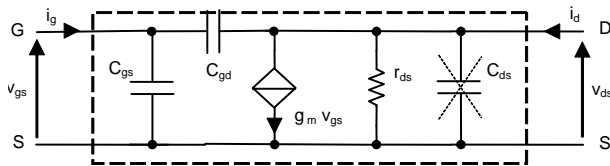
$$y_{21s} = \left[ \frac{i_d}{v_{gs}} \right]_{v_{ds}=0} = \left[ \frac{\Delta I_D}{\Delta V_{GS}} \right]_{V_{DS}=cte} = \left[ \frac{\partial I_D}{\partial V_{GS}} \right]_{V_{DS}=cte} = g_m = \pm \frac{2}{V_P} \sqrt{I_{D0} I_{DSS}}$$

La pente du composant étant toujours positive,  $g_m = \frac{2}{|V_P|} \sqrt{I_{D0} I_{DSS}}$  pour canal N ou canal P.

$$\begin{cases} i_g \cong 0 \\ i_d = g_m v_{gs} + \frac{1}{r_{ds}} v_{ds} \end{cases}$$



Il faut remarquer que les deux niveaux de jonctions polarisées en inverse sont présents, à savoir la jonction grille-source et la jonction grille-drain. Si l'on considère le schéma aux faibles signaux d'une jonction dans son régime dynamique ( $r_{inverse}$ ,  $C_{transition}$ ) aux fréquences élevées, on obtient :

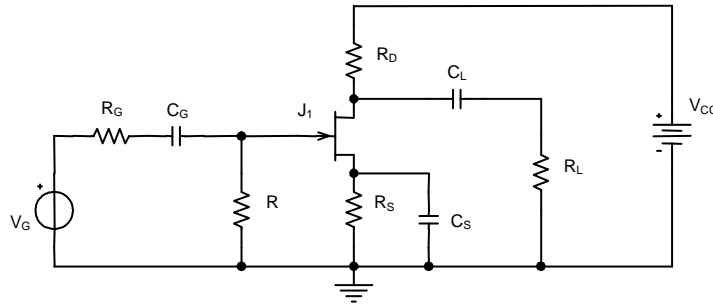


La résistance inverse des jonctions étant considérée comme infinie et  $C_{ds}$  comme négligeable par rapport aux capacités parasites du montage ramenées entre drain et source (il n'y a pas de jonction entre drain et source).

## Principe de l'amplification

Pour étudier les montages à amplification linéaire, on est conduit à considérer deux régimes, d'une part le régime d'alimentation continu ou régime statique de l'élément actif, absolument nécessaire pour placer celui-ci dans la région de ses caractéristiques, adéquate au fonctionnement prévu, et d'autre part le régime alternatif ou régime dynamique développé autour du régime continu, sous l'action du signal appliqué. Si les variations par rapport au temps sont supérieures à 50 Hz, les études des régimes statique et dynamique pourront alors être séparées.

Expliquons le principe de l'amplification à partir du schéma suivant (montage source commune) :



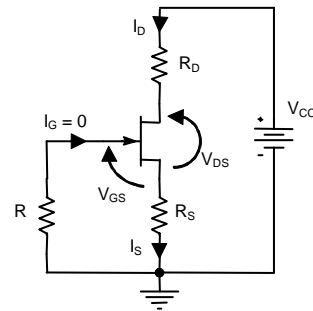
Les condensateurs  $C_G$  et  $C_L$  assurent la liaison de l'étage avec le générateur et la charge respectivement. Le rôle du condensateur  $C_S$  est de découpler la source par rapport à la masse. En régime statique, les condensateurs sont équivalents à des circuits ouverts ( $\omega = 0$ ). En régime dynamique et aux fréquences de travail du montage, ces condensateurs doivent se comporter comme des courts-circuits. De ce fait, la topologie diffère selon le régime à étudier.

- Régime statique (polarisation dite automatique) :

droite de charge en entrée  $V_{GS} = -R_S I_D$

droite de charge en sortie  $I_D = -\frac{1}{R_D + R_S} V_{DS} + \frac{V_{CC}}{R_D + R_S}$

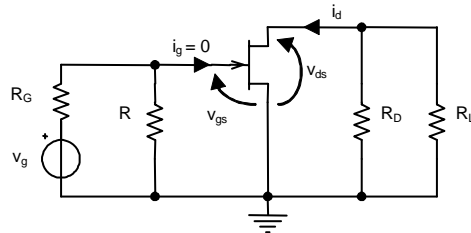
équation du transistor  $I_D = I_{DSS} \left(1 - \frac{V_{GS}}{V_P}\right)^2$  (arc de parabole)



- Régime dynamique (faibles signaux) :

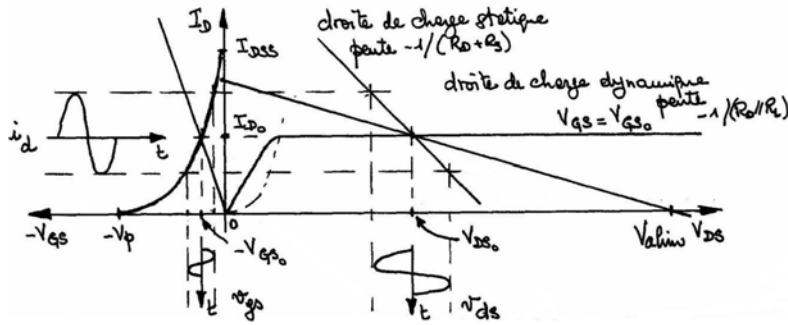
si attaque en tension  $v_{gs} = \frac{R}{R + R_G} v_g \cong v_g$

droite de charge en sortie  $i_d = -\frac{1}{R_D // R_L} v_{ds}$



équations du transistor (linéarisation des caractéristiques)

On obtient la représentation suivante au sein de laquelle la configuration des droites de charge statique et dynamique dans le plan de sortie est différente.

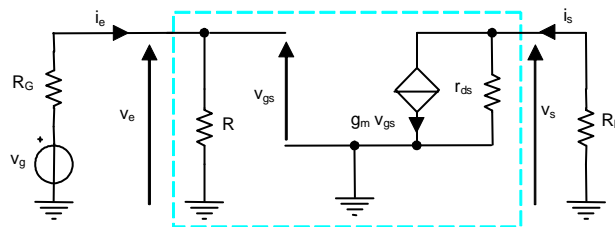


## Les montages fondamentaux

Les montages fondamentaux d'amplification à FET sont ici présentés, à savoir montage source commune, montage grille commune et montage drain commun. Dans chacun des cas, on caractérise les performances dynamiques précédemment citées aux fréquences moyennes.

### Montage source commune

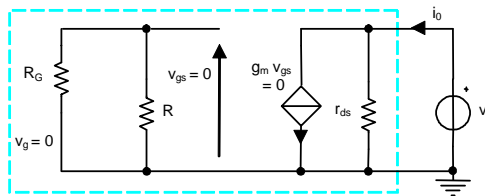
C'est le schéma donné au paragraphe précédent sans la résistance  $R_L$  ( $r_{ds} \gg R_D$ )



Résistance d'entrée :  $z_e = R$

Résistance de sortie :

$$z_s = \frac{v_0}{i_0} = r_{ds}$$

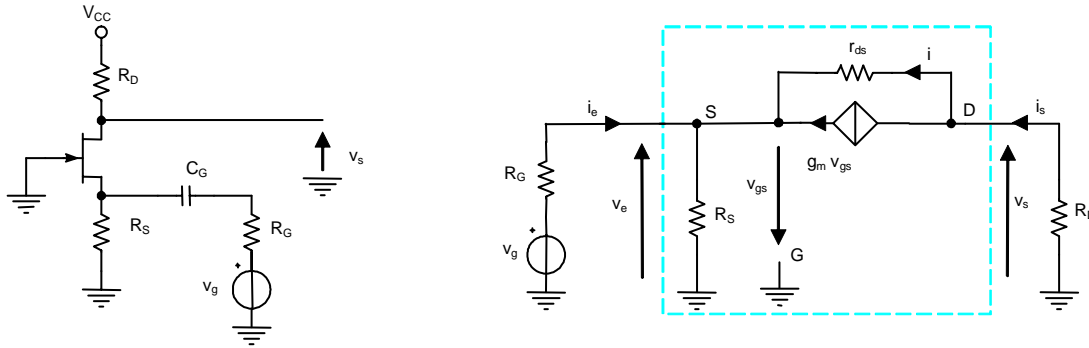


$$\text{Gain en tension : } \begin{cases} v_e = v_{gs} \\ v_s = -g_m v_{gs} (R_D // r_{ds}) \end{cases} \Rightarrow A_v = \frac{v_s}{v_e} \cong -g_m R_D$$

$$\text{Gain en courant : } \begin{cases} i_e = \frac{v_{gs}}{R} \\ v_s = -g_m v_{gs} (R_D // r_{ds}) \\ i_s = g_m v_{gs} + \frac{v_s}{r_{ds}} \end{cases} \Rightarrow A_i = \frac{i_s}{i_e} = g_m R \frac{r_{ds}}{R_D + r_{ds}} \cong g_m R$$



### Montage grille commune

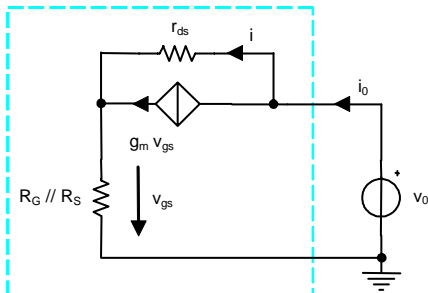


Eliminons la variable  $i$  qui n'a pas d'intérêt pour nos calculs.

$$\begin{cases} v_e = -v_{gs} \\ v_e + r_{ds}i + R_D i_s = 0 \\ i_e + g_m v_{gs} + i = \frac{v_e}{R_S} \\ i_s = g_m v_{gs} + i \\ v_s = -R_D i_s \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_e = -v_{gs} \\ i_e = -v_{gs} \left( \frac{1}{R_S} + \frac{1 + g_m r_{ds}}{r_{ds} + R_D} \right) \\ i_s = v_{gs} \frac{1 + g_m r_{ds}}{r_{ds} + R_D} \\ v_s = -R_D v_{gs} \frac{1 + g_m r_{ds}}{r_{ds} + R_D} \end{cases}$$

Résistance d'entrée :  $\frac{1}{z_e} = \frac{i_e}{v_e} = \left( \frac{1}{R_S} + \frac{1 + g_m r_{ds}}{r_{ds} + R_D} \right) \Rightarrow z_e \cong R_S \parallel \frac{1}{g_m}$

Résistance de sortie vue par  $R_D$  :



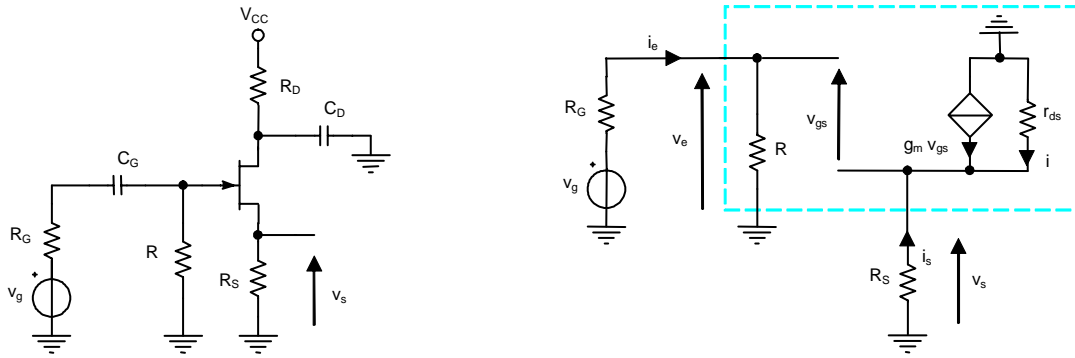
$$\begin{cases} v_0 = r_{ds}i - v_{gs} \\ i_0 = g_m v_{gs} + i \text{ avec } R = R_G \parallel R_S \\ v_{gs} = -Ri_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_0 = r_{ds}i_0 - v_{gs}(1 + g_m r_{ds}) \\ v_{gs} = -Ri_0 \end{cases}$$

$$z_s = \frac{v_0}{i_0} = R + r_{ds}(1 + g_m R) \cong r_{ds}(1 + g_m R)$$

Gain en tension :  $A_v = \frac{v_s}{v_e} = \frac{1 + g_m r_{ds}}{r_{ds} + R_D} R_D \cong g_m R_D$

Gain en courant :  $A_i = \frac{i_s}{i_e} = \frac{\frac{1 + g_m r_{ds}}{r_{ds} + R_D}}{\frac{1}{R_S} + \frac{1 + g_m r_{ds}}{r_{ds} + R_D}} \cong -\frac{g_m R_S}{1 + g_m R_S}$

### Montage drain commun



$$\begin{cases} v_e = v_{gs} + v_s \\ i_s + g_m v_{gs} + i = 0 \\ i_e = \frac{v_e}{R} \\ v_s = -R_S i_s \\ R_S i_s = r_{ds} i \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_e = v_{gs} (1 + g_m (r_{ds} // R_S)) \\ i_e = v_{gs} \frac{(1 + g_m (r_{ds} // R_S))}{R} \\ v_s = g_m (r_{ds} // R_S) v_{gs} \\ i_s = -\frac{g_m (r_{ds} // R_S) v_{gs}}{R_S} \end{cases}$$

Résistance d'entrée :  $z_e = \frac{v_e}{i_e} = R$

Résistance de sortie vue par  $R_S$  :  $z_s = r_{ds} // \frac{1}{g_m} \cong \frac{1}{g_m}$

Gain en tension :  $A_v = \frac{v_s}{v_e} = \frac{g_m (r_{ds} // R_S)}{1 + g_m (r_{ds} // R_S)} \cong \frac{g_m R_S}{1 + g_m R_S} < 1$

Gain en courant :  $A_i = \frac{i_s}{i_e} = -\frac{g_m (r_{ds} // R_S)}{1 + g_m (r_{ds} // R_S)} \frac{R}{R_S} \cong -\frac{g_m R}{1 + g_m R_S}$

### Comparaison entre ces montages

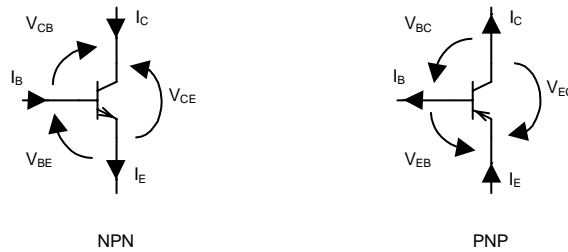
CARACTERISTIQUES DYNAMIQUES	SOURCE COMMUNE	GRILLE COMMUNE	DRAIN COMMUN
Gain en tension	élevé et inverseur	élevé	< 1
Gain en courant	proportionnel à $g_m$	1 et inverseur	élevé et inverseur
Résistance d'entrée	très élevée	faible ( $1/g_m$ )	très élevée
Résistance de sortie	moyenne ( $r_{ds}$ )	très élevée	très faible

(voir tableau du transistor bipolaire à jonction pour commentaires).

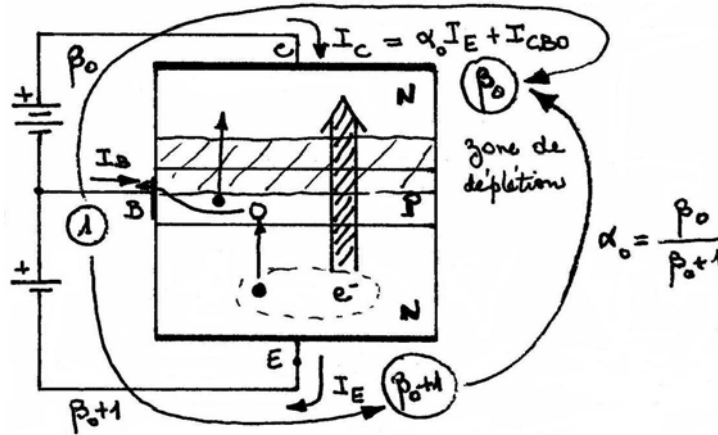
# Le transistor bipolaire

## Présentation

Le transistor bipolaire à jonctions est formé de deux jonctions ayant une zone commune, soit de type N dans un transistor PNP, soit de type P dans un transistor NPN. Les trois éléments sont appelés l'émetteur, la base et le collecteur.



Dans son fonctionnement normal, la jonction base émetteur est polarisée en direct et la jonction collecteur base est polarisée en inverse. Prenons l'exemple d'un transistor NPN.



La jonction collecteur base est polarisée en inverse, elle est donc bloquée à la fuite près due à  $I_{CBO}$  (courant inverse de la jonction équivalent au courant de Collecteur dans un montage Base commune, l'émetteur étant en l'air « Open »).

Si la jonction émetteur base est polarisée en direct, les électrons majoritaires dans la zone N passent de cette zone dans la zone médiane P où ils sont de même espèce que les minoritaires. Ces électrons de type minoritaires, mais très nombreux, vont pouvoir franchir la deuxième jonction en polarisation inverse (pôle - à P et pôle + à N). Ils auront ainsi traversé entièrement le transistor.

Le courant qui traverse la jonction base collecteur est pratiquement indépendant de la tension base collecteur, mais il dépend de la tension base émetteur dont la valeur minimale doit être supérieure à la tension qui s'oppose au franchissement de la zone de jonction par les porteurs majoritaires (apparition d'un courant significatif sur la caractéristique en direct d'une diode).

Quand les électrons de l'émetteur d'un NPN arrivent dans la base, ils y rencontrent des trous, majoritaires dans cette base et ils comblent au passage certains trous, ce qui fait disparaître ces trous et les électrons qui les ont comblés, car ces derniers ont cessé d'être libres. Il manque un certain nombre d'électrons dans le courant qui traverse le collecteur. Aussi, le courant de collecteur est-il très légèrement inférieur au courant d'émetteur. Ce courant qui manque dans le collecteur constitue le courant de base. En effet, pour remplacer les trous disparus dans la base, le pôle positif du générateur qui alimente la jonction base émetteur va extraire un nombre égal d'électrons de la base pour y créer un nombre égal de trous. Tout ce passe donc comme si le courant d'électrons de l'émetteur se partageait entre le collecteur et la base, répondant ainsi à l'équation :

$$I_E = I_B + I_C$$

Le pourcentage de porteurs perdus dans la base demeure pratiquement constant pour un transistor donné, mais varie d'un transistor à un autre (dispersion sur le composant). Le rapport  $I_C / I_E$ , désigné par  $\alpha_0$ , peut être considéré comme la probabilité qu'un électron, en provenance de l'émetteur, a de disparaître dans la base. Si  $\alpha_0 = 0.99$ , tout électron partant de l'émetteur a une chance sur 100 ( $\beta_0 + 1$ ) de disparaître dans la base, les 99 ( $\beta_0$ ) autres électrons arriveront dans le collecteur, d'où la relation

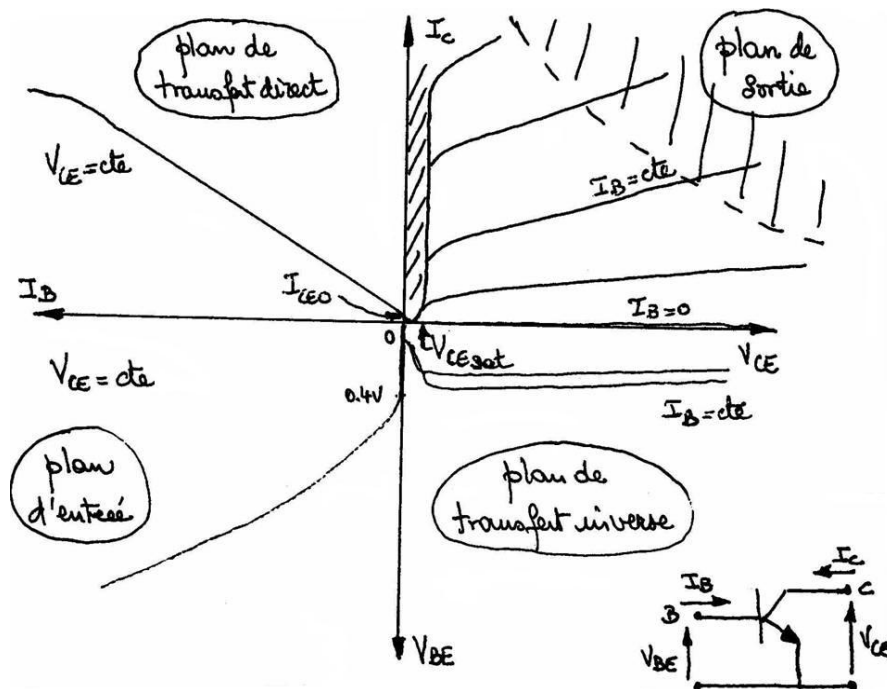
$$\alpha_0 = \frac{\beta_0}{\beta_0 + 1} \quad \text{et} \quad \beta_0 = \frac{\alpha_0}{1 - \alpha_0}$$

Pour obtenir ce phénomène, il est nécessaire d'avoir une épaisseur de base très mince, car la durée de vie des électrons est très courte. La quasi-totalité de ces porteurs sera alors absorbée par le collecteur. C'est l'effet transistor qui s'écrit :

$$I_C = \alpha_0 I_E + I_{CBO} \quad \text{ou} \quad I_C = \beta_0 I_B + I_{CEO} \quad \text{avec} \quad I_{CEO} = (\beta_0 + 1) I_{CBO}$$

## Réseaux de caractéristiques

Considérons le montage émetteur commun, par exemple.



**Plan d'entrée  $I_B(V_{BE})$**  : Le réseau d'entrée correspond aux variations de  $I_B$  dues aux variations de  $V_{BE}$ , la tension  $V_{CE}$  demeurant constante. La tension  $V_{CE}$  agit peu sur le courant de base. En examinant la caractéristique d'entrée, on fait deux constatations importantes. D'une part, le courant de base ne prend naissance que pour une tension  $V_{BE}$  supérieure à environ 0.4 V pour un transistor au silicium. Il y a, de ce fait, possibilité d'appliquer une tension  $V_{BE}$  sans qu'il y ait de courant de base appréciable si cette tension est inférieure au seuil dont on vient de parler. D'autre part, le courant de base n'est pas proportionnel à la tension  $V_{BE}$ . La courbure de la caractéristique d'entrée d'un transistor bipolaire est le principal défaut de ce type de transistor et la principale cause de distorsion qu'il apporte aux signaux qu'il amplifie.

**Plan de transfert direct  $I_C(I_B)$**  : Le réseau de transfert de courant qui donne les variations de  $I_C$  en fonction des variations de  $I_B$ ,  $V_{CE}$  restant constante, peut se réduire à une caractéristique, car les courants dépendent de  $V_{BE}$  mais peu de  $V_{CE}$ . Le rapport entre les variations des courants  $I_C$  et  $I_B$  ( $\beta$  dynamique) étant peu différent du rapport entre les courants  $\beta_0 = I_{C_0}/I_{B_0}$  (statique), la pente donne donc  $\beta_0 \cong \beta$  (rappelons que  $\beta_0$  est l'équivalent du paramètre hybride  $h_{21_E}$ ).

**Plan de sortie  $I_C(V_{CE})$**  : Le réseau de sortie donne les variations de  $I_C$  en fonction de celles de  $V_{CE}$ , le courant d'entrée  $I_B$  restant constant. Toutes les caractéristiques semblent issues d'une courbe, sensiblement droite et verticale. C'est la courbe de saturation qui donne la tension  $V_{CE_{sat}}$ , valeur minimale de  $V_{CE}$  correspondant à un  $I_C$  donné. La pente de cette courbe donne l'inverse de la résistance de saturation qui est la valeur minimale de la résistance opposée par le transistor au passage du courant.

Les possibilités d'utilisation du transistor se limitent à la zone hachurée sur la figure précédente. La droite de saturation, l'hyperbole d'iso-puissance et le courant résiduel de collecteur ( $I_{CEO}$ ) délimitent cette zone. Enfin, les caractéristiques sont données pour une certaine température (dérive thermique) et les données du constructeur sont des valeurs moyennes ( $\beta$  typique par exemple) car il existe une certaine dispersion lors de la fabrication (dispersion des caractéristiques).

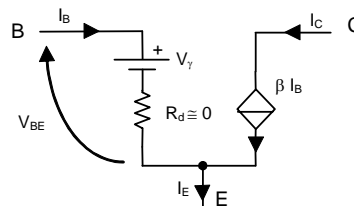
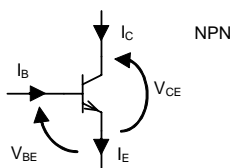
## Modèles du transistor

Lors des études que l'on entreprendra, on sera conduit à considérer des comportements du transistor en régimes statique (continu), forts signaux (pseudo-continu) et faibles signaux (dynamique). Ainsi, trois modèles de comportement linéaires ou non-linéaires sont proposés.

### Représentation en régime continu

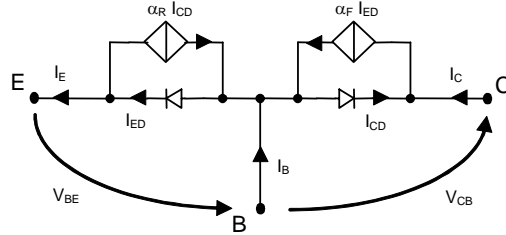
Le transistor étant dans son mode actif direct (voir le tableau plus loin), la diode base-émetteur est représentée par le modèle linéarisé au sein duquel la résistance statique est négligée et l'effet transistor par une source de courant contrôlée par le courant traversant la diode.

$$\begin{cases} I_E = I_B + I_C \\ I_C = \beta I_B \\ |V_{BE}| \cong 0.6 \text{ à } 0.7 \text{ V} \end{cases}$$



### Représentation en régime pseudo-continu (forts signaux)

Le schéma d'Ebers-Moll est le modèle mathématique non-linéaire utilisé dans l'étude du régime pseudo-continu. Dans ce schéma, les diodes représentent les jonctions d'un transistor de type NPN et les deux sources dépendantes le couplage entre les jonctions.



Equations des diodes →

$$\begin{cases} I_{ED} = I_{ES} \left( e^{\frac{V_{BE}}{U_T}} - 1 \right) \\ I_{CD} = I_{CS} \left( e^{\frac{V_{CB}}{U_T}} - 1 \right) \end{cases}$$

Equations d'Ebers-Moll →

$$\begin{cases} I_E = I_{ES} \left( e^{\frac{V_{BE}}{U_T}} - 1 \right) - \alpha_R I_{CS} \left( e^{\frac{V_{CB}}{U_T}} - 1 \right) \\ I_B = I_E - I_C \\ I_C = -I_{CS} \left( e^{\frac{V_{CB}}{U_T}} - 1 \right) + \alpha_F I_{ES} \left( e^{\frac{V_{BE}}{U_T}} - 1 \right) \end{cases}$$

Les grandeurs  $I_{ES}$ ,  $I_{CS}$ ,  $\alpha_F$  et  $\alpha_R$  sont des fonctions des densités de dopage et de la géométrie du transistor est sont interdépendantes suivant la condition de réciprocité  $\alpha_F I_{ES} = \alpha_R I_{CS}$ .

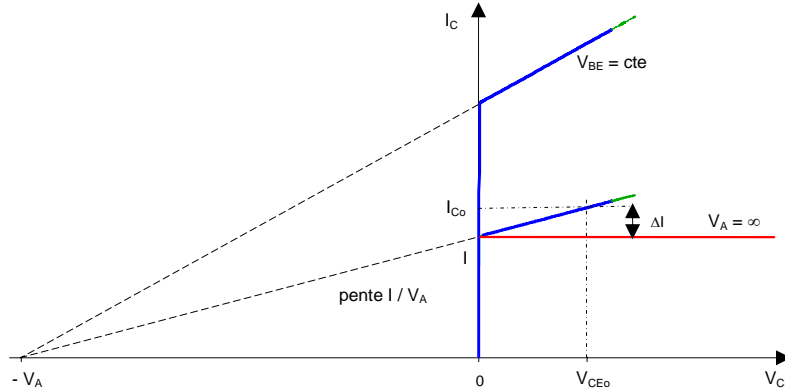
Chaque jonction peut être polarisée en direct et en inverse, d'où quatre modes de fonctionnement :

Mode	Polarisation base-émetteur	Polarisation collecteur-base
actif direct	direct	inverse
blocage	inverse	inverse
saturation	directe	directe
actif inverse	inverse	directe

Le transistor sera utilisé le plus souvent dans le mode actif direct ( $V_{BE} > 0$  et  $V_{CB} > 0$ ). Le courant de fuite de la jonction en inverse étant négligeable devant le courant direct de la jonction base-émetteur et  $V_{BE} \gg U_T$ , les équations s'écrivent :

$$\begin{cases} I_E \cong I_{ES} e^{\frac{V_{BE}}{U_T}} + \alpha_R I_{CS} \cong I_{ES} e^{\frac{V_{BE}}{U_T}} \\ I_C \cong I_{CS} + \alpha_F I_{ES} e^{\frac{V_{BE}}{U_T}} \cong \alpha_F I_{ES} e^{\frac{V_{BE}}{U_T}} \\ I_B \cong (1 - \alpha_F) I_{ES} e^{\frac{V_{BE}}{U_T}} \end{cases} \Rightarrow \frac{I_C}{I_B} \cong \frac{\alpha_F}{1 - \alpha_F} = \beta_F \cong \beta$$

Le gain en courant  $\beta_F$  (mode actif direct en émetteur commun) n'est pas constant puisque les caractéristiques de sortie  $I_C(V_{CE})$  du transistor ne sont pas horizontales. En raison de l'effet Early (modulation de la largeur de base), les prolongements de ces caractéristiques se coupent en un point de l'axe des  $V_{CE}$  négatifs (tension d'Early  $V_A$ ).

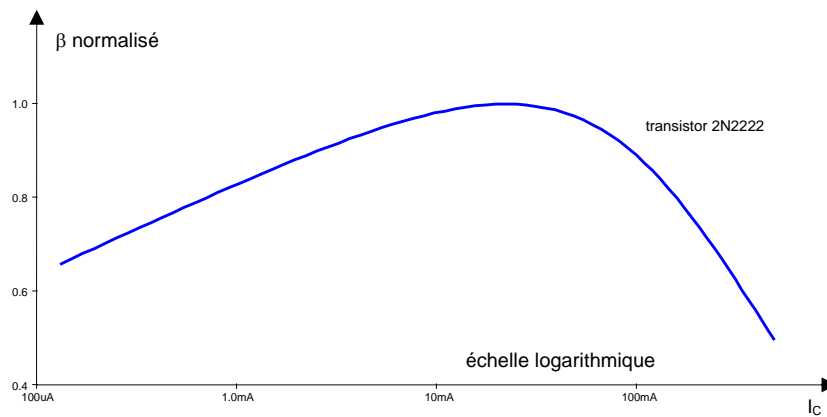


L'expression de l'ordonnée du point de repos s'écrit  $I_{C_0} = I + \Delta I = I \left( 1 + \frac{V_{CE_0}}{V_A} \right)$  avec  $I = \beta I_{B_0}$ , d'où la

relation générale  $I_C = \beta \left( 1 + \frac{V_{CE}}{V_A} \right) I_{BS} e^{\frac{V_{BE}}{U_T}}$  qui sera utilisée comme modèle de comportement pour des transistors appairés.

Si  $V_{CE} \ll V_A$ , la variation de  $\beta$  est négligeable  $\Rightarrow I_C \cong \beta I_{BS} e^{\frac{V_{BE}}{U_T}}$  et la pente des caractéristiques de sortie est approchée par  $\frac{I_C}{V_A + V_{CE}} \cong \frac{I_C}{V_A}$ .

D'autre part, ce gain en courant varie aussi en fonction du courant collecteur.

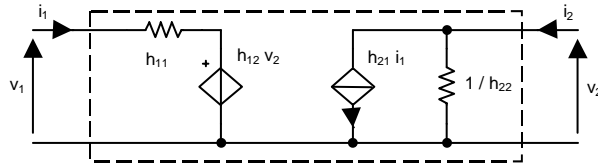


Le  $\beta_{typique}$  du constructeur se situant dans la zone médiane, il faudra polariser le transistor avec un courant continu de collecteur appartenant à celle-ci afin de conserver un transfert en courant optimal.

### Représentation en régime dynamique aux faibles signaux

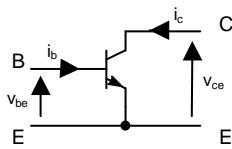
La représentation linéaire du transistor bipolaire, lors de l'étude dynamique aux petits signaux, la mieux adaptée est celle utilisant les paramètres  $h$ .

Paramètres  $h \rightarrow \begin{cases} v_1 = h_{11} i_1 + h_{12} v_2 \\ i_2 = h_{21} i_1 + h_{22} v_2 \end{cases}$

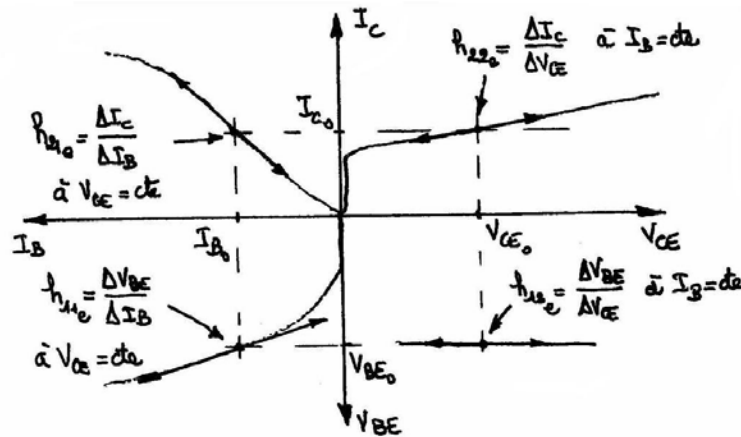


Les paramètres  $h_{ij}$  sont chacun issu d'un quadrant des caractéristiques statiques du transistor et leur valeur correspond à la tangente au point de polarisation (approche linéaire).

Pour le cas d'un montage émetteur commun, on a :



avec  $\begin{cases} v_1 \rightarrow v_{be} \\ v_2 \rightarrow v_{ce} \end{cases}, \begin{cases} i_1 \rightarrow i_b \\ i_2 \rightarrow i_c \end{cases}$



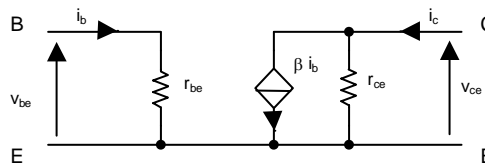
$$h_{11e} = \left[ \frac{v_{be}}{i_b} \right]_{v_{ce}=0} = \left[ \frac{\Delta V_{BE}}{\Delta I_B} \right]_{V_{CE}=cte} = \left[ \frac{\partial V_{BE}}{\partial I_B} \right]_{V_{CE}=cte} = \frac{U_T}{I_{B_0}} = r_{be}$$

$$h_{12e} = \left[ \frac{v_{be}}{v_{ce}} \right]_{i_b=0} = \left[ \frac{\Delta V_{BE}}{\Delta V_{CE}} \right]_{I_B=cte} = \left[ \frac{\partial V_{BE}}{\partial V_{CE}} \right]_{I_B=cte} \cong 0$$

$$h_{21e} = \left[ \frac{i_c}{i_b} \right]_{v_{ce}=0} = \left[ \frac{\Delta I_C}{\Delta I_B} \right]_{V_{CE}=cte} = \left[ \frac{\partial I_C}{\partial I_B} \right]_{V_{CE}=cte} = \beta \cong \beta_0$$

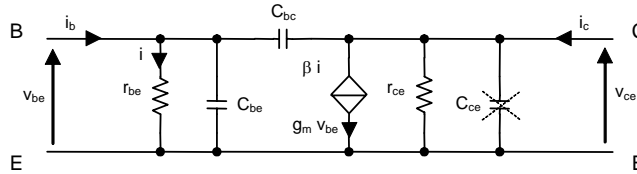
$$h_{22e} = \left[ \frac{i_c}{v_{ce}} \right]_{i_b=0} = \left[ \frac{\Delta I_C}{\Delta V_{CE}} \right]_{I_B=cte} = \left[ \frac{\partial I_C}{\partial V_{CE}} \right]_{I_B=cte} = \frac{1}{r_{ce}} \cong \frac{I_{C_0}}{V_A}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} v_{be} = r_{be} i_b \\ i_c = \beta i_b + \frac{1}{r_{ce}} v_{ce} \end{cases}$$





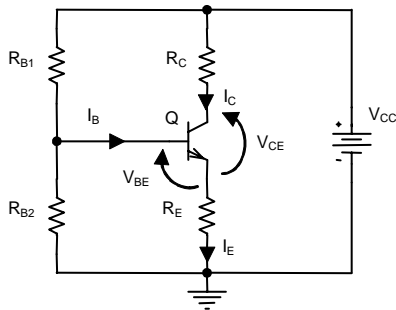
Si l'on considère le comportement du transistor aux faibles signaux dans son régime dynamique aux fréquences élevées, on doit tenir compte des capacités parasites inter-électrodes :



La jonction base-émetteur est une jonction polarisée en direct (schéma équivalent aux petits signaux  $r_{be} // C_{be}$  d'une diode en direct). La jonction base-collecteur est une jonction polarisée en inverse (schéma équivalent aux petits signaux  $r_{bc} // C_{bc}$  d'une diode en inverse au sein duquel on peut considérer la résistance inverse comme infinie). La capacité extrinsèque  $C_{ce}$  est considérée comme négligeable par rapport aux capacités parasites du montage ramenées entre collecteur et émetteur (il n'y a pas de niveau de jonction à cet endroit). Ce schéma linéaire est aussi appelé schéma de Giacometto (voir « Annexes » pour plus de détail).

### Les montages fondamentaux

L'approche de ce paragraphe est la même que pour le JFET. Le circuit de base utilisé est le suivant dans un mode de polarisation avec résistance d'émetteur et pont de base :

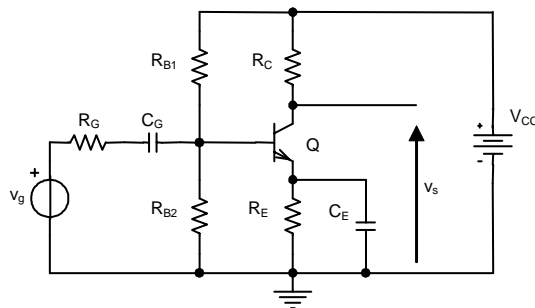


$$\begin{cases} V_B = R_B I_B + V_{BE} + R_E I_E \\ V_{CC} = R_C I_C + V_{CE} + R_E I_E \end{cases}$$

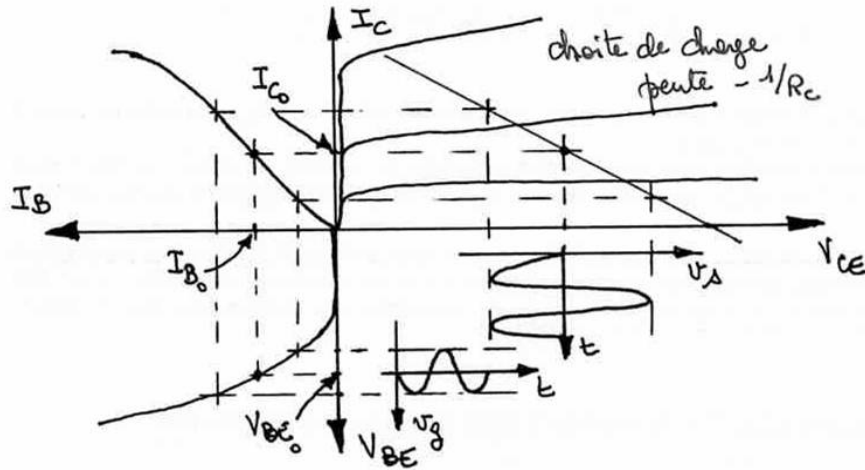
avec  $V_B = \frac{R_{B2}}{R_{B1} + R_{B2}} V_{CC}$   
 et  $R_B = R_{B1} // R_{B2}$

En régime dynamique et aux fréquences moyennes, les condensateurs de liaison et de découplage, considérés comme des courts-circuits dans ce domaine, permettent respectivement de lier le montage à l'attaque sous forme de Thévenin et de mettre l'électrode de référence du transistor à la masse. On étudie alors les trois montages possibles, dits fondamentaux, issus du montage de base et l'on compare leurs performances.

### Montage émetteur commun

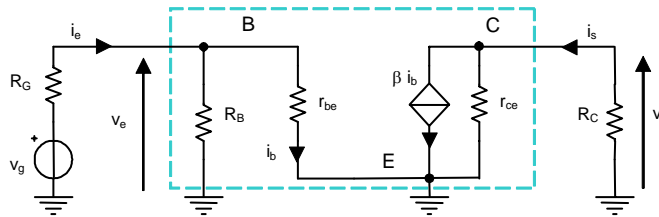


On peut effectuer une représentation graphique du problème (avec une attaque en tension).



La méthode analytique est mieux adaptée pour caractériser les performances dynamiques, à savoir résistance d'entrée, résistance de sortie, gain en tension, gain en courant, gain en puissance.

Schéma équivalent dynamique ( $r_{ce} \gg R_C$ ):



Equations du circuit  $\rightarrow v_e = r_{be} i_b, i_e = \frac{v_e}{R_B} + i_b, v_s = -\beta i_b (R_C \parallel r_{ce}), i_s = \beta i_b + \frac{v_s}{r_{ce}}$

Résistance d'entrée :  $z_e = \frac{v_e}{i_e} = R_B \parallel r_{be}$

Résistance de sortie vue par  $R_C$  :  $z_s = r_{ce}$  (car  $i_b = 0$ )

Gain en tension :  $A_v = \frac{v_s}{v_e} = -\frac{\beta(R_C \parallel r_{ce})}{r_{be}} \cong -\frac{\beta R_C}{r_{be}}$

Gain en courant :  $A_i = \frac{i_s}{i_e} = \frac{\beta r_{ce}}{r_{ce} + R_C} \frac{1}{\frac{r_{be}}{R_B} + 1} \cong \frac{\beta}{\frac{r_{be}}{R_B} + 1} \cong \beta$  (si  $R_B \gg r_{be}$ )

Gain en puissance :  $A_p = |A_v A_i|$

### Montage base commune

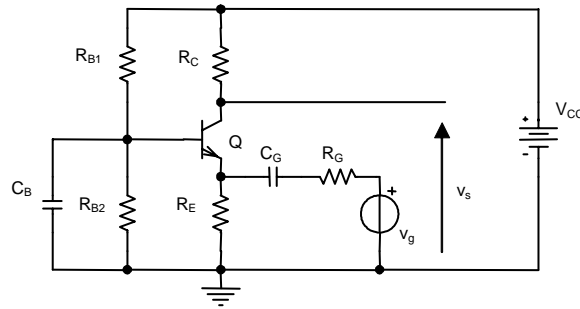
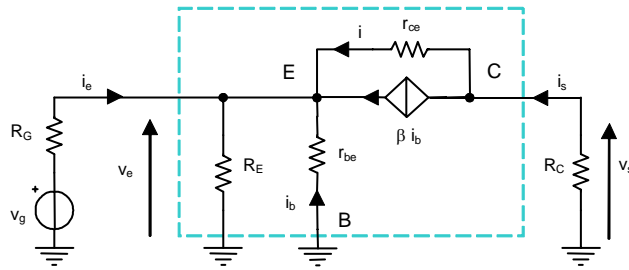


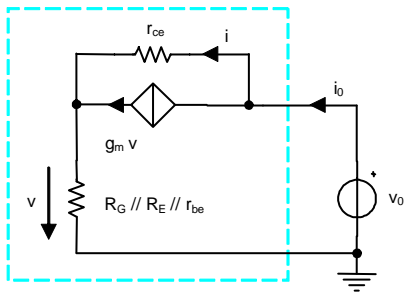
Schéma équivalent dynamique :



Equations du circuit  $v_e = -r_{be} i_b$ ,  $i_e + (\beta + 1)i_b + i = \frac{v_e}{R_E}$ ,  $i_s = \beta i_b + i$ ,  $v_s = -R_C i_s$ ,  $r_{be} i_b = R_C i_s + r_{ce} i$

Résistance d'entrée :  $Z_e = \frac{v_e}{i_e} = \frac{r_{be}}{\frac{r_{be}}{R_E} + \beta + 1} \cong R_E \parallel \frac{r_{be}}{\beta + 1} \cong \frac{r_{be}}{\beta + 1}$  (si  $R_E \gg \frac{r_{be}}{\beta + 1}$  et  $r_{ce}$  grand)

Résistance de sortie vue par  $R_C$  :



$$\begin{cases} v_0 = r_{ce} i - v \\ i_0 = g_m v + i \quad \text{avec } R = R_G \parallel R_E \parallel r_{be} \\ v = -R i_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_0 = r_{ce} i_0 - v(1 + g_m r_{ce}) \\ v = -R i_0 \end{cases} \Rightarrow z_s = \frac{v_0}{i_0} = R + r_{ce}(1 + g_m R) \cong r_{ce}(1 + g_m R)$$

Gain en tension :  $A_v = \frac{v_s}{v_e} \cong \frac{\beta R_C}{r_{be}}$  ( $r_{ce}$  très grand)

Gain en courant :  $A_i = \frac{i_s}{i_e} \cong \frac{-\beta}{\frac{r_{be}}{R_E} + \beta + 1} \cong -\frac{\beta}{\beta + 1} = -\alpha \cong -1$  (si  $R_E \gg \frac{r_{be}}{\beta + 1}$  et  $r_{ce}$  très grand)

Gain en puissance :  $A_p = A_v$

### Montage collecteur commun

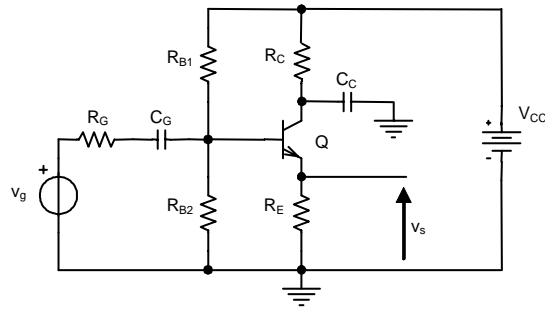
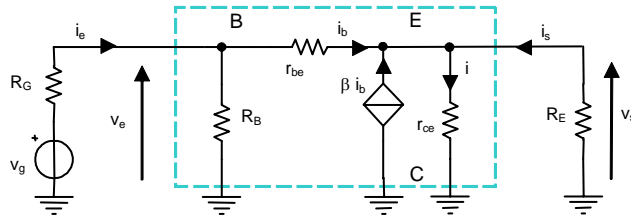


Schéma équivalent dynamique :

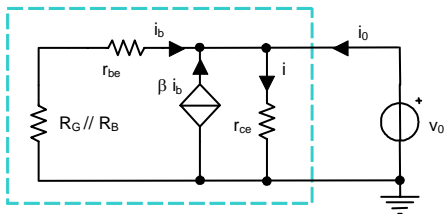


Equations du circuit

$$i_e = \frac{V_e}{R_B} + i_b, \quad v_e = [r_{be} + (\beta + 1)(R_E // r_{ce})]i_b, \quad i_s + (\beta + 1)i_b = i, \quad v_s = (\beta + 1)i_b(R_E // r_{ce}), \quad r_{ce}i + R_E i_s = 0$$

Résistance d'entrée :  $z_e = R_B // [r_{be} + (\beta + 1)(R_E // r_{ce})] \cong (\beta + 1)R_E$  (si  $R_B \gg r_{be} + (\beta + 1)R_E$  et  $i \cong 0$ )

Résistance de sortie vue par  $R_E$  :



$$\begin{cases} i_0 = i - (\beta + 1)i_b \\ v_0 = r_{ce}i \\ v_0 = -(r_{be} + R_G // R_B)i \end{cases} \Rightarrow z_s = r_{ce} // \frac{r_{be} + R_B // R_G}{\beta + 1} \cong \frac{r_{be}}{\beta + 1}$$

(si  $r_{be} \gg R_B // R_G$ )

Gain en tension :  $A_v = \frac{v_s}{v_e} \cong \frac{(\beta + 1)R_E}{r_{be} + (\beta + 1)R_E} < 1$  ( $r_{ce} \gg R_E$ )

Gain en courant :  $A_i = \frac{i_s}{i_e} \cong -\frac{\beta + 1}{1 + \frac{r_{be} + (\beta + 1)R_E}{R_B}} \cong -(\beta + 1)$  (si  $R_B \gg r_{be} + (\beta + 1)R_E$  et  $i$  négligeable)

Gain en puissance :  $A_p = |A_i|$

**Comparaison entre ces montages**

CARACTERISTIQUES DYNAMIQUES	EMETTEUR COMMUN	BASE COMMUNE	COLLECTEUR COMMUN
Gain en tension	élevé et inverseur	élevé	< 1
Gain en courant	élevé ( $\beta$ )	1 et inverseur ( $-\alpha$ )	élevé et inverseur $-(\beta+1)$
Gain en puissance	oui	non	non
Résistance d'entrée	moyenne ( $r_{be}$ )	très faible ( $r_{be}/(\beta+1)$ )	élevée $((\beta+1)R_E)$
Résistance de sortie	moyenne ( $r_{ce}$ )	très élevée	très faible

Le seul montage de puissance est le montage émetteur commun. Il possède une résistance d'entrée fonction de la polarisation. C'est le montage le plus utilisé. Le montage base commune possède une résistance d'entrée faible, ce qui peut être un inconvénient. Cependant, sa résistance de sortie très importante en fait une vocation de générateur de courant dynamique (niveau de jonction collecteur-base en inverse en sortie). Le montage collecteur commun présente une résistance d'entrée élevée et sa faible résistance de sortie en fait un adaptateur d'impédance, abaisseur d'impédance et montage suiveur.

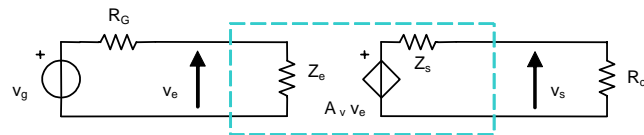
# La caractérisation d'un amplificateur linéaire

Un amplificateur en régime linéaire peut être modélisé sous plusieurs formes suivant sa fonction (amplificateur de tension, amplificateur de courant, ...). Une fois sa fonction établie, il est nécessaire de caractériser ses performances dynamiques (résistance d'entrée, résistance de sortie et transfert) dans un domaine de fréquences spécifié. Cela impose une analyse en fréquence afin de déterminer la bande passante et la stabilité du système.

## Représentation d'un amplificateur

Quatre représentations sont possibles sous la forme de quadripôles au sein desquels le transfert inverse est nul (amplificateur unidirectionnel). La modélisation de comportement est représentée par une source liée (dipôle de sortie) associée à une branche de contrôle (dipôle d'entrée).

### Amplificateur de tension

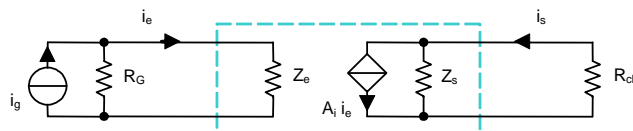


$$\text{Si } \begin{cases} R_G \ll Z_e \Rightarrow v_g \cong v_e \\ Z_s \ll R_{ch} \Rightarrow v_s \cong A_v v_e \end{cases} \Rightarrow v_s \cong A_v v_g$$

L'amplificateur de tension (convertisseur tension/tension) est une source de tension contrôlée par une tension et doit proposer une impédance d'entrée importante et une faible impédance de sortie.

$$A_v \equiv \frac{V_s}{V_g} \text{ gain en tension à vide (sortie en circuit ouvert)} \\ R_{ch} \rightarrow \infty$$

### Amplificateur de courant



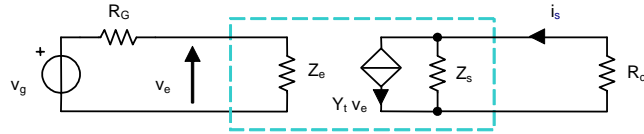
$$\text{Si } \begin{cases} R_G \gg Z_e \Rightarrow i_g \cong i_e \\ Z_s \gg R_{ch} \Rightarrow i_s \cong A_i i_e \end{cases} \Rightarrow i_s \cong A_i i_g$$

L'amplificateur de courant (convertisseur courant/courant) est une source de courant contrôlée par un courant et doit proposer une faible impédance d'entrée et une importante impédance de sortie.

$$A_i \equiv \frac{i_s}{i_g} \text{ gain en courant en court-circuit (sortie en court-circuit)}$$

$$R_{ch} \rightarrow 0$$

### Amplificateur à conductance de transfert



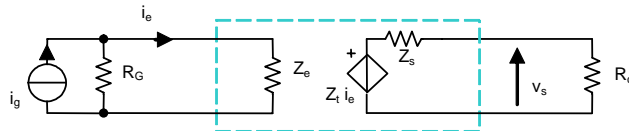
$$\text{Si } \begin{cases} R_G \ll Z_e \Rightarrow v_g \cong v_e \\ Z_s \gg R_{ch} \Rightarrow i_s \cong Y_t v_e \end{cases} \Rightarrow i_s \cong Y_t v_g$$

L'amplificateur à transconductance (convertisseur tension/courant) est une source de courant contrôlée par une tension et doit proposer une importante impédance d'entrée et de sortie.

$$Y_t \equiv \frac{i_s}{v_g} \text{ conductance de transfert ou transconductance (sortie en court-circuit)}$$

$$R_{ch} \rightarrow 0$$

### Amplificateur à résistance de transfert



$$\text{Si } \begin{cases} R_G \gg Z_e \Rightarrow i_g \cong i_e \\ Z_s \ll R_{ch} \Rightarrow v_s \cong Z_t i_e \end{cases} \Rightarrow v_s \cong Z_t i_g$$

L'amplificateur à transrésistance (convertisseur courant/tension) est une source de tension contrôlée par un courant et doit proposer une faible impédance d'entrée et de sortie.

$$Z_t \equiv \frac{v_s}{i_g} \text{ résistance de transfert ou transrésistance (sortie en circuit ouvert)}$$

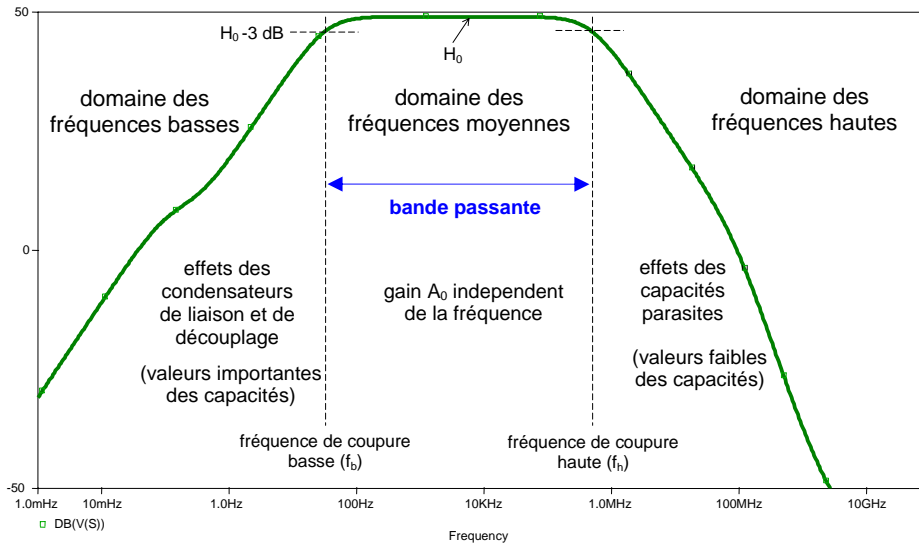
$$R_{ch} \rightarrow \infty$$

Ces schémas équivalents représentent des circuits de complexité quelconque. Aussi, pour un amplificateur constitué de plusieurs étages à fonctions élémentaires caractérisés sous forme de quadripôles, une analyse globale n'est pas envisageable de manière analytique car elle conduit à une mise en équations produisant un système linéaire à résoudre de dimension importante (utilisation d'un simulateur de circuits). Cependant, une méthode de travail consiste à décomposer le circuit en éléments simples et tenir compte de l'interaction des éléments (voir cours « Annexes »).

## Analyse en fréquence

La détermination de la bande passante est issue d'une étude fréquentielle conduisant à l'écriture de fonctions de transfert d'ordre égal ou supérieur à 1 en fonction de la variable  $p = j\omega$  (régime sinusoïdal). L'évaluation des fréquences de coupure basse et haute s'avère délicate, voire impossible sans simulateur. Après avoir défini les différents domaines de fréquence pour un amplificateur large bande, des méthodes de travail seront proposées pour l'étude aux fréquences basses et hautes de systèmes d'ordre faible.

### Définition des domaines de fréquence

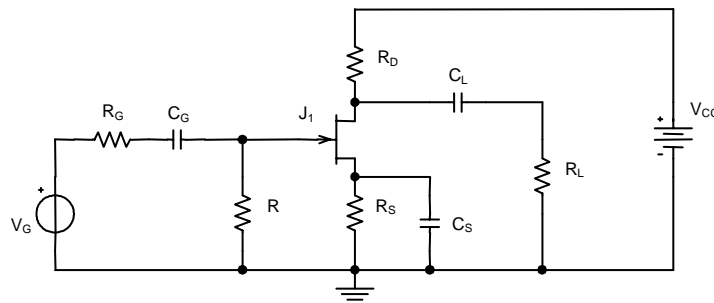


**Domaine des fréquences moyennes :** c'est le domaine dans lequel le gain est indépendant de la fréquence car les capacités du schéma ne sont pas prises en compte, soit que la fréquence est trop basse pour que les faibles capacités puissent présenter une impédance faible (cas des capacités parasites considérées comme des circuits ouverts), soit que la fréquence est trop élevée pour que les fortes capacités puissent présenter une impédance importante (cas des capacités de liaison et de découplage considérées comme des courts-circuits).

**Domaine des fréquences basses :** ce domaine ne permet plus de considérer que les impédances présentées par les capacités de liaison et de découplage soient négligeables.

**Domaine des fréquences hautes :** ce domaine ne permet plus de considérer que les impédances présentées par les capacités parasites soient importantes.

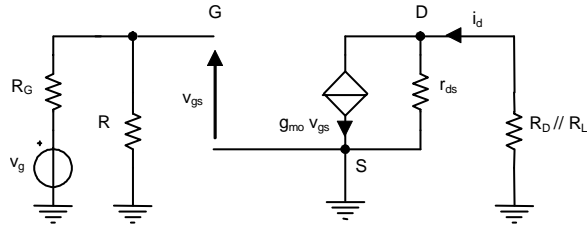
• **Application :** à partir du montage source commune



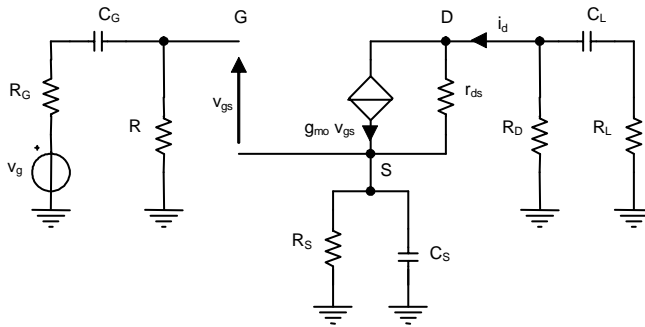


Les différents schémas à envisager sont :

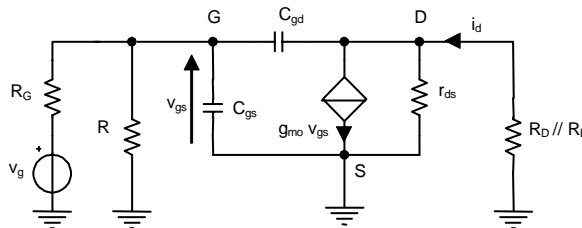
- aux fréquences moyennes :



- aux fréquences basses :



- aux fréquences hautes :



**Notion de fonction de transfert**

$$H(p) = H_0 \frac{\left(1 + \frac{p}{\omega_{z_1}}\right) \left(1 + \frac{p}{\omega_{z_2}}\right) \dots \left(1 + \frac{p}{\omega_{z_m}}\right)}{\left(1 + \frac{p}{\omega_1}\right) \left(1 + \frac{p}{\omega_2}\right) \dots \left(1 + \frac{p}{\omega_n}\right)}$$

$H_0$  est le gain aux fréquences moyennes. La fonction est d'ordre  $n$  tel que  $n > m$ . Les pôles sont  $p = -\omega_i \rightarrow H(p) = \infty$  et les zéros  $p = -\omega_{z_i} \rightarrow H(p) = 0$ . Le nombre de pôles étant supérieur au nombre de zéros,  $H(p) \cong \frac{H_0}{p^{n-m}} \rightarrow 0$  quand  $p \rightarrow \infty$  (comportement réaliste d'un système).

Le nombre de pôles d'une fonction de transfert est déterminé en comptabilisant les composants de stockage d'énergie indépendants. Ces composants sont presque exclusivement des condensateurs qui sont indépendants si la tension à leurs bornes est indépendante de toutes les autres tensions des condensateurs du schéma. Par exemple, deux condensateurs en parallèle (même tension aux bornes) ou en série (même charge stockée) ne sont pas indépendants ou encore une maille

composée de  $k$  condensateurs ne propose que  $k-1$  condensateurs indépendants puisque 1 possède une tension à ses bornes égale à la somme des tensions aux bornes des autres condensateurs.

L'analyse en fréquence s'effectue en deux étapes indépendantes pour les systèmes à large bande, contrairement aux systèmes à bande étroite (filtres actifs passe-bande, coupe-bande ou réjecteur de fréquence). Les condensateurs de découplage et de liaison produiront le comportement en basses fréquences. Les capacités de faibles valeurs produiront le comportement en hautes fréquences.

### Réponse aux fréquences hautes

Le problème posé aux fréquences hautes est de deux types :

- détermination de la fréquence de coupure à  $-3\text{ dB}$  qui demande l'évaluation du pôle le plus faible, mais la précision du calcul nécessite l'évaluation du pôle suivant,
- étude de la stabilité du système qui demande le tracé du diagramme asymptotique afin de connaître la pente de l'asymptote à  $0\text{ dB}$  ( $-20\text{ dB}$  pour un système stable), ce qui nécessite aussi l'évaluation du pôle suivant.

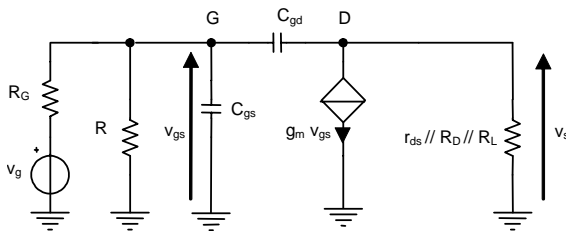
La fonction de transfert est analytiquement trop complexe à écrire et il faut connaître les emplacements des pôles et zéros. Aussi, est-il nécessaire de mettre en œuvre des méthodes plus efficaces que la méthode globale en introduisant des hypothèses simplificatrices. Les résultats obtenus par ces méthodes seront comparés aux résultats produits par simulation sur ordinateur (voir « Annexes »).

### Réponse aux fréquences basses

Le problème posé aux fréquences basses est physiquement différent. En effet, les condensateurs de découplage et de liaison sont des composants choisis pour provoquer délibérément la fréquence de coupure basse, alors que les capacités de jonctions ou de câblage en H.F. sont des capacités parasites imposées par le choix des composants actifs et par la qualité du câblage. Il n'empêche que la complexité analytique reste présente et l'étude de la réponse en fréquence réclame des méthodes plus directes (voir « Annexes »).

- **Application** : transfert en tension du montage source commune en H.F.

#### Méthode classique (méthode des nœuds)



$$R'_L = R_L // R_D // r_{ds}$$

$$R' = R // R_G$$

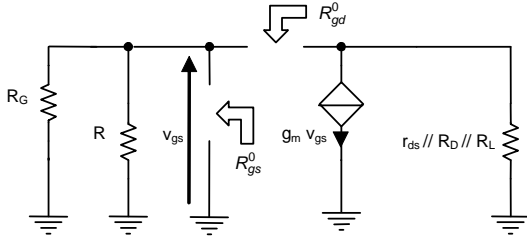
$$\text{nœud G} \rightarrow (V_{gs}(p) - V_s(p))C_{gd}p + V_{gs}(p)C_{gs}p + \frac{V_{gs}(p)}{R} + \frac{V_{gs}(p) - V_g(p)}{R_G} = 0$$

$$\text{nœud D} \rightarrow (V_{gs}(p) - V_s(p))C_{gd}p = g_m V_{gs}(p) + \frac{V_s(p)}{R'_L}$$

$$\text{de la forme } A_v(p) = \frac{V_s(p)}{V_g(p)} = A_{v_0} \frac{1 - \frac{p}{\omega_z}}{1 + a_1 p + a_2 p^2}$$

avec  $A_{v_0} = -g_m R'_L \frac{R}{R + R_G}$  (gain en tension aux fréquences moyennes) et  $\begin{cases} a_1 = R' C_{gs} + [R' + R'_L (1 + g_m R')] C_{gd} \\ a_2 = R' R'_L C_{gs} C_{gd} \\ \omega_z = g_m / C_{gd} \end{cases}$

**Méthode du pôle dominant** (voir « Annexes »)



$$\begin{aligned} R_{gs}^0 &= R // R_G = R' \\ R_{gd}^0 &= R' + R'_L (1 + g_m R') \\ R_{gd}^\infty &= R'_L \end{aligned}$$

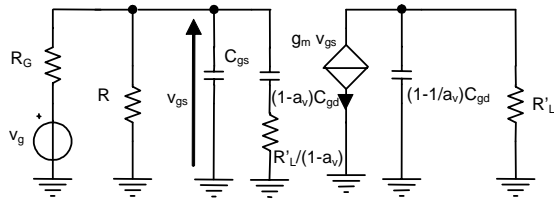
$$\begin{cases} a_1 = R_{gs}^0 C_{gs} + R_{gd}^0 C_{gd} = R' C_{gs} + [R' + R'_L (1 + g_m R')] C_{gd} \\ a_2 = R_{gs}^0 C_{gs} R_{gd}^\infty C_{gd} = R' R'_L C_{gs} C_{gd} \quad (\text{ou } a_2 = R_{gs}^\infty C_{gs} R_{gd}^0 C_{gd}) \end{cases}$$

Pour le zéro de la fonction de transfert

$$A_v(p) = \frac{V_s(p)}{V_e(p)} = 0 \Rightarrow V_s(p) = 0, \text{ le nœud D donne } C_{gd} p = g_m \text{ d'où } \omega_z = \frac{g_m}{C_{gd}}.$$

On retrouve l'analytique de la méthode classique.

**Transformation de schéma par l'application du théorème de Miller** (voir « Annexes »)



$$a_v = -g_m R'_L$$

Résistance du dipôle vu par  $C_{gs}$  lorsque  $(1 - a_v) C_{gd}$  est assimilé à un circuit ouvert :

$$R_{gs}^0 = R // R_G = R'$$

Résistance du dipôle vu par  $(1 - a_v) C_{gd}$  lorsque  $C_{gs}$  est assimilé à un circuit ouvert :

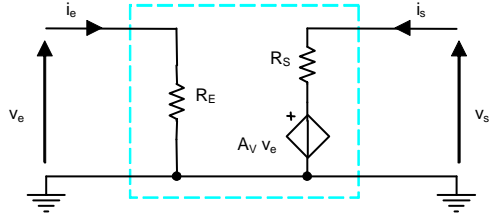
$$R_{gd}^0 = R' + \frac{R'_L}{(1 + g_m R')}$$

$$a_1 = R_{gs}^0 C_{gs} + R_{gd}^0 (1 + g_m R) C_{gd} = R' C_{gs} + [R' + R'_L (1 + g_m R')] C_{gd} \quad (\text{même écriture du coefficient que précédemment}).$$

Ce schéma transformé ne permet pas l'évaluation du coefficient  $a_2$ .

## Mesures physiques des caractéristiques dynamiques

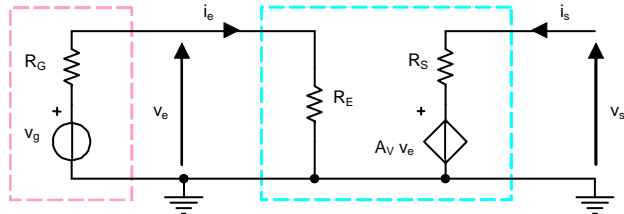
A l'intérieur de sa bande passante, un amplificateur (qu'il travaille en tension ou en puissance) est défini par trois paramètres fondamentaux, à savoir la résistance d'entrée  $R_E$ , la résistance de sortie  $R_S$  et le gain en tension à vide  $A_V$ . La caractérisation linéaire qui en découle se traduit sous la forme du quadripôle suivant :



### Détermination du gain en tension à vide

Théoriquement :  $v_{s_0} = A_V v_e + R_S i_s$  avec  $i_s = 0 \Rightarrow A_V = \frac{v_{s_0}}{v_e}$

Pratiquement :

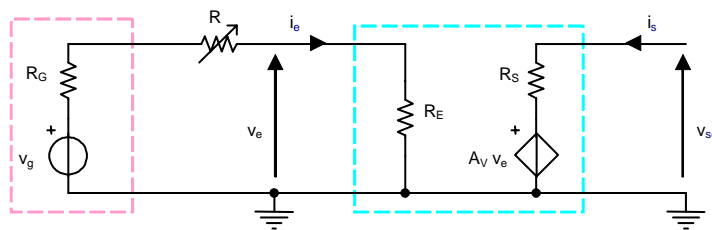


Un générateur de tension, d'amplitude  $v_g$  et de résistance interne  $R_G$ , est appliqué à l'entrée de l'amplificateur et le signal de sortie non déformé est récupéré.

### Détermination de la résistance d'entrée

Théoriquement :  $R_E = \frac{v_e}{i_e}$

Pratiquement :



On s'intéresse à la tension de sortie pour un amplificateur de tension ( $v_s \gg v_e$ ) afin d'obtenir une plus grande précision des mesures (faible niveau d'entrée, rapport signal sur bruit médiocre, ...).

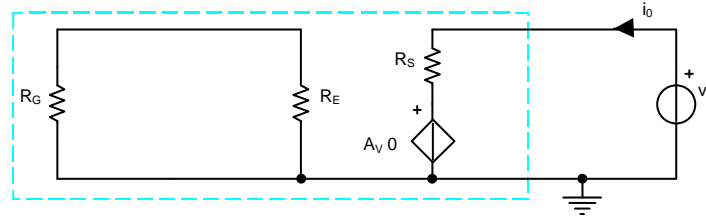
Deux étapes sont nécessaires :

$$\begin{cases} R = 0 \rightarrow v_{s_{01}} = \frac{R_E}{R_G + R_E} A_V v_g \\ R \neq 0 \rightarrow v_{s_{02}} = \frac{R_E}{R_G + R + R_E} A_V v_g \end{cases} \Rightarrow R_E = \frac{R}{\frac{v_{s_{01}}}{v_{s_{02}}} - 1} - R_G$$

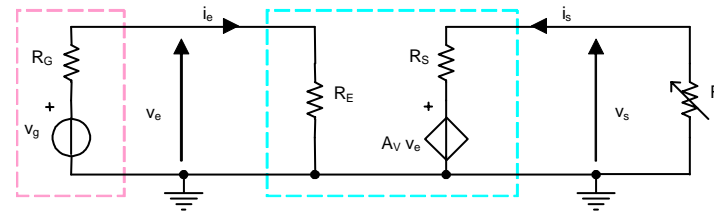
Cas particulier si l'on règle  $R$  pour obtenir en sortie  $v_{s02} = \frac{V_{s01}}{2} \Rightarrow R_E \cong R$  si  $R \gg R_G$ .

**Détermination de la résistance de sortie**

Théoriquement : méthode d'évaluation de la résistance d'entrée d'un dipôle.



Pratiquement :



Deux étapes sont nécessaires : 
$$\begin{cases} R \gg R_S \rightarrow v_{s0} \\ R \neq \infty \rightarrow v_s = \frac{R}{R + R_S} v_{s0} \Rightarrow R_S = \left( \frac{v_{s0}}{v_s} - 1 \right) R \end{cases}$$

Cas particulier si l'on règle  $R$  pour avoir en sortie  $v_s = \frac{V_{s0}}{2} \Rightarrow R_S = R$ .

Dans tous les cas, il est impératif de s'assurer d'obtenir des signaux sur l'oscilloscope à l'image du signal délivré par le générateur, afin de satisfaire le contexte d'amplification linéaire.

# Montages à plusieurs transistors

On est naturellement conduit à associer des étages amplificateurs en cascade et/ou en parallèle.

Les montages en cascade permettent d'augmenter le gain à bande passante donnée. On constate alors l'apparition d'une fréquence de coupure basse si le couplage est alternatif (capacité de liaison), la charge ramenée par le second étage sur le premier modifie la valeur du gain (décroissant en général), les capacités parasites ramenées diminuent la fréquence de coupure haute. On aura souvent affaire à des liaisons continues, ce qui entraîne une modification du point de repos.

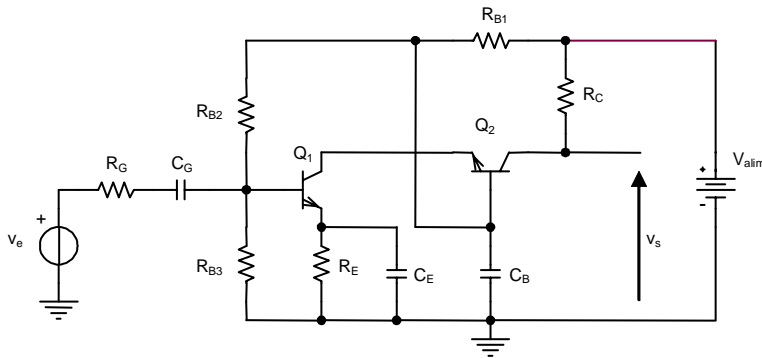
Les montages en parallèle permettent de satisfaire aux problèmes de compensation, à savoir les dérives thermiques et les dispersions de composants.

Tout ceci conduit à un certain nombre de montages élémentaires à deux ou plusieurs composants actifs que l'on étudie dans ce chapitre.

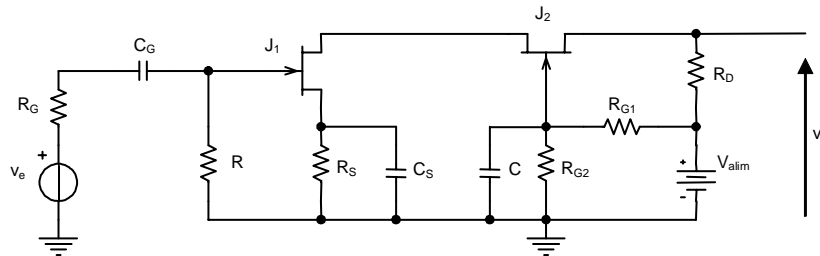
## Montage cascode

C'est l'association de montages émetteur commun et base commune (source commune et grille commune) ou encore collecteur commun et base commune (drain commun et grille commune). Les performances de ce montage montre que l'on dispose d'un amplificateur de puissance large bande (vidéo), ce qui est impossible à obtenir à l'aide d'un montage émetteur commun (source commune) chargé par une forte valeur de résistance de collecteur (voir « Problèmes »).

### Cas du montage à JBT



### Cas du montage à JFET

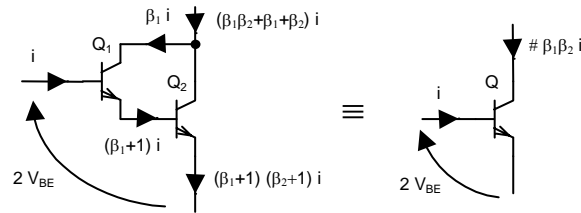


## Montage darlington

C'est l'association de deux transistors bipolaires et deux types de montages sont possibles.

### Darlington simple

Il s'agit de l'association en cascade de deux transistors de même type (NPN ou PNP) équivalents à un super transistor de même type et de gain en courant  $\beta \beta'$ .



Avantages : grand gain en courant.

Inconvénients : perte dynamique  $2 V_{BE}$  et lenteur de ces composants ( $f_t$  faible).

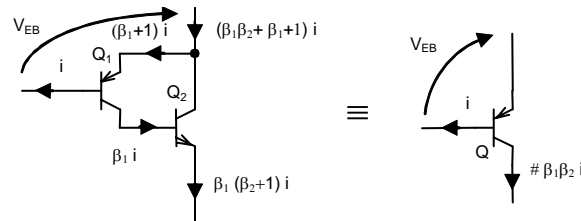
Il faut remarquer qu'en étude aux faibles signaux, les résistances dynamiques des jonctions base-émetteur valent

$$r_{be_1} = \frac{U_T}{I_{B_{10}}}, \quad r_{be_2} = \frac{U_T}{I_{B_{20}}} = \frac{U_T}{(\beta_1 + 1)I_{B_{10}}} = \frac{r_{be_1}}{\beta_1 + 1}$$

et, entre émetteur et base du Darlington, on voit  $r_{be_1} + (\beta_1 + 1)r_{be_2} = 2 r_{be_1}$ .

### Darlington composite

Cette association est aussi appelée pseudo-darlington ou compound. Les transistors sont de type différent.



Avantages : dynamique accrue car  $1 V_{BE}$  et plus rapide.

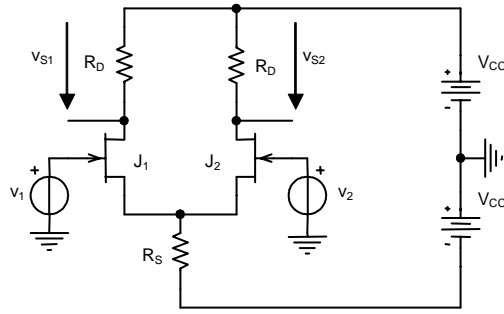
Inconvénients : apparition d'oscillations parasites (adjonction de réseaux correcteurs).

## Montage différentiel

L'intérêt de l'étage différentiel est d'amplifier la différence des entrées  $v_1 - v_2$  en minimisant au mieux l'amplification de la somme  $v_1 + v_2$  (composante parasite). Plus l'étage est symétrique, plus il sera peu sensible à la dispersion des composants et aux problèmes de compensation thermique.

Nous étudions successivement un montage différentiel à JFET et TBJ (topologie la plus simple).

**Cas du montage à JFET**

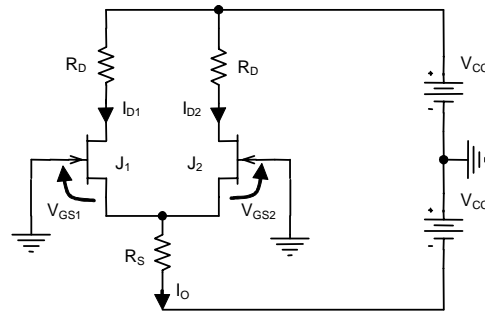


**Etude du régime continu (polarisation)**

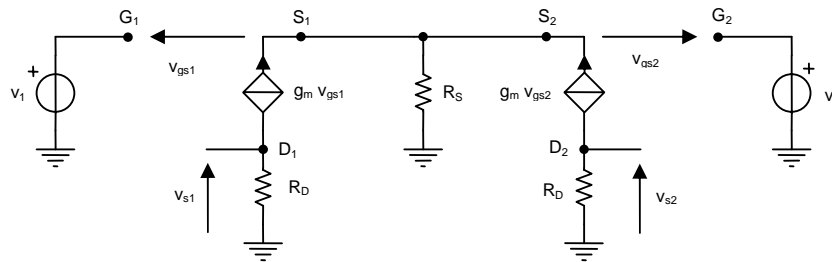
La symétrie du montage impose que les transistors soient identiques (mêmes  $I_{DSS}$  et  $V_P$ ).  
(extinction des sources dynamiques  $v_1 = v_2 = 0$ )

$$J_1 \equiv J_2 \rightarrow \begin{cases} I_{D1} = I_{DSS} \left(1 - \frac{V_{GS1}}{V_P}\right)^2 \\ I_{D2} = I_{DSS} \left(1 - \frac{V_{GS2}}{V_P}\right)^2 \end{cases}$$

$$\text{Circuit} \rightarrow \begin{cases} I_0 \cong I_{D1} + I_{D2} \\ V_{GS1} - V_{GS2} = 0 \\ V_{CC} = V_{GS1} + R_S I_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_{D1} = I_{D2} \cong I_0/2 \\ g_{m1} = g_{m2} = g_m \end{cases}$$



**Etude du régime dynamique (faibles signaux aux fréquences moyennes)**



$$\text{Circuit} \rightarrow \begin{cases} v_1 = v_{gs1} + g_m R_S (v_{gs1} + v_{gs2}) \\ v_2 = v_{gs2} + g_m R_S (v_{gs1} + v_{gs2}) \end{cases} \text{ et } \begin{cases} v_{s1} = -g_m R_D v_{gs1} \\ v_{s2} = -g_m R_D v_{gs2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} v_1 - v_2 = v_{gs1} - v_{gs2} \\ v_1 + v_2 = (v_{gs1} + v_{gs2})(1 + 2g_m R_S) \end{cases} \text{ et } \begin{cases} v_{s1} - v_{s2} = -g_m R_D (v_{gs1} - v_{gs2}) \\ v_{s1} + v_{s2} = -g_m R_D (v_{gs1} + v_{gs2}) \end{cases}$$

$$\text{d'où } v_{s1} = -\frac{g_m R_D}{2} (v_1 - v_2) - \frac{g_m R_D}{1 + 2g_m R_S} \frac{v_1 + v_2}{2} \text{ et } v_{s2} = +\frac{g_m R_D}{2} (v_1 - v_2) - \frac{g_m R_D}{1 + 2g_m R_S} \frac{v_1 + v_2}{2}$$



En notant la tension différentielle  $v_d = v_1 - v_2$  et la tension de mode commun  $v_c = (v_1 + v_2)/2$ , il

$$\text{vient : } \begin{cases} v_{s1} = + A_d v_d + A_c v_c \\ v_{s2} = - A_d v_d + A_c v_c \end{cases} \text{ avec } A_d = -\frac{g_m R_D}{2} \text{ et } A_c = -\frac{g_m R_D}{1 + 2g_m R_S}$$

où  $A_d$  et  $A_c$  sont respectivement les gains en tension différentiel et de mode commun.

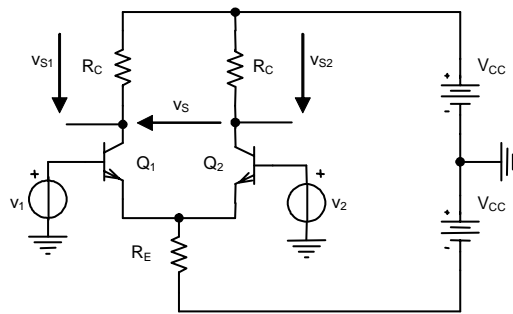
La qualité de l'amplification de la différence  $v_d$  par rapport à la somme  $v_c$  est définie par le taux de

$$\text{réjection de mode commun } T_{RMC} = \left| \frac{A_d}{A_c} \right| = \frac{1}{2} + g_m R_S \cong g_m R_S.$$

Le taux de réjection de mode commun  $T_{RMC}$  doit être le plus important possible. Il faut pour cela que la résistance  $R_S$  soit très importante et la pente  $g_m$  du JFET soit grande ( $I_{D_0}$  important). Mais si le courant de polarisation  $I_{D_0}$  est augmenté,  $R_S$  doit diminuer pour conserver la même polarisation. Cet impératif est contradictoire sauf si la résistance  $R_S$  est remplacée par une source de courant (voir plus loin).

Notons enfin que la résistance d'entrée différentielle (vue entre les grilles) et la résistance d'entrée en mode commun (entre le point commun de grilles et la masse) sont pratiquement de valeur infinie.

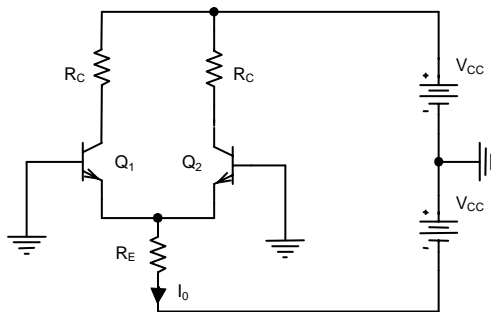
### Cas du montage à JBT



Les transistors  $Q_1$  et  $Q_2$  sont supposés identiques (même courant de saturation  $I_{BS}$  de la jonction base émetteur et même transfert direct  $\beta$  de courant). Ceci n'est réalisable qu'en technologie intégrée. Les charges doivent être de même valeur  $R_C$ . Les générateurs sont supposés travailler à la même fréquence.

### Etude du régime continu (polarisation)

$$(v_1 = v_2 = 0)$$



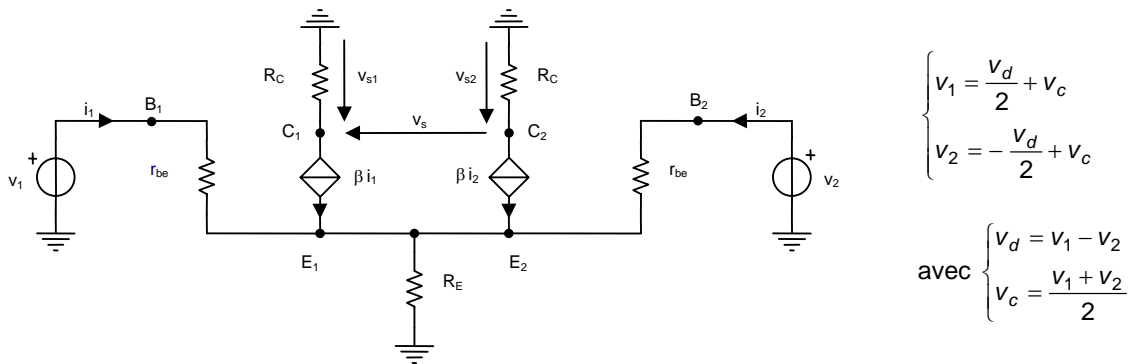
La symétrie du montage impose que les courants de collecteurs et de bases soient les mêmes (voir démonstration en étude aux forts signaux), d'où :

Loi du nœud  $\rightarrow I_0 = 2(I_{B_0} + I_{C_0}) \cong 2I_{C_0} \quad (\beta \gg 1)$

Loi des mailles  $\rightarrow \begin{cases} V_{CC} = V_{BE} + R_E I_0 \\ 2V_{CC} = R_C I_C + V_{CE} + R_E I_0 \end{cases}$

Les résistances dynamiques des jonctions base émetteur ont des valeurs identiques puisque  $Q_1$  et  $Q_2$  ont même polarisation.

**Etude du régime dynamique (faibles signaux aux fréquences moyennes)**



Mettons en œuvre une autre méthode mieux adaptée à l'étude de ce montage en appliquant le théorème de superposition (circuit linéaire). Deux études ont alors lieu, l'une portant sur le régime purement différentiel et l'autre sur le régime de mode commun.

Régime différentiel (attaque symétrique  $\pm v_d/2$ , sources  $v_c$  éteintes) :

$$\begin{cases} \frac{v_d}{2} = r_{be} i_1 + R_E (\beta + 1) (i_1 + i_2) \\ -\frac{v_d}{2} = r_{be} i_2 + R_E (\beta + 1) (i_1 + i_2) \\ v_{s_1} = -R_C \beta i_1 \\ v_{s_2} = -R_C \beta i_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} i_1 = -i_2 = \frac{v_d}{2r_{be}} \\ v_{s_1} = -v_{s_2} = -\frac{\beta R_C}{2r_{be}} v_d \end{cases}$$

Régime de mode commun (attaque parallèle  $+ v_c$ , sources  $v_d$  éteintes) :

$$\begin{cases} v_c = r_{be} i_1 + R_E (\beta + 1) (i_1 + i_2) \\ v_c = r_{be} i_2 + R_E (\beta + 1) (i_1 + i_2) \\ v_{s_1} = -R_C \beta i_1 \\ v_{s_2} = -R_C \beta i_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} i_1 = i_2 = \frac{v_c}{r_{be} + 2(\beta + 1)R_E} \\ v_{s_1} = v_{s_2} = -\frac{\beta R_C}{r_{be} + 2(\beta + 1)R_E} v_c \end{cases}$$

La superposition des deux régimes donne

$$\begin{cases} v_{s_1} = +A_d v_d + A_c v_c \\ v_{s_2} = -A_d v_d + A_c v_c \end{cases} \text{ avec } A_d = -\frac{\beta R_C}{2r_{be}} \text{ et } A_c = -\frac{\beta R_C}{r_{be} + 2(\beta + 1)R_E}$$

avec un taux de réjection  $T_{RMC} = \left| \frac{A_d}{A_c} \right| = \frac{1}{2} + \frac{(\beta + 1)R_E}{r_{be}} \cong g_m R_E$  ( $g_m = \frac{\beta}{r_{be}}$  pente des transistors).

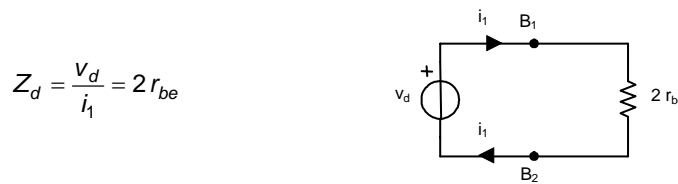
Si l'on s'intéresse à la tension inter-collecteur  $v_s = v_{s_1} - v_{s_2} = A'_d v_d$  avec  $A'_d = 2A_d = -\frac{\beta R_C}{r_{be}}$ , le gain différentiel est alors double et il n'y a pas de mode commun pour un montage parfaitement symétrique. Cette tension différentielle de sortie  $v_s$  peut constituer l'attaque d'un second étage différentiel afin d'obtenir un taux de réjection plus important (amplificateurs d'instrumentation). On sort habituellement de façon unilatérale, c'est-à-dire référé à la masse ( $v_{s_1}$  ou  $v_{s_2}$ ).

Démontrons que le gain dynamique en tension est directement proportionnel à  $I_0$  :

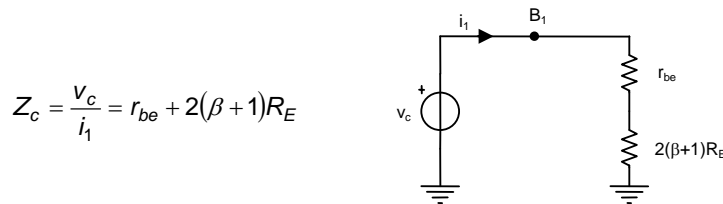
$$A_d = -\frac{\beta R_C}{2r_{be}} = -\frac{\beta R_C}{2U_T} I_{B_0} \text{ avec } I_{B_0} = \frac{I_{E_0}}{\beta + 1} = \frac{I_0}{2(\beta + 1)} \Rightarrow A_d = -\frac{\alpha R_C}{4U_T} I_0$$

La polarisation conditionne le gain en tension et il est important que  $I_0$  soit un courant stable en température (de même pour la résistance d'entrée).

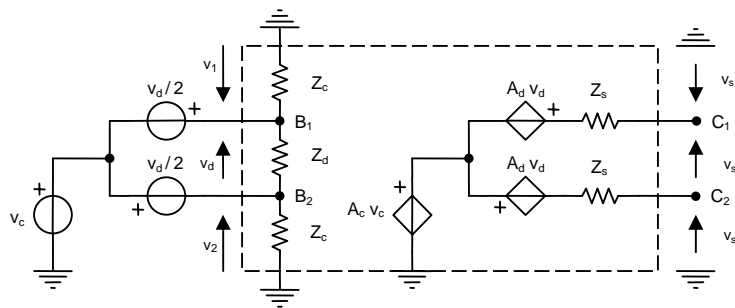
L'impédance différentielle d'entrée, vue entre les bases des transistors, est obtenue lorsque le mode commun est annulé, soit  $v_c = 0 \Rightarrow v_2 = -v_1$  et  $i_2 = -i_1$ . On a alors



L'impédance d'entrée de mode commun, vue entre une base de transistor et la masse, est obtenue lorsque le mode différentiel est annulé, soit  $v_d = 0 \Rightarrow v_2 = v_1$  et  $i_2 = i_1$ . On a alors



Le schéma aux faibles signaux est alors le suivant :



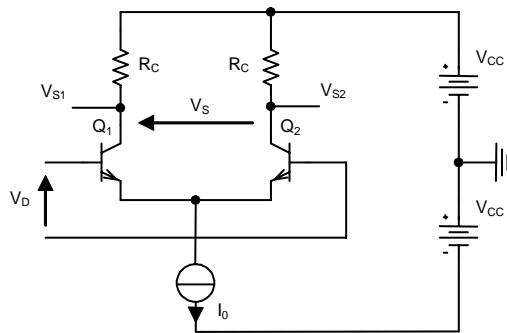
Ici,  $Z_s \cong R_C$ . La source  $v_c$  voit à ses bornes une résistance  $Z_c/2$  ( $v_d = 0$ ).

En conclusion, on constate que, pour obtenir un taux de réjection de mode commun le plus important possible, il faut que  $R_E$  soit très grande ( $A_c$  très faible). Ceci est en contradiction avec l'étude du régime statique car  $I_0$  ne pourra être maintenu à sa valeur que si  $V_{CC}$  augmente suivant la relation  $V_{CC} = V_{BE_0} + R_E I_0$ . Une simple résistance  $R_E$  ne peut satisfaire les régimes statique (maintien de  $I_0$ ) et dynamique ( $T_{RMC}$  important). Dans ce cas, la résistance est remplacée par une source de courant produisant  $I_0$  et de résistance dynamique de valeur importante (charge active).

### Etude du régime pseudo-continu

On s'intéresse ici aux caractéristiques de transfert de l'étage différentiel, à savoir  $I_{C_1}(V_D)$ ,  $I_{C_2}(V_D)$ ,  $V_S(V_D)$ .

Les lois non linéaires sur les jonctions base-émetteur seront supposées être les mêmes, ce qui entraîne que les transistors sont « identiques » par le biais de la technologie intégrée (même courant  $I_{BS}$  et même  $\beta$ ).



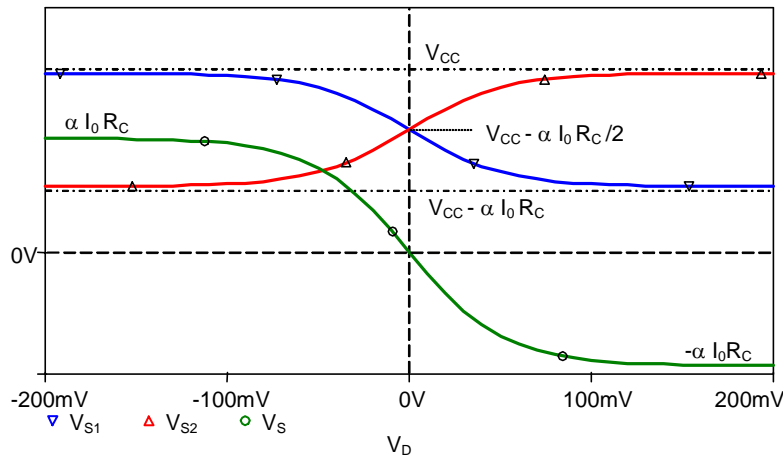
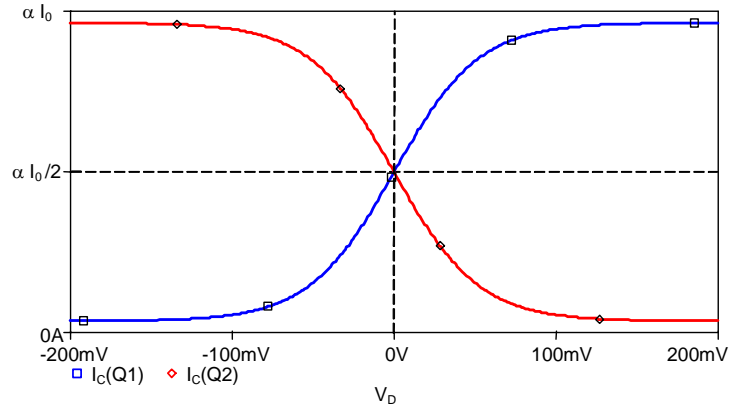
$$Q_1 \equiv Q_2 \rightarrow I_{BS_1} = I_{BS_2} = I_{BS} \text{ et } \beta_1 = \beta_2 = \beta \Rightarrow \begin{cases} I_{C_1} = \beta_1 I_{B_1} \cong \beta I_{BS} e^{\frac{V_{BE_1}}{U_T}} \\ I_{C_2} = \beta_2 I_{B_2} \cong \beta I_{BS} e^{\frac{V_{BE_2}}{U_T}} \end{cases}$$

Ces équations représentent le transfert  $I_C(V_{BE})$  sur les caractéristiques statiques des transistors (modèle Ebers-Moll en mode actif direct). Elles constituent les équations technologiques propres au montage à deux transistors appariés.

$$\text{Equations du circuit} \begin{cases} V_D = V_{BE_1} - V_{BE_2} \\ I_0 = I_{E_1} + I_{E_2} = \frac{1}{\alpha} (I_{C_1} + I_{C_2}) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{I_{C_1}}{I_{C_2}} = e^{\frac{V_{BE_1} - V_{BE_2}}{U_T}} = e^{\frac{V_D}{U_T}} \text{ et } \alpha I_0 = I_{C_1} \left( 1 + \frac{I_{C_2}}{I_{C_1}} \right) \text{ d'où } I_{C_1} = \frac{\alpha I_0}{1 + e^{-\frac{V_D}{U_T}}} \text{ et } I_{C_2} = \frac{\alpha I_0}{1 + e^{\frac{V_D}{U_T}}}$$

$$\text{Pour les potentiels de nœuds} \rightarrow \begin{cases} V_{S_1} = V_{CC} - R_C I_{C_1} \\ V_{S_2} = V_{CC} - R_C I_{C_2} \\ V_S = V_{S_1} - V_{S_2} = -R_C (I_{C_1} - I_{C_2}) \end{cases}$$



Pour des valeurs  $V_D > 4U_T$  ( $100\text{ mV}$ ),  $I_{C1} \cong \alpha I_0$  et  $I_{C2} \cong 0$ , ainsi que  $V_{S2} \cong V_{CC}$  et  $V_{S1} \cong V_{CC} - \alpha I_0 R_C$ .  
Si  $R_C$  est choisi convenablement, les transistors  $Q_1$  et  $Q_2$  sont respectivement saturé et bloqué.

Pour  $V_D = 0$  (régime continu),  $I_{C1} = I_{C2} \cong \frac{I_0}{2}$ ,  $V_{S1} = V_{S2} \cong V_{CC} - R_C \frac{I_0}{2}$ .

En régime dynamique aux faibles signaux ( $|V_D| \ll U_T$ ), le signal  $v_d(t)$  évolue sur la zone linéaire des caractéristiques, autour de  $V_D = 0$  et les performances du circuit linéaire peuvent être retrouvées.

Par exemple,  $V_{S1} = V_{CC} - R_C I_{C1} = V_{CC} - R_C \frac{\alpha I_0}{1 + e^{-\frac{V_D}{U_T}}}$

$$\text{pente} \rightarrow \left[ \frac{\partial V_{S1}}{\partial V_D} \right]_{V_D=0} = \left[ \frac{\alpha I_0 R_C}{\left(1 + e^{-\frac{V_D}{U_T}}\right)^2} \left( -\frac{e^{-\frac{V_D}{U_T}}}{U_T} \right) \right]_{V_D=0} = -\frac{\alpha R_C}{4U_T} I_0 = -\frac{\beta R_C}{2r_{be}} = A_d \quad (\text{gain différentiel})$$

La distorsion du signal sinusoïdal en sortie peut être approchée. Par définition,

$$d = \frac{\sqrt{A_2^2 + A_3^2 + A_4^2 + \dots}}{A_1} \quad \text{avec } A_n \text{ valeur efficace de l'harmonique } n.$$

Par exemple,  $V_S = -\alpha I_0 R_C \operatorname{th} \frac{V_D}{2U_T} \cong -\alpha I_0 R_C \left( \frac{V_D}{2U_T} - \frac{V_D^3}{24U_T^3} \right)$  (développement limité à l'ordre 4)

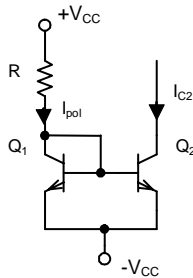
$$d \cong \frac{A_3}{A_1} = \frac{V_D^2}{12U_T^2} \text{ et pour } |V_D| = 0.35 U_T, d \cong 1\% .$$

## Les sources de courant

Au sein d'un circuit intégré ou discret, il est nécessaire de polariser les différents étages qui le compose et d'employer des charges dynamiques de très grande valeur (équivalent de  $R_E$  ou  $R_S$  pour l'étage différentiel étudié plus haut, par exemple). Les sources de courant et de tension répondent à cette demande. Ainsi, une source de courant peut s'identifier à un étage de polarisation si son courant de référence est constant, mais si ce dernier possède aussi une composante variable, alors la source servira de transfert dynamique en courant. Il en découle un problème d'identification de la fonction de la source au sein d'un schéma.

## Miroir de courant élémentaire

L'effet miroir consiste à reconduire le courant en entrée vers la sortie du montage avec une précision plus ou moins importante et en inversant le sens. En premier lieu, l'étude porte sur l'effet miroir produit à partir de la plus simple des topologies (appelé miroir élémentaire) au sein des régimes continu et dynamique.



Afin de polariser la jonction base-émetteur du transistor  $Q_2$ , une diode peut être utilisée. Il importe de contrôler la stabilité des courants et tensions de polarisation en fonction de la température. Une nette amélioration sera apportée par la présence d'une diode dont la caractéristique non linéaire est semblable à la jonction base-émetteur de  $Q_2$ . Ceci explique que le transistor  $Q_1$  est monté en diode et fonctionne dans sa zone active ( $V_{BE} > 0$  jonction en direct et  $V_{CB} = 0$  jonction en inverse). Les deux transistors sont donc appariés (technologiquement identiques).

Il est important de remarquer que l'entrée de ce circuit (côté transistor monté en diode) se compose d'une source de tension continue  $V_{CC}$  associée à une résistance  $R$ , ce qui produit un transfert de courant uniquement statique. L'ensemble constituera un dipôle équivalent à une impédance en régime dynamique aux faibles signaux.

## Etude du régime continu

$$Q_1 \cong Q_2 \rightarrow I_{BS_1} = I_{BS_2} = I_{BS} \text{ et } \beta_1 = \beta_2 = \beta \Rightarrow \begin{cases} I_{C_1} = \beta_1 I_{B_1} = \beta I_{BS} e^{\frac{V_{BE_1}}{U_T}} \\ I_{C_2} = \beta_2 I_{B_2} = \beta I_{BS} e^{\frac{V_{BE_2}}{U_T}} \end{cases}$$

$$\text{topologie} \rightarrow \begin{cases} V_{BE_1} = V_{BE_2} \\ I_{pol} = I_{C_1} + I_{B_1} + I_{B_2} \\ 2V_{CC} = R I_{pol} + V_{BE_1} \end{cases}$$

d'où  $I_{C_1} = I_{C_2}$  et  $I_{B_1} = I_{B_2} \Rightarrow I_{pol} = \left(1 + \frac{2}{\beta}\right) I_{C_2} \cong I_{C_2}$  (effet miroir)

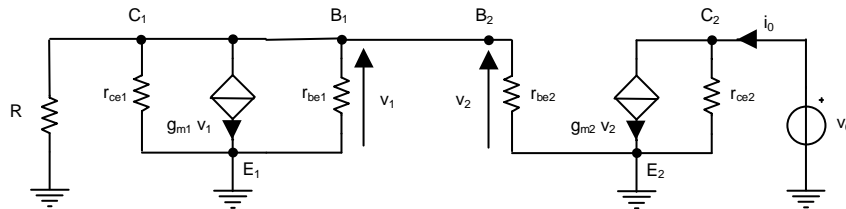
Précision du miroir :  $\varepsilon = \frac{I_{pol} - I_{C_2}}{I_{C_2}} = \frac{I_{pol}}{I_{C_2}} - 1 = \frac{2}{\beta}$

Calcul de R :  $R = \frac{2V_{CC} - V_{BE_1}}{I_{C_2}} \frac{\beta}{\beta + 2}$  (équation non linéaire)

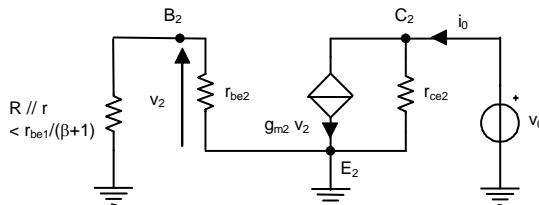
**Etude du régime dynamique (faibles signaux aux fréquences moyennes)**

Calculons maintenant l'impédance dynamique de la source vue entre le collecteur de  $Q_2$  et la masse (dipôle).

$r_{be_1} = r_{be_2} = \frac{U_T}{I_{C_0}} \beta$ ,  $g_{m_1} = g_{m_2} = \frac{\beta}{r_{be_1}}$  et  $r_{ce_1} = r_{ce_2} \cong \frac{V_A}{I_{C_0}}$  ( $V_A$  : tension d'Early)

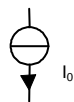


$Q_1$  monté en diode de résistance  $r = r_{be_1} // \frac{1}{g_{m_1}} // r_{ce_1} = \frac{r_{be_1}}{\beta + 1} // r_{ce_1} \cong \frac{r_{be_1}}{\beta + 1}$  (jonction parcourue par  $I_{E_{1_0}}$ )



$z_0 = \frac{V_0}{i_0} = r_{ce_2}$  (différent de  $R_{statique} = \frac{V_{CE_{2_0}}}{I_{C_{2_0}}}$ )

Toute source de courant, ayant fonction d'étage de polarisation, pourra se mettre sous la forme :

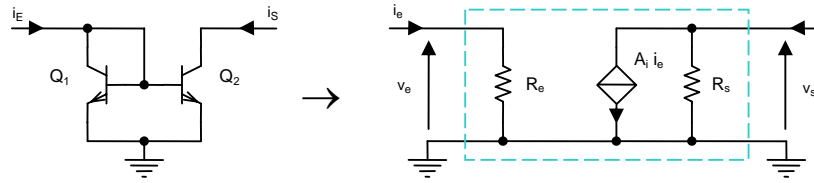


en régime continu



en régime dynamique aux faibles signaux

Si le courant d'entrée de la source est tel que  $i_E(t) = I_E + i_e(t)$ , c'est-à-dire constitué d'une composante continue et d'un courant variable faible signal, la fonction de la source est alors un transfert de courant en régime dynamique aux faibles signaux (et non un étage de polarisation). L'ensemble constituera un quadripôle équivalent à un amplificateur de courant (voir « La caractérisation d'un amplificateur linéaire ») dont la caractérisation est la suivante :

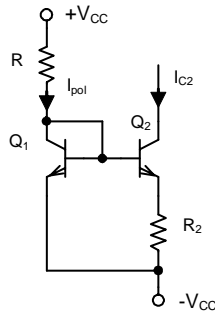


$$A_i = \left( \frac{i_s}{i_e} \right)_{v_s=0} = \frac{\beta}{\beta + 2}, \quad R_e = \left( \frac{v_e}{i_e} \right)_{v_s=0} = \frac{r_{be1}}{\beta + 2}, \quad R_s = \left( \frac{v_s}{i_s} \right)_{i_e=0} = r_{ce2}$$

Le transfert en courant, les impédances d'entrée et de sortie sont évaluées dans la condition d'attaque en courant en entrée ( $R_G \gg R_e$ ) et faible charge en sortie ( $R_s \gg R_{ch}$ ). Quant au calcul du régime continu, ce dernier demeure inchangé ( $I_E \cong I_S$  à la précision du miroir).

### Source de WIDLAR

Ce type de source est étudiée ici en effet lentille de courant afin d'obtenir des courants plus faibles que le courant de référence.



### Etude du régime continu

$$Q_1 \cong Q_2 \rightarrow \begin{cases} I_{C1} = \beta_1 I_{B1} \cong \beta I_{BS} e^{\frac{V_{BE1}}{U_T}} \\ I_{C2} = \beta_2 I_{B2} \cong \beta I_{BS} e^{\frac{V_{BE2}}{U_T}} \end{cases}$$

$$\text{topologie} \rightarrow \begin{cases} V_{BE1} = V_{BE2} + R_2 I_{E2} \\ I_{pol} = I_{C1} + I_{B1} + I_{B2} \\ 2V_{CC} = R I_{pol} + V_{BE1} \end{cases} \quad \text{avec } I_{B1} > I_{B2} \text{ car } V_{BE1} > V_{BE2}$$

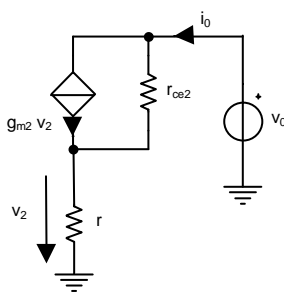
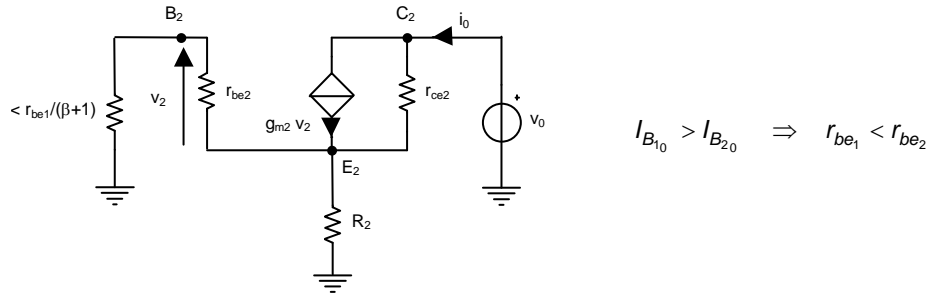
$$\text{Si } \beta \gg 2 \rightarrow \begin{cases} V_{BE1} \cong V_{BE2} + R_2 I_{C2} \\ I_{pol} \cong I_{C1} \cong \beta I_{BS} e^{\frac{V_{BE1}}{U_T}} \end{cases} \Rightarrow I_{pol} \cong \beta I_{BS} e^{\frac{V_{BE2}}{U_T}} e^{\frac{R_2 I_{C2}}{U_T}} \text{ soit } I_{pol} \cong I_{C2} e^{\frac{R_2 I_{C2}}{U_T}}$$

La relation obtenue correspond à une équation transcendante si  $I_{C2}$  est la variable. On peut vérifier au sein de cette expression que si  $R_2 = 0$ , on retrouve le cas du miroir de courant élémentaire. Si la source de Widlar est symétrique (présence de  $R_1 = R_2$  sur l'émetteur de  $Q_1$ ), on obtiendra l'effet miroir avec meilleure stabilité thermique (réaction par résistance d'émetteur).



**Etude du régime dynamique (faibles signaux aux fréquences moyennes)**

On calcule maintenant l'impédance dynamique de la source vue entre le collecteur de  $Q_2$  et la masse (dipôle).



$$r_{be2} \gg \frac{r_{be1}}{\beta + 1} \Rightarrow r \cong r_{be2} // R_2$$

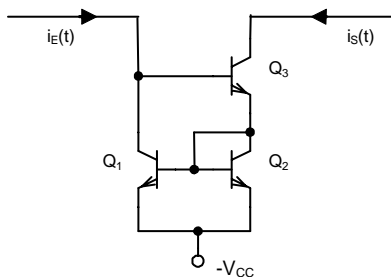
$$\begin{cases} v_0 = -v_2 + r_{ce2}(i_0 - g_{m2}v_2) \\ -v_2 = r i_0 \end{cases} \Rightarrow v_0 = r i_0 + r_{ce2}(1 + g_{m2}r)i_0$$

$$z_0 = \frac{v_0}{i_0} = r_{be2} // R_2 + \left(1 + \frac{\beta R_2}{R_2 + r_{be2}}\right) r_{ce2} \cong \left(1 + \frac{\beta R_2}{R_2 + r_{be2}}\right) r_{ce2}$$

$$\text{si } R_2 = 0 \Rightarrow z_0 = r_{ce2} \text{ (miroir élémentaire)}$$

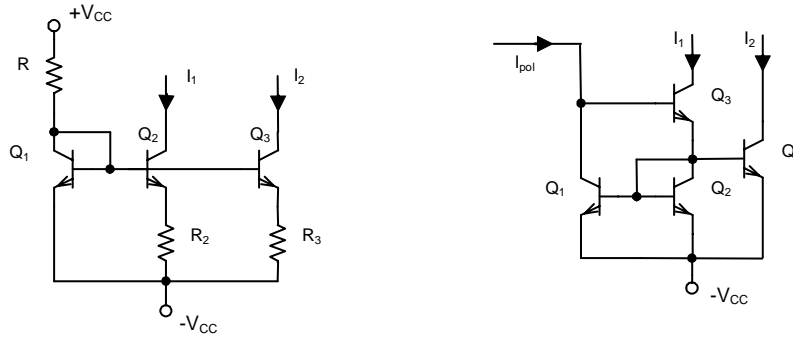
L'intérêt d'une source de Widlar asymétrique, en tant qu'étage de polarisation, réside dans l'obtention d'un courant plus faible (effet lentille) pour la polarisation de l'étage d'entrée d'un circuit intégré par exemple, associé à une impédance dynamique plus importante que celle du miroir élémentaire. Ajoutons que le faible courant continu est obtenu par une valeur raisonnable de la résistance  $R$ , contrairement au miroir.

**Source de WILSON**



C'est un miroir de courant de haute précision. Si le courant d'entrée présente une composante variable, le montage s'identifie à un quadripôle de transfert en courant unité, d'impédance dynamique d'entrée de valeur très faible et d'impédance dynamique de sortie de valeur très importante (voir « La contre-réaction »), sinon il s'identifie uniquement à l'impédance dynamique de sortie.

### Répétiteur de courant



C'est un montage permettant la polarisation de plusieurs étages à partir d'un même transistor monté en diode.

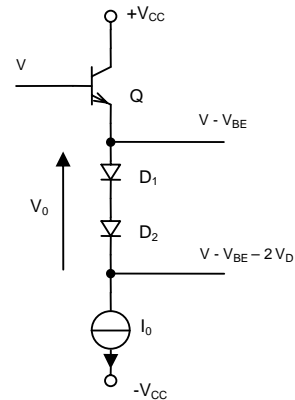
### Les translateurs de tension continu

Une source de tension de polarisation est parfois nécessaire pour obtenir pour une translation de niveau continu au sein d'un montage.

#### Translation par diodes

On peut utiliser des diodes mises en série et alimentées par un courant constant (source de courant  $I_0$ ) pour obtenir  $V_0 = n \times 0.6 V$  comme le montre ce schéma. Des diodes zener associées à des diodes feraient aussi l'affaire.

On remarquera la double translation vers le bas (vers le haut avec un PNP) du niveau continu  $V$  de valeurs  $V_{BE}$  et  $V_{BE} + 2V_D$ .



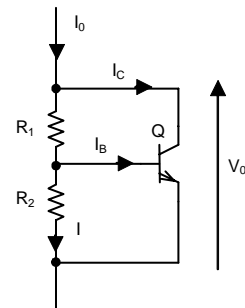
#### Multiplicateur de $V_{BE}$

##### Etude du régime continu (polarisation)

On suppose que  $I \gg I_{B_0} \rightarrow \begin{cases} V_{BE} = R_2 I \\ V_{CE} \cong (R_1 + R_2) I \end{cases}$

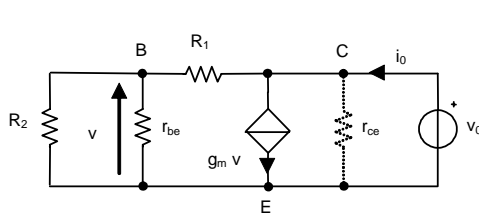
$\Rightarrow V_0 = V_{CE_0} \cong \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) V_{BE_0}$  avec  $I_B = \frac{I_0 - I}{\beta + 1} \ll I$

Le choix des résistances donne la tension continue souhaitée.



##### Etude du régime dynamique (faibles signaux aux fréquences moyennes)

On calcule maintenant l'impédance dynamique de la source de tension, la résistance  $r_{ce}$  intervenant en fin de calcul.



$$\begin{cases} v_0 = (R_1 + R)(i_0 - g_m v) \\ v = R(i_0 - g_m v) \end{cases} \quad \text{avec } R = R_2 // r_{be}$$

$$\Rightarrow v_0 = \frac{R_1 + R}{1 + g_m R} i_0$$

$$z_0 = \frac{R_1 + R}{1 + g_m R} // r_{ce} \cong \frac{R_1 + (R_2 // r_{be})}{1 + g_m (R_2 // r_{be})}$$

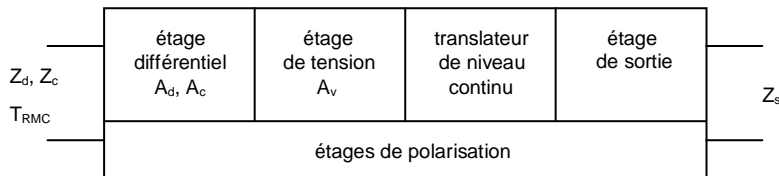
La résistance de cette source est de l'ordre de la centaine d'ohms pour des résistances  $R_1$  et  $R_2$  de quelques  $k\Omega$ . Le multiplicateur de  $V_{BE}$  est donc un générateur de tension continue dont l'impédance dynamique est très faible. Il peut se mettre sous la forme



Il est intéressant de noter que le multiplicateur de  $V_{BE}$  utilise la jonction base-émetteur d'un transistor, soit une seule diode pour obtenir la tension voulue, ce qui conduit à une meilleure stabilité en température.

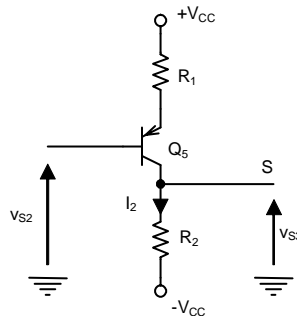
## Structure et représentation d'un amplificateur de tension intégré

Un amplificateur de tension intégré peut être schématisé comme suit :



Afin d'illustrer une structure simple, l'étage différentiel sera le montage à transistors NPN étudié plus haut, l'amplificateur de tension et le translateur de niveau continu seront représentés par un étage dit « intermédiaire ». Ce montage doit fournir un gain dynamique en tension  $A_v$  (émetteur commun à charges réparties) et une tension nodale  $V_S$  nulle en régime continu. L'étage terminal doit permettre une sortie à basse impédance (collecteur commun) pour une attaque en tension de la charge.

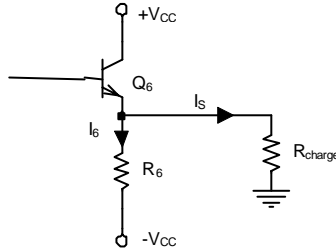
Etage intermédiaire



Cette dernière condition implique que  $V_S - (-V_{CC}) = R_2 I_2 \Rightarrow R_2 = V_{CC} / I_2$ . La valeur de la charge de collecteur de  $Q_5$  est alors imposée par le régime continu. Il faut noter ici l'emploi d'un transistor  $Q_5$

de type PNP. Si un transistor de type NPN était utilisé, son collecteur serait au potentiel nul ( $V_S = 0 \text{ V}$ ) et sa base à un potentiel fortement positif, d'où un fonctionnement en saturation.

L'étage terminal



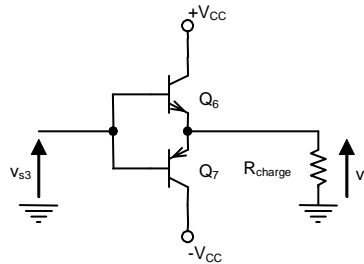
L'inconvénient du montage proposé est de faire circuler un courant dans le transistor  $Q_6$  même en l'absence de signal dynamique. En effet, en régime continu, le potentiel de sortie de l'amplificateur doit être nul (niveau de masse) pour qu'aucun courant ne traverse la charge. Ceci impose le potentiel d'émetteur à 0 V, donc  $I_S = 0 \Rightarrow I_6 = I_{E_{60}} = V_{CC}/R_6$  et le potentiel de base à 0.6 V pour  $Q_6$ . On constate ainsi un gaspillage d'énergie en continu, ce qui entraîne un rendement médiocre de l'étage.

$$Q_6 \text{ saturé} \rightarrow v_{s_{\max}}^+ \cong V_{CC} - V_{CE_{\text{sat}}} \cong V_{CC}$$

D'autre part, en régime dynamique aux forts signaux

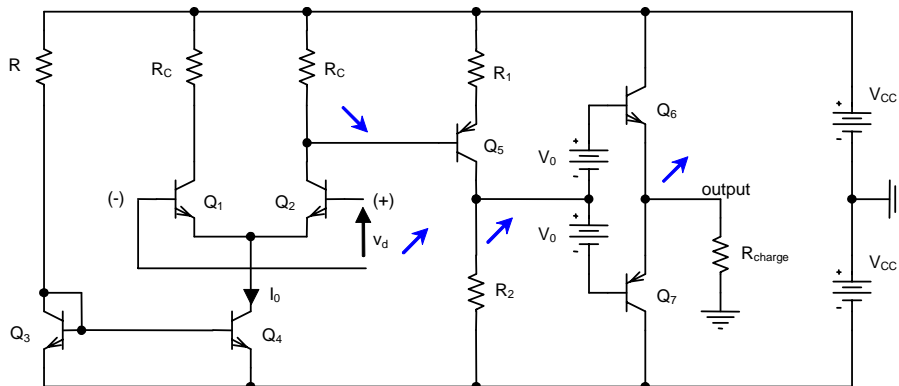
$$Q_6 \text{ bloqué} \rightarrow v_{s_{\max}}^- = -\frac{R_{ch}}{R_{ch} + R_6} V_{CC}$$

Ce montage limite donc l'évolution de la tension dynamique de sortie pour les polarités négatives. L'étage de sortie sera de type push-pull série suiveur complémentaire (suiveur  $\equiv$  collecteurs communs et complémentaire  $\equiv$  NPN + PNP).



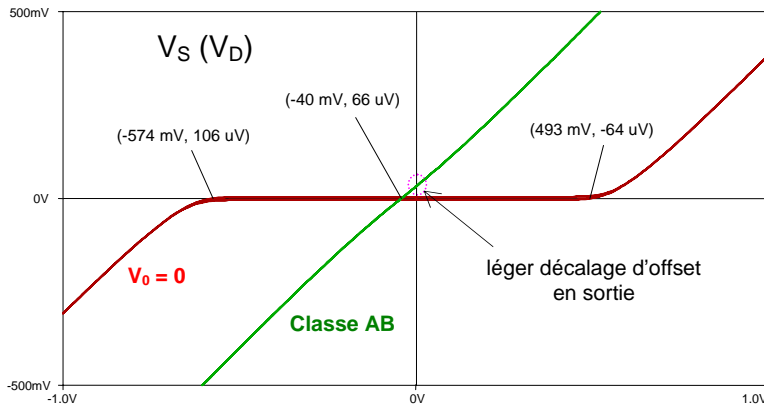
Le transistor  $Q_6$  amplifie les alternances positives ( $Q_7$  bloqué), le transistor  $Q_7$  amplifie les alternances négatives ( $Q_6$  bloqué).

Le montage global est le suivant :



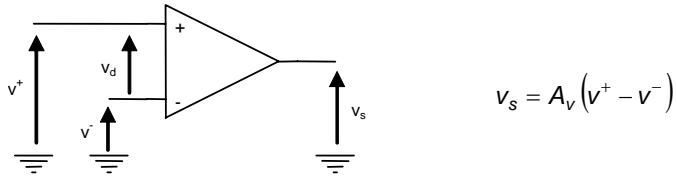
$V_0 = V_\gamma \rightarrow$  classe B,  $V_0 > V_\gamma \rightarrow$  classe AB (voir « Les amplificateurs de puissance »).

Une simulation du circuit monte la distorsion de raccordement produit par l'étage final.

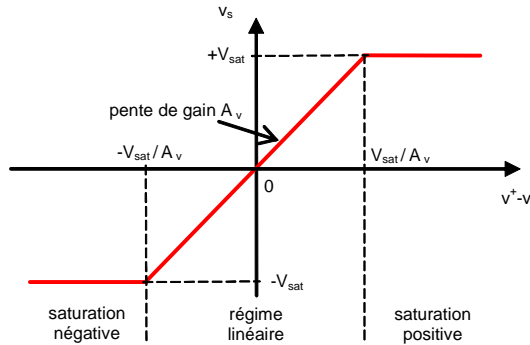


### Représentation de l'amplificateur

L'amplificateur différentiel de tension se représente sous la forme suivante



et sa caractéristique de transfert en tension possède l'allure ci-dessous.



Régime linéaire pour  $-\frac{V_{sat}}{A_v} < v^+ - v^- < +\frac{V_{sat}}{A_v} \Rightarrow -V_{sat} < v_s < +V_{sat}$  avec  $V_{sat} < V_{CC}$

Comme il est impossible de réaliser un amplificateur différentiel parfaitement symétrique, le taux de réjection de mode commun traduit la qualité de l'amplificateur ( $A_c \ll A_d$ ). Les imperfections de ce dispositif sont décrites dans le chapitre « L'amplificateur opérationnel réel ».

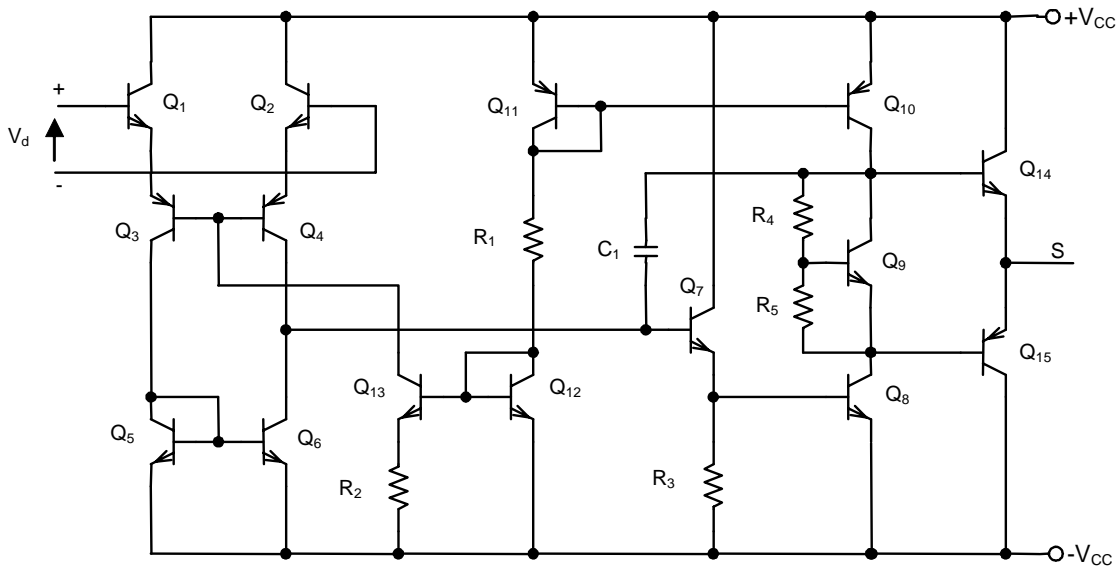
# Quelques structures de circuits intégrés

Ce chapitre présente quelques structures de circuits qui ont fait l'objet de réalisations en technologie intégrée sur silicium (consultez les notes d'applications accessibles sur le site du constructeur).

## Amplificateur de tension

La grandeur de sortie est une tension proportionnelle à la différence des tensions d'entrée, soit

$$v_s = A_v(v^+ - v^-)$$

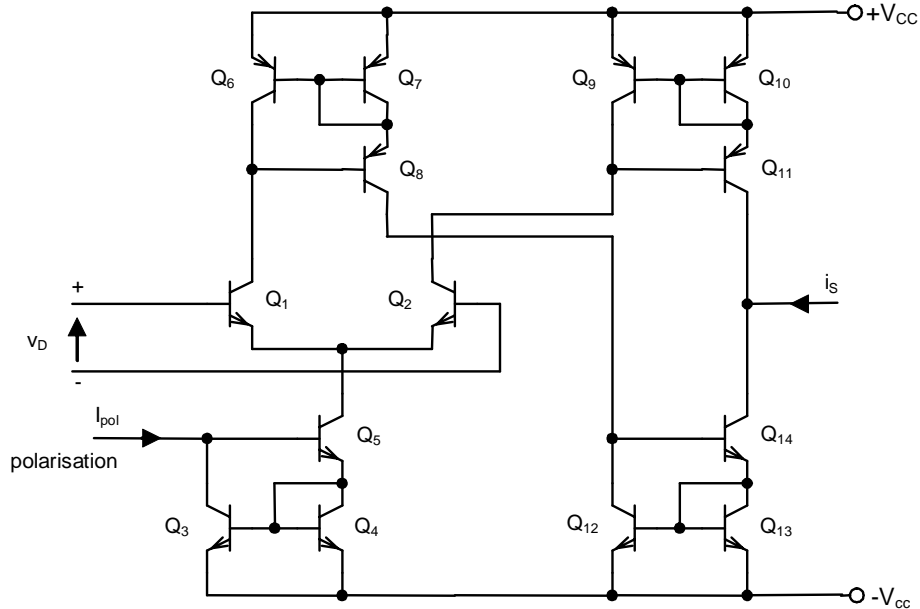


Le schéma (issu du LM741 de National Semiconductor) se compose d'un circuit de polarisation, d'un amplificateur différentiel, d'un étage de gain en tension et d'un étage de sortie push-pull série. Le circuit de polarisation est constitué d'une source de Widlar  $Q_{12} - Q_{13} - R_2$  et d'un miroir de courant élémentaire  $Q_{10} - Q_{11}$  polarisant respectivement l'étage différentiel par le point commun des bases de  $Q_3 - Q_4$  et l'émetteur commun  $Q_8$ . Les courants de ces sources sont réglés par la résistance  $R_1$ . L'étage différentiel est un amplificateur cascode, collecteur commun  $Q_1$  ( $Q_2$ ) suivi d'un base commune  $Q_3$  ( $Q_4$ ), dont la charge dynamique de collecteur est un miroir de courant  $Q_5 - Q_6$  et la charge du point commun de ses bases est la source de Widlar. L'étage de gain en tension est constitué d'un collecteur commun  $Q_7$  (adaptation en tension) suivi par un émetteur commun  $Q_8$  dont la charge dynamique est le miroir de courant  $Q_{10} - Q_{11}$ . L'étage de sortie est un étage push-pull à émetteur suiveur complémentaire, car  $Q_{14}$  et  $Q_{15}$  sont des transistors de type opposé et montés en collecteur commun. Leur point commun de sortie d'émetteur doit être au potentiel 0 V en absence de dynamique (décalage de tension nul). La structure  $Q_9 - R_4 - R_5$  est un multiplicateur de  $V_{BE}$  polarisé par le courant du miroir  $Q_{10} - Q_{11}$ . Son rôle consiste à produire une translation de tension continue entre les bases de  $Q_{14} - Q_{15}$  afin de minimiser la distorsion de croisement que produirait l'étage de sortie sans cette polarisation. La capacité intégrée  $C_1$  est une capacité de compensation par effet Miller sur l'étage de gain, requise pour rétrécir la bande de l'amplificateur afin que ce dernier soit inconditionnellement stable.

## Amplificateur à conductance de transfert

La grandeur de sortie est un courant proportionnel à la différence des tensions d'entrée, soit

$$i_s = Y_t(v^+ - v^-)$$



Le schéma (issu du LM13600 de National Semiconductor) se compose d'un étage de polarisation, d'un étage différentiel avec ses charges dynamiques. Le circuit de polarisation est constitué d'une source de Wilson  $Q_3 - Q_4 - Q_5$  polarisant l'étage différentiel par le point commun des émetteurs de  $Q_1 - Q_2$ . Le courant de cette source peut être réglé par une résistance extérieure reliée à la tension d'alimentation  $+V_{CC}$  par exemple. L'étage différentiel est à comportement émetteur commun avec des sources de Wilson utilisant des transistors de type PNP comme charges dynamiques. Les charges de collecteur étant identiques, la structure de cet étage est symétrique. La différence des courants est reconduite à la sortie grâce à la présence de la source de Wilson, utilisant des transistors de type NPN, qui inverse le courant issu de  $Q_8$ . Le point de sortie doit être au potentiel 0 V en absence de dynamique (décalage de tension nul).

Aux forts signaux, les transistors sont appariés (mêmes  $\beta$  et courant de saturation) :

$$I_{C_1} \cong I_{C_2} e^{\frac{V_D}{U_T}} \text{ et } I_{pol} = I_{E_1} + I_{E_2} \Rightarrow I_{C_1} \cong \frac{I_{pol}}{1 + e^{-\frac{V_D}{U_T}}} \text{ et } I_{C_2} \cong \frac{I_{pol}}{1 + e^{\frac{V_D}{U_T}}}$$

$$I_S = I_{C_{14}} - I_{C_{11}} \cong I_{C_1} - I_{C_2} = I_{pol} \left( \frac{1}{1 + e^{-\frac{V_D}{U_T}}} - \frac{1}{1 + e^{\frac{V_D}{U_T}}} \right) = I_{pol} \operatorname{th} \left( \frac{V_D}{2U_T} \right)$$

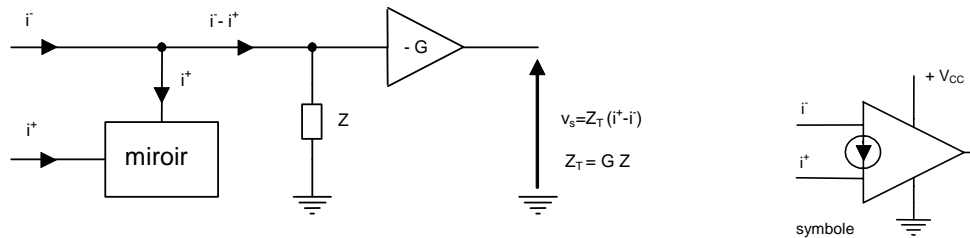
Aux faibles signaux, si  $v_d \ll 2U_T$ , alors  $i_s \cong \frac{I_{pol}}{2U_T} v_d$  et  $Y_t = \frac{I_{pol}}{2U_T}$  (conductance de transfert).

## Amplificateur à résistance de transfert

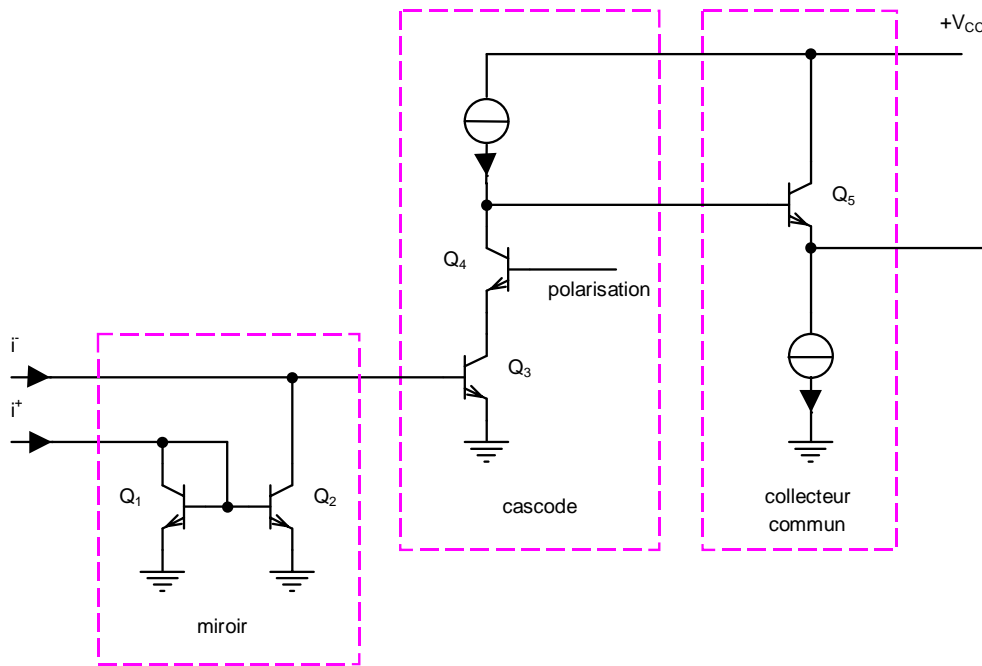
Ce type d'amplificateur est aussi appelé amplificateur de Norton. La grandeur de sortie est une tension proportionnelle à la différence des courants d'entrée, soit

$$v_s = Z_t(i^+ - i^-)$$

Structure de base :



Cette structure peut être réalisée par des transistors bipolaires comme ci-dessous (issue du LM3900 de National Semiconductor).



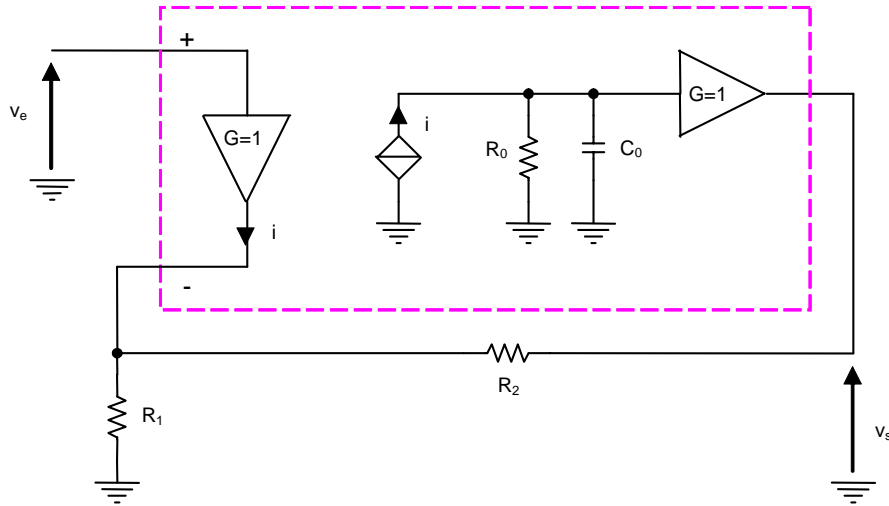
La différence des courants d'entrée est obtenue par l'inversion de l'un d'eux grâce à l'effet miroir  $Q_1 - Q_2$ . L'amplificateur de grand gain  $G$  en tension est réalisé par l'étage cascode  $Q_3 - Q_4$  chargé par une source de courant (charge dynamique  $Z$ ). Un étage émetteur commun n'aurait pu disposer d'une bande passante suffisante, car fortement réduite par l'effet Miller. La tension de sortie est prélevée en sortie d'un collecteur commun (en fait un étage darlington), diminuant ainsi l'impédance de sortie du montage.



## Amplificateur à contre-réaction de courant

Augmenter la bande passante d'un amplificateur demande de réduire son gain. Cependant, il est possible de réaliser une structure de circuit qui conserve la bande passante dans certaines limites lorsque le gain augmente.

Structure de base :



Le circuit possède une entrée '+' de haute impédance et une entrée '-' commandée en courant reliées par un amplificateur interne de gain unité, d'impédance d'entrée très importante et d'impédance de sortie faible (buffer). Le courant  $i$ , issu de l'amplificateur, est transféré en sortie et traverse une résistance  $R_0$  de forte valeur associée à une capacité parasite  $C_0$ . La tension aux bornes de cette impédance  $Z_0$  est recopiée en sortie par un autre amplificateur de gain unité (buffer). Le circuit est bouclé par les résistances extérieures  $R_1$  et  $R_2$ .

L'étude dynamique aux faibles signaux et aux fréquences basses et moyennes, donne :

$$\begin{cases} i = \frac{V_e}{R_1} + \frac{V_e - V_s}{R_2} \\ V_s = R_0 i \end{cases} \Rightarrow V_s = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{1}{1 + \frac{R_2}{R_0}} V_e \cong \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) V_e \quad \text{car } R_0 \gg R_1 \text{ et } R_2$$

Cette expression est identique à celle obtenue avec un amplificateur de tension à contre réaction tension.

Aux fréquences hautes :

$$Z_0(j\omega) = \frac{R_0}{1 + j\omega R_0 C_0} \Rightarrow \frac{V_s}{V_e} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{1}{1 + \frac{R_2}{R_0}} \frac{1}{1 + j\omega \frac{R_2 R_0}{R_0 + R_2} C_0} \cong \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{1}{1 + j\omega R_2 C_0}$$

où la fréquence de coupure s'écrit  $f_C = \frac{1}{2\pi R_2 C_0}$ .

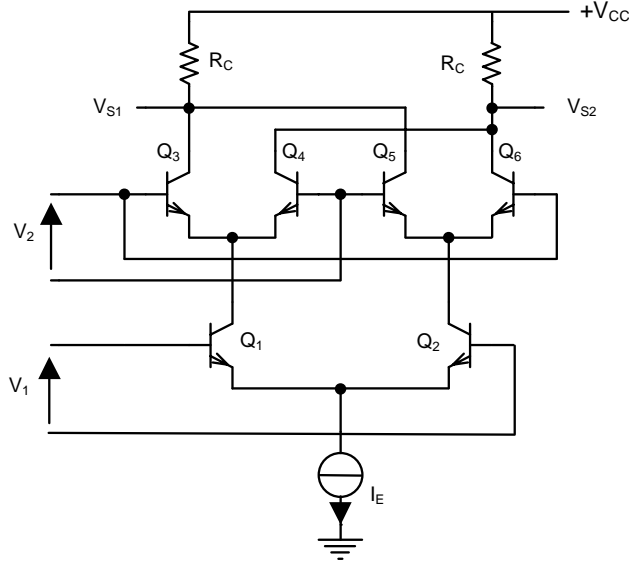
Pour modifier le gain sans toucher la bande passante, il suffit de ne modifier que la résistance  $R_1$ . La notion de produit gain fréquence de coupure n'a plus lieu. C'est l'originalité de ce type d'amplificateur de tension.

Ces circuits sont destinés à des applications HF (AD810, AD8001 de Analog Devices, CLC401).

## Multiplicateur et mélangeur

L'amplification n'est pas la seule fonction linéaire réalisée par des circuits intégrés. Le produit de deux tensions est une opération intéressante.

Structure de base :



Au sein de cette structure (issue du MC1995), les transistors  $Q_1 - Q_2$  forment un circuit différentiel à couplage par émetteurs avec un générateur de courant  $I_E$ , attaqué par le signal  $v_1(t)$ . Chacun des transistors  $Q_1$  et  $Q_2$  constitue un générateur de courant pour les paires différentielles  $Q_3 - Q_4$  et  $Q_5 - Q_6$ . A ces paires, on applique la tension différentielle  $v_2(t)$ .

En régime forts signaux, la paire  $Q_1 - Q_2$  produit les transferts  $I_{C_1}(V_1)$  et  $I_{C_2}(V_1)$  :

$$V_1 = V_{BE_1} - V_{BE_2}, \quad I_{C_1} \cong I_{C_2} e^{\frac{V_1}{U_T}} \quad \text{et} \quad I_E = I_{E_1} + I_{E_2} \Rightarrow \quad I_{C_1} \cong \frac{I_E}{1 + e^{-\frac{V_1}{U_T}}} \quad \text{et} \quad I_{C_2} \cong \frac{I_E}{1 + e^{\frac{V_1}{U_T}}}$$

De la même façon, les expressions des courants collecteurs de  $Q_3$ ,  $Q_4$ ,  $Q_5$  et  $Q_6$  s'écrivent :

$$I_{C_3} \cong \frac{I_{C_1}}{1 + e^{-\frac{V_2}{U_T}}} \quad \text{et} \quad I_{C_4} \cong \frac{I_{C_1}}{1 + e^{\frac{V_2}{U_T}}}, \quad I_{C_5} \cong \frac{I_{C_2}}{1 + e^{-\frac{V_2}{U_T}}} \quad \text{et} \quad I_{C_6} \cong \frac{I_{C_2}}{1 + e^{\frac{V_2}{U_T}}}$$

$$\text{d'où } I_{C_3} \cong \frac{I_E}{\left(1 + e^{-\frac{V_1}{U_T}}\right) \left(1 + e^{-\frac{V_2}{U_T}}\right)}, \quad I_{C_4} \cong \frac{I_E}{\left(1 + e^{-\frac{V_1}{U_T}}\right) \left(1 + e^{\frac{V_2}{U_T}}\right)}, \quad I_{C_5} \cong \frac{I_E}{\left(1 + e^{\frac{V_1}{U_T}}\right) \left(1 + e^{-\frac{V_2}{U_T}}\right)}$$

$$\text{et } I_{C_6} \cong \frac{I_E}{\left(1 + e^{\frac{V_1}{U_T}}\right) \left(1 + e^{\frac{V_2}{U_T}}\right)}$$

La tension différentielle de sortie  $V_s$  est telle que :

$$\begin{cases} V_{s_1} = V_{CC} - R_C (I_{C_3} + I_{C_5}) \\ V_{s_2} = V_{CC} - R_C (I_{C_4} + I_{C_6}) \end{cases} \Rightarrow V_s = V_{s_1} - V_{s_2} = -R_C I_E \operatorname{th}\left(\frac{V_1}{2U_T}\right) \operatorname{th}\left(\frac{V_2}{2U_T}\right)$$

Cette tension  $V_s$  est donc égale au produit des tangentes hyperboliques des tensions différentielles d'entrée.

Aux faibles signaux, lorsque les variations d'amplitude de  $v_1(t)$  et  $v_2(t)$  sont faibles devant  $2U_T$  et les fréquences identiques, le circuit se comporte comme un multiplicateur linéaire générant une tension de sortie

$$v_s(t) = K v_1(t) v_2(t) \quad \text{avec } K = -\frac{R_C I_E}{4U_T^2}$$

sinon le circuit fonctionne en modulateur, imposant un fonctionnement en commutation des transistors (voir le comparateur de phase de la PLL NE565 de Motorola).

Pour la fonction mélangeur, le multiplicateur effectue le mélange de deux fréquences. En effet, si les signaux d'entrée sont sinusoïdaux et de fréquences différentes, le signal de sortie contient deux composantes dont les fréquences sont la somme et la différence des fréquences d'entrée :

$$v_s(t) = K V_1 \sin(\omega_1 t) V_2 \sin(\omega_2 t) = K \frac{V_1 V_2}{2} [\cos(\omega_1 - \omega_2)t - \cos(\omega_1 + \omega_2)t]$$

# La contre-réaction

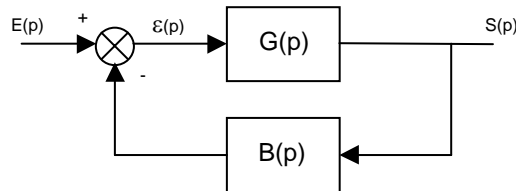
Lorsqu'un montage électronique utilise des composants actifs comme les transistors bipolaires, il est impossible de prévoir les résultats qui seront obtenus avec les circuits utilisés, à cause de la très grande dispersion qui existe entre les paramètres des transistors de même type ( $\beta_{typique}$  variant dans un rapport de 1 à 3 et souvent plus). Même en utilisant des transistors triés pour avoir des paramètres sensiblement identiques, il est pratiquement impossible de trouver, pour tous les transistors, des points de fonctionnement identiques. Cependant, les composants passifs (résistances, condensateurs) peuvent être choisis avec des dispersions sur leur valeur nominale aussi faibles que l'on désire (10% ; 5%, 1%, ...), mais leur prix augmente très vite avec la précision désirée. L'idéal serait de rendre l'amplification indépendante des composants actifs entrant dans le montage et de ne la faire dépendre que d'éléments passifs. C'est ce que permet, dans une certaine mesure, l'application à un amplificateur d'une réaction négative ou « contre-réaction ».

La variation de l'amplification produite par un amplificateur peut avoir plusieurs causes, à savoir le vieillissement ou détérioration partielle des composants actifs, la fréquence des courants amplifiés à cause des déphasages produits par les éléments réactifs existant dans le circuit utilisé (correcteur de timbre, égaliseur, ...), le pouvoir amplificateur différent des composants actifs utilisés. Quelle que soit la cause de la variation d'amplification, la contre-réaction tendra à limiter ces variations en effectuant un nivellement. Il sera donc nécessaire de prévoir une amplification plus élevée que celle qui sera nécessaire, afin que l'amplification minimale reste à un niveau utilisable.

## Rappel sur les systèmes asservis

### Relation des systèmes asservis

L'équation de base des systèmes asservis s'écrit à partir du schéma suivant :



$$\text{Si un système ne charge pas l'autre, } \begin{cases} S(p) = G(p)\varepsilon(p) \\ \varepsilon(p) = E(p) - B(p)S(p) \end{cases} \Rightarrow \frac{S(p)}{E(p)} = H(p) = \frac{G(p)}{1 + G(p)B(p)}$$

avec  $G(p)$  fonction de transfert de la chaîne directe,  $B(p)$  fonction de transfert de la chaîne de retour,  $G(p)B(p)$  fonction de transfert de la boucle ouverte,  $H(p)$  fonction de transfert de la boucle fermée.

Les signaux d'entrée  $e(t)$  et de sortie  $s(t)$  peuvent être des courants et des tensions. Les gains  $G$  et  $B$  sont alors, suivant le cas, des gains en courant, en tension, d'admittances ou d'impédances de transfert.

Si  $G(p)B(p) \gg 1 \Rightarrow \frac{S(p)}{E(p)} \cong \frac{1}{B(p)}$  avec  $B(p)$  fonction de transfert d'un réseau passif précis (tolérance des composants) qui impose la fonction  $H(p)$ . On a ainsi asservi la grandeur de sortie à la grandeur d'entrée.

## Propriétés de la contre-réaction

On suppose la fonction  $G(p)B(p)$  réelle. Il y a contre-réaction lorsque  $GB > 0$ .

- Le gain  $H = \frac{G}{1+GB}$  est diminué dans le rapport  $(1+GB)$ .
- La dispersion  $\frac{dH}{H} = \frac{dG}{G} - \frac{BdG}{1+GB} = \frac{1}{1+GB} \frac{dG}{G}$  est diminuée (si  $B$  est constant), toujours dans le même rapport  $(1+GB)$ .  
Si l'influence des dispersions de  $G$  est minimisée, l'influence de ses non linéarités aussi, donc moins de distorsion.

- La bande passante augmente (système du premier ordre)

Dans le cas d'un filtre passe-bas ( $p = j\omega$ ),

$$G(j\omega) = \frac{G_0}{1+j\frac{\omega}{\omega_h}} \Rightarrow H(j\omega) = \frac{H_0}{1+j\frac{\omega}{\omega'_h}} \quad \text{avec } H_0 = \frac{G_0}{1+G_0B} \text{ et } \omega'_h = (1+G_0B)\omega_h$$

le produit gain x fréquence de coupure haute est constant.

Dans le cas d'un filtre passe-haut,

$$G(j\omega) = G_0 \frac{j\frac{\omega}{\omega_b}}{1+j\frac{\omega}{\omega_b}} \Rightarrow H(j\omega) = H_0 \frac{j\frac{\omega}{\omega'_b}}{1+j\frac{\omega}{\omega'_b}} \quad \text{avec } H_0 = \frac{G_0}{1+G_0B} \text{ et } \omega'_b = \frac{\omega_b}{1+G_0B}$$

le rapport gain / fréquence de coupure basse est constant.

La bande passante s'élargit à chaque extrémité avec un coefficient  $(1+GB)$ .

- La distorsion de phase est réduite (système du premier ordre)

Dans le cas d'un filtre passe-bas,

$$\varphi = \arg[G(j\omega)] = -\arctg \frac{\omega}{\omega_h}, \quad \varphi' = \arg[H(j\omega)] = -\arctg \frac{\omega}{\omega'_h} \Rightarrow \operatorname{tg} \varphi' = \frac{\operatorname{tg} \varphi}{1+G_0B} \quad (\varphi' < \varphi)$$

(même résultat pour le cas d'un filtre passe-haut).

- Les impédances d'entrée et de sortie sont modifiées par un coefficient  $(1+GB)$  (voir plus loin).
- Le choix de  $B(j\omega)$  impose la fonction de transfert.

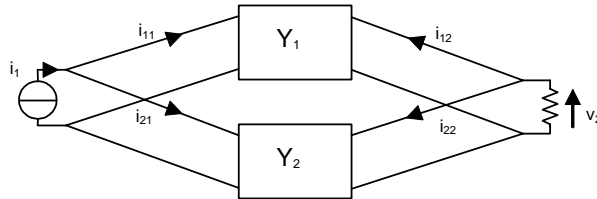
La réaction aura lieu lorsque  $GB < 0$ .

- Si  $|GB| < 1$ , c'est une réaction positive. On prend le contraire des conclusions précédentes. Cette réaction est rarement utilisée sauf lorsqu'on veut un grand gain au détriment des autres caractéristiques (comparateurs, ...).
- Si  $|GB| \geq 1$ , c'est un système instable. Cela peut être voulu (oscillateurs, bascules, ...) ou non ( $G$  dépend de la fréquence), il faut étudier la stabilité du système.

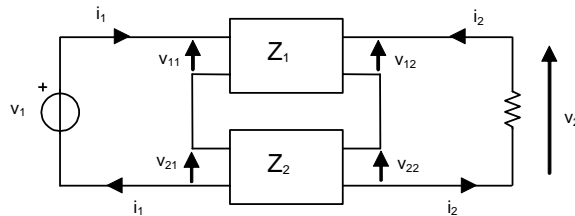
## Les types de contre-réaction

Deux grandeurs (courant ou tension) sont présentes en entrée et en sortie. Il existe alors quatre topologies possibles (pris dans le sens gauche droite) :

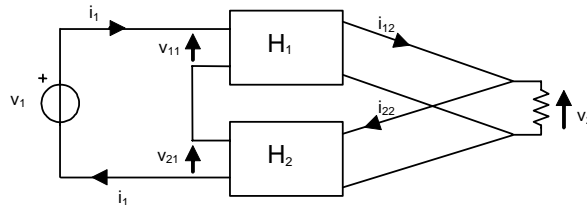
Topologie parallèle parallèle  $\Rightarrow$  sortie tension, entrée courant  $\Rightarrow$  contre-réaction tension-courant



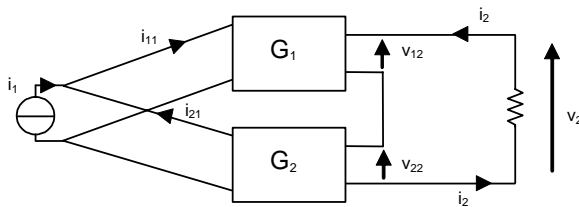
Topologie série série  $\Rightarrow$  sortie courant, entrée tension  $\Rightarrow$  contre-réaction courant-tension



Topologie série parallèle  $\Rightarrow$  sortie tension, entrée tension  $\Rightarrow$  contre-réaction tension-tension



Topologie parallèle série  $\Rightarrow$  sortie courant, entrée courant  $\Rightarrow$  contre-réaction courant-courant

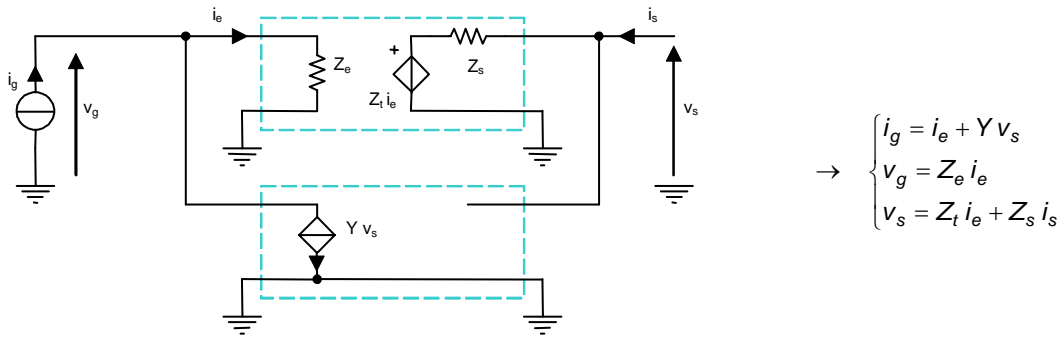


Ainsi, grâce au couplage entre la sortie et l'entrée des quadripôles, une fraction du signal de sortie, proportionnelle soit à la tension de sortie (topologie parallèle) ou soit au courant de sortie (topologie série) peut être ramenée de la sortie et réinjectée à l'entrée soit en série avec la tension d'entrée (tension), soit en parallèle (courant). Rappelons que les chaînes directe et de retour sont représentées par des quadripôles unidirectionnels (amplificateurs). De plus, le quadripôle de retour est supposé idéal, c'est-à-dire que son impédance d'entrée est nulle (attaque en courant) ou infinie (attaque en tension) et son impédance de sortie est nulle (source de tension parfaite) ou infinie (source de courant parfaite). Cette méthode simplifiée nécessite, a posteriori, une vérification des adaptations entre quadripôles.

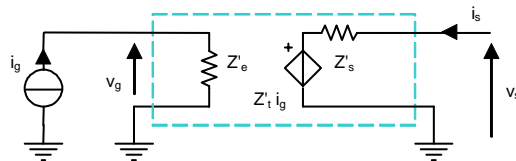
Caractérisons maintenant chaque type de contre-réaction en calculant les impédances d'entrée  $Z_e'$  et de sortie  $Z_s'$ , ainsi que le transfert  $A_v'$  ou  $A_i'$  ou  $Z_t'$  ou  $Y_t'$  suivant le cas.

### Contre-réaction tension-courant

Le réseau de contre-réaction réinjecte sur l'entrée un courant proportionnel à la tension de sortie.

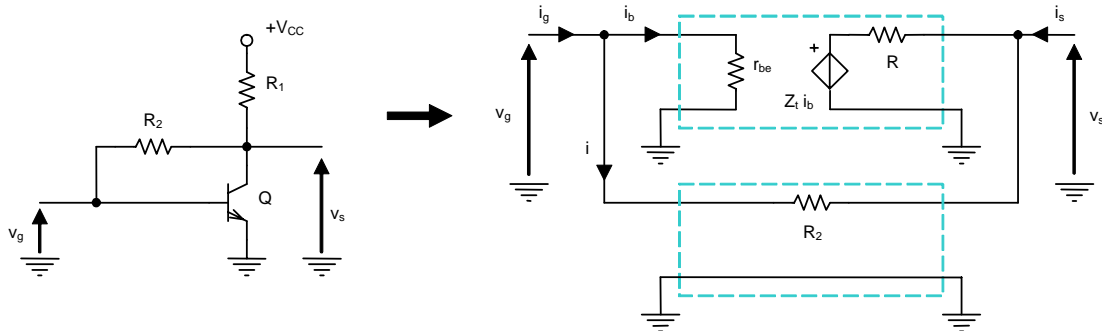


d'où



avec  $Z_t' = \left[ \frac{V_s}{i_g} \right]_{i_s=0} = \frac{Z_t}{1 + Y Z_t}$ ,  $Z_e' = \left[ \frac{v_g}{i_g} \right]_{i_s=0} = \frac{Z_e}{1 + Y Z_t}$ ,  $Z_s' = \left[ \frac{V_s}{i_s} \right]_{i_g=0} = \frac{Z_s}{1 + Y Z_t}$

#### Application : contre-réaction collecteur-base



Données : Q  $\rightarrow \beta = 100, r_{be} = 5 \text{ k}\Omega, r_{ce} = 100 \text{ k}\Omega ; R_1 = 100 \text{ k}\Omega, R_2 = 1 \text{ M}\Omega$ .

Circuit :  $i = \frac{V_g - V_s}{R_2} \cong -\frac{V_s}{R_2}$  si  $V_s \gg V_g$

Identification :  $Z_e = r_{be}, Z_s = R = R_1 // r_{ce} = 50 \text{ k}\Omega, Y \cong -\frac{1}{R_2} = -10^{-6} \Omega^{-1}, Z_t = -\beta R = -5 \text{ M}\Omega$

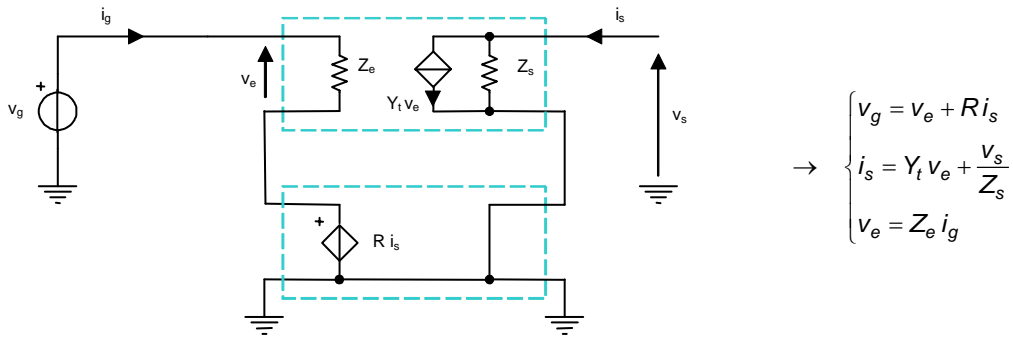
Adaptations en tension  $R \ll R_2$  et en courant  $R_2 \gg r_{be}$ .

d'où  $1 + YZ_t = 6 \Rightarrow Z'_t = -0.83 \text{ M}\Omega, Z'_e \cong 830 \Omega, Z'_s \cong 8.3 \text{ k}\Omega$

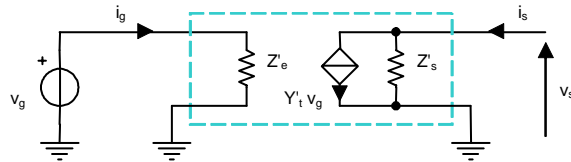
Remarque : par le théorème de Miller,  $Z'_e = r_{be} // \frac{R_2}{1 - a_v}$  avec  $a_v = -\frac{\beta R}{r_{be}} = -1000 \Rightarrow Z'_e \cong 830 \Omega$ .

### Contre-réaction courant-tension

Le réseau de contre-réaction réinjecte sur l'entrée une tension proportionnelle au courant de sortie.

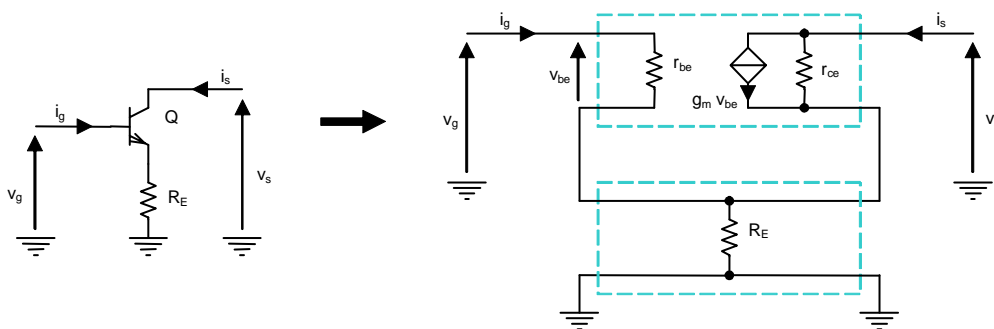


d'où



avec  $Y'_t = \left[ \frac{i_s}{v_g} \right]_{v_s=0} = \frac{Y_t}{1 + RY_t}$ ,  $Z'_e = \left[ \frac{v_g}{i_g} \right]_{v_s=0} = (1 + RY_t)Z_e$ ,  $Z'_s = \left[ \frac{v_s}{i_s} \right]_{v_g=0} = (1 + RY_t)Z_s$

### Application : contre-réaction d'émetteur



Données : Q  $\rightarrow \beta = 100, r_{be} = 5 \text{ k}\Omega, r_{ce} = 100 \text{ k}\Omega ; R_E = 1 \text{ k}\Omega$ .

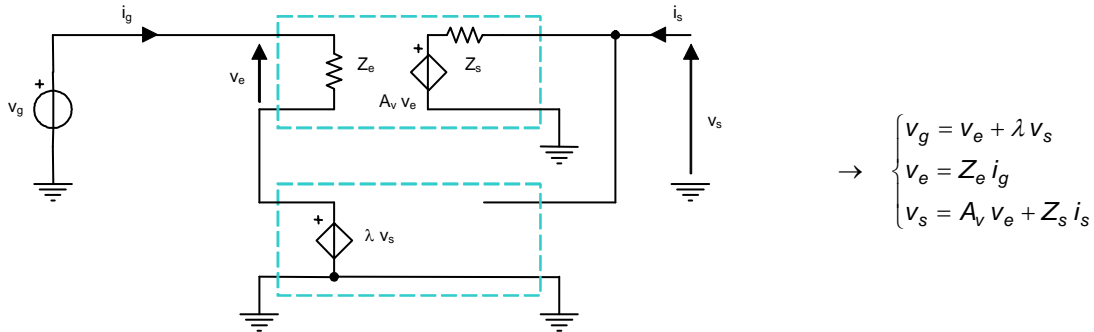
Identification : si  $i_s \gg i_g \rightarrow Z_e = r_{be}, Z_s = r_{ce}, Y_t = g_m = \frac{\beta}{r_{be}} = 0.02 \text{ A/V}, R = R_E$

d'où  $1 + RY_t = 21 \Rightarrow Y'_t \cong 1 \text{ mA/V}, Z'_e \cong 100 \text{ k}\Omega, Z'_s \cong 2 \text{ M}\Omega$

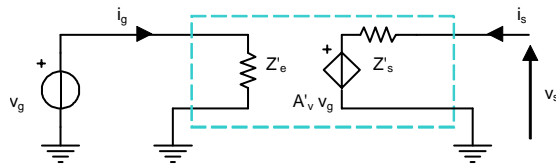


### Contre-réaction tension-tension

Le réseau de contre-réaction réinjecte sur l'entrée une tension proportionnelle à la tension de sortie.



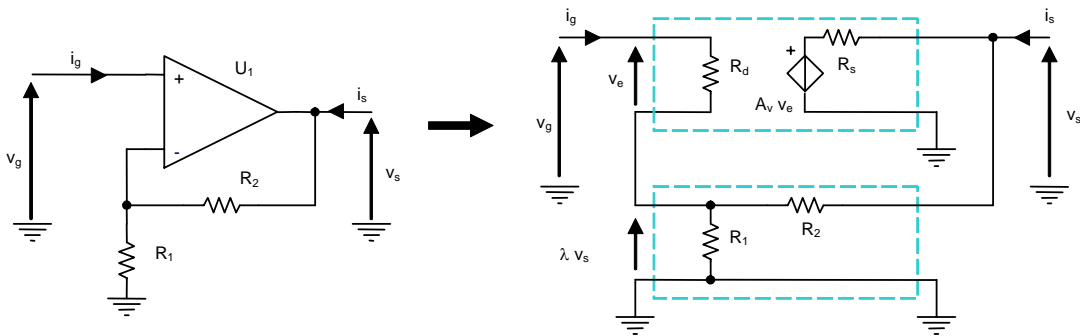
d'où



avec  $A'_v = \left[ \frac{v_s}{v_g} \right]_{i_s=0} = \frac{A_v}{1 + \lambda A_v}$ ,  $Z'_e = \left[ \frac{v_g}{i_g} \right]_{i_s=0} = (1 + \lambda A_v) Z_e$ ,  $Z'_s = \left[ \frac{v_s}{i_s} \right]_{v_g=0} = \frac{Z_s}{1 + \lambda A_v}$

On tend vers une source de tension idéale commandée par tension ( $Z'_e = \infty, Z'_s = 0$ ).

➤ **Application** : amplificateur non inverseur



Données :  $U_1 \rightarrow R_d = 500 \text{ k}\Omega, A_v = 10^5, R_s = 150 \Omega ; R_1 = 1 \text{ k}\Omega, R_2 = 1 \text{ M}\Omega$ .

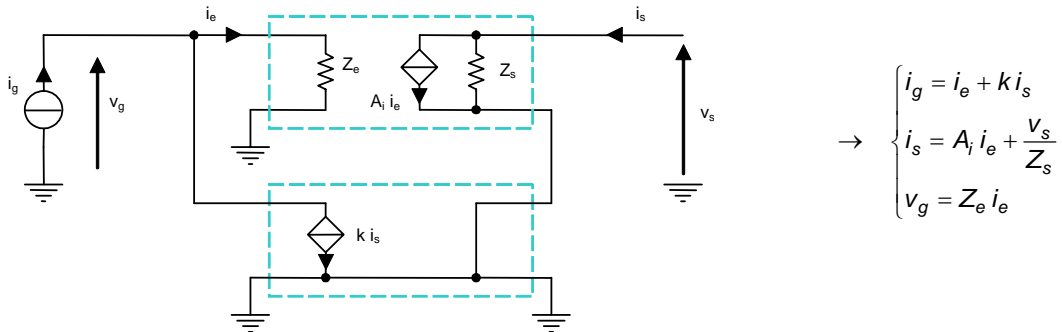
Identification :  $Z_e = R_d, Z_s = R_s, A_v = 10^5, \lambda = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cong 10^{-3}$

d'où  $1 + \lambda A_v \cong 100 \Rightarrow A'_v \cong 1000, Z'_e \cong 50 \text{ M}\Omega, Z'_s \cong 1.5 \Omega$ .

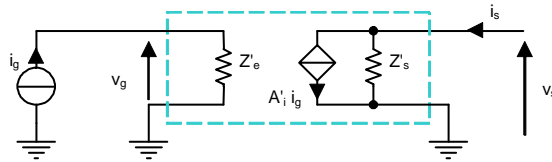
Le pont n'est pas chargé ( $R_d \gg R_1$ ) et ne charge pas la sortie ( $R_s \ll R_2$ ).

### Contre-réaction courant-courant

Le réseau de contre-réaction réinjecte sur l'entrée un courant proportionnel au courant de sortie.

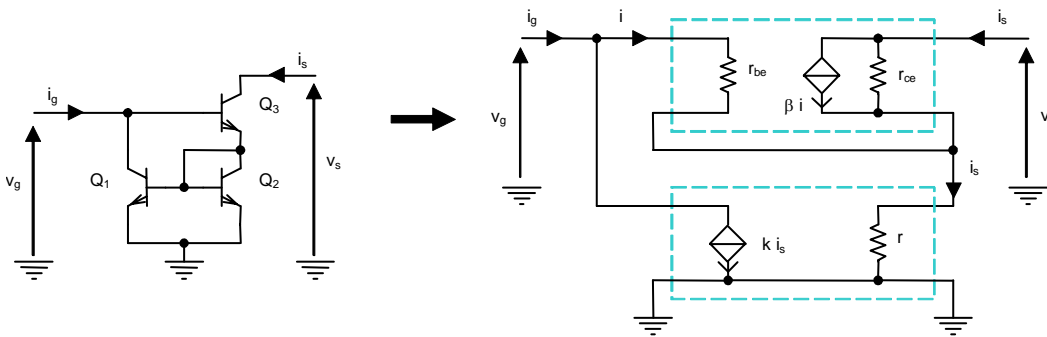


d'où



avec  $A_i' = \left[ \frac{i_s}{i_g} \right]_{V_s=0} = \frac{A_i}{1 + k A_i}$ ,  $Z_e' = \left[ \frac{V_g}{i_g} \right]_{V_s=0} = \frac{Z_e}{1 + k A_i}$ ,  $Z_s' = \left[ \frac{V_s}{i_s} \right]_{i_g=0} = (1 + k A_i) Z_s$

#### Application : source de courant de Wilson



Données :  $Q_1, Q_2, Q_3 \rightarrow \beta = 100, r_{be} = 5 \text{ k}\Omega, r_{ce} = 100 \text{ k}\Omega$ .

Identification : si  $i_s \gg i$  et si  $r$  négligée,  $Z_e = r_{be}, Z_s = r_{ce}, A_i = \beta, r \cong \frac{r_{be}}{\beta + 2}, k \cong \frac{\beta}{\beta + 2} \cong 1$

d'où  $1 + k A_i \cong 101 \Rightarrow A_i' \cong 1, Z_e' \cong 50 \Omega, Z_s' \cong 10 \text{ M}\Omega$ .

Les adaptations en courant sont réalisées ( $r_{ce3} \gg r, r_{ce1} \gg r_{be}$ ). Cependant, le fait de négliger la résistance  $r$  conduit à une évaluation à un coefficient 2 près ( $Z_e' \cong 100 \Omega, Z_s' \cong 5 \text{ M}\Omega$ ).

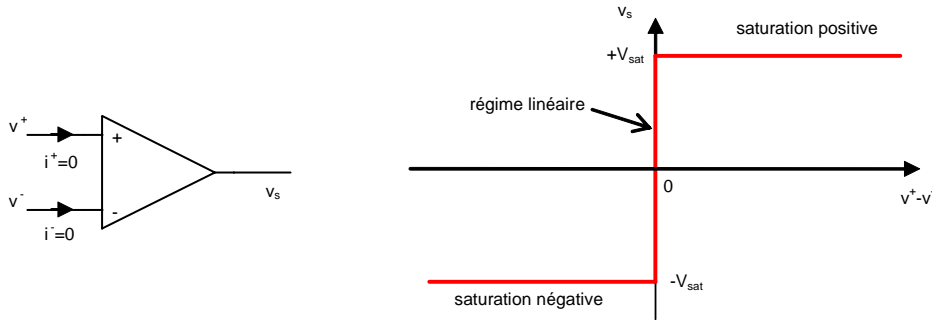
Ainsi, suivant la topologie série ou parallèle, l'impédance d'entrée ou de sortie du circuit contre-réactionné augmente ou diminue respectivement par le coefficient  $(1 + GB)$ .

# L'amplificateur opérationnel idéal

## Définition

On appelle amplificateur opérationnel idéal (AOI) un amplificateur de tension dont les caractéristiques sont :

- gain différentiel  $A_d$  infini
- gain de mode commun nul ( $A_c = 0$ )
- impédances d'entrées infinies ( $Z_d$  et  $Z_c$ )
- impédance de sortie nulle ( $Z_s = 0$ )
- bande passante de 0 Hz à l'infini
- tension de décalage nulle ( $V_{offset} = 0$ )



En régime linéaire, on a  $v_s = A_d(v^+ - v^-)$  et  $-\frac{V_{sat}}{A_d} < v^+ - v^- < +\frac{V_{sat}}{A_d} \Rightarrow -V_{sat} < v_s < +V_{sat}$

Ici,  $A_d \rightarrow \infty \Rightarrow v^+ - v^- \rightarrow 0 \Rightarrow v_s$  fini.

Deux types de fonctionnement sont à étudier :

- en régime linéaire avec des circuits de contre-réaction  $v_s = A_d(v^+ - v^-)$   
 → montages amplificateurs, montages opérationnels, filtres actifs, ...
- en commutation  $v_s = \pm V_{sat}$   
 → comparateurs de tension, bascules, ...

## Fonctionnement en régime linéaire

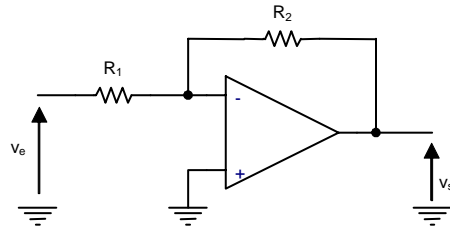
☞ **Méthode de travail** : la mise en équations la plus adaptée à ces montages est la méthode des nœuds (potentiels nodaux). Calculez  $v^+$ , puis  $v^-$  en utilisant le théorème de Millman et/ou le théorème de superposition, et égalisez  $v^+ = v^-$ , les entrées de l'A.O.I. étant équipotentielles.

## Montages amplificateurs

### Montage amplificateur inverseur

$$\begin{cases} v^+ = 0 \\ v^- = \frac{\frac{v_e + \frac{v_s}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} \Rightarrow \frac{v_s}{v_e} = -\frac{R_2}{R_1} \end{cases}$$

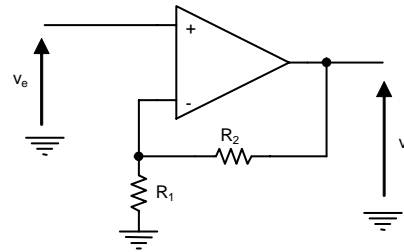
(source de tension commandée par courant)



### Montage amplificateur non inverseur

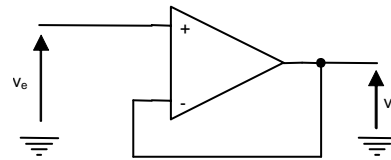
$$\begin{cases} v^+ = v_e \\ v^- = \frac{R_1}{R_1 + R_2} v_s \Rightarrow \frac{v_s}{v_e} = 1 + \frac{R_2}{R_1} \end{cases}$$

(source de tension commandée par tension)



### Montage suiveur

$$\begin{cases} v^+ = v_e \\ v^- = v_s \Rightarrow \frac{v_s}{v_e} = 1 \end{cases}$$

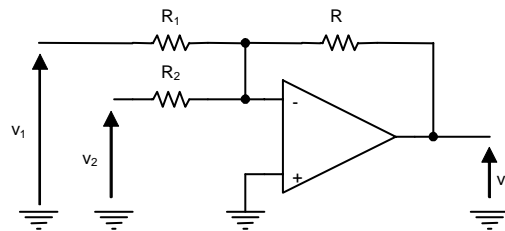


## Montages opérationnels

### Montage sommateur

$$\begin{cases} v^+ = 0 \\ v^- = \frac{\frac{v_1}{R_1} + \frac{v_2}{R_2} + \frac{v_s}{R}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R}} \Rightarrow v_s = -\frac{R}{R_1} v_1 - \frac{R}{R_2} v_2 \end{cases}$$

Si  $R_1 = R_2 = R \Rightarrow v_s = -(v_1 + v_2)$

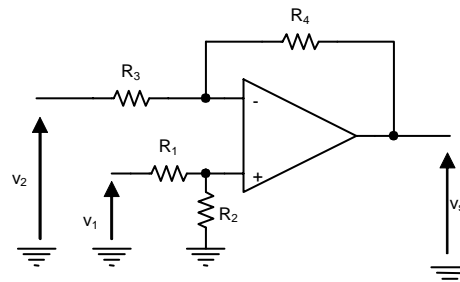


### Montage soustracteur

Théorème de superposition

$$v_1 = 0 \rightarrow v^+ = 0 \Rightarrow \frac{v_s}{v_2} = -\frac{R_4}{R_3}$$

(cas de l'inverseur)



$$v_2 = 0 \rightarrow \begin{cases} v^+ = \frac{R_2}{R_1 + R_2} v_1 \\ v^- = \frac{R_3}{R_3 + R_4} v_s \end{cases} \Rightarrow \frac{v_s}{v_1} = \left(1 + \frac{R_4}{R_3}\right) \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

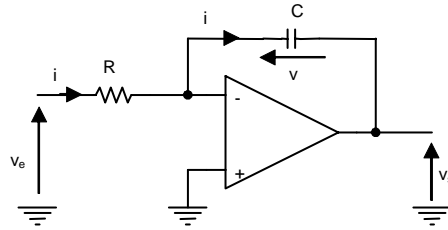
d'où  $v_s = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \left(1 + \frac{R_4}{R_3}\right) v_1 - \frac{R_4}{R_3} v_2$       Si  $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 \Rightarrow v_s = v_1 - v_2$

**Montage intégrateur**

$$i = \frac{dq}{dt} = C \frac{dv}{dt} \Rightarrow v = \frac{1}{C} \int_0^t i dt'$$

$$v^+ = 0 = v^- \Rightarrow v_s = -v \text{ et } i = \frac{v_e - v^-}{R} = \frac{v_e}{R}$$

d'où  $v_s = -\frac{1}{RC} \int_0^t v_e dt'$

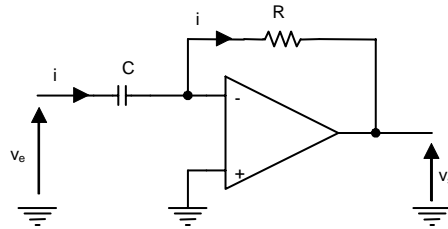


Si  $v_e(t) = cte$ , la charge du condensateur se fait à courant constant, courant défini par la valeur de  $R$ .

**Montage dérivateur**

$$v^+ = 0 = v^- \Rightarrow i = -\frac{v_s}{R} = C \frac{dv_e}{dt}$$

d'où  $v_s = -RC \frac{dv_e}{dt}$

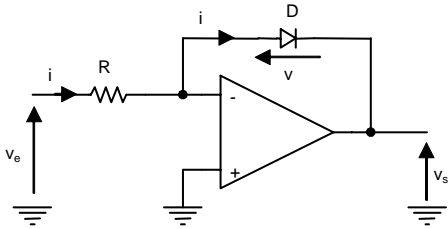


**Montage logarithmique**

$$v^+ = 0 = v^- \Rightarrow \begin{cases} i = \frac{v_e}{R} \\ v_s = -v \end{cases} \text{ et } i = I_S \left( e^{\frac{v}{U_T}} - 1 \right)$$

Si  $v_e > 0 \Rightarrow i \cong I_S e^{\frac{v_s}{U_T}}$  d'où  $v_s = -U_T \ln\left(\frac{v_e}{RI_S}\right)$

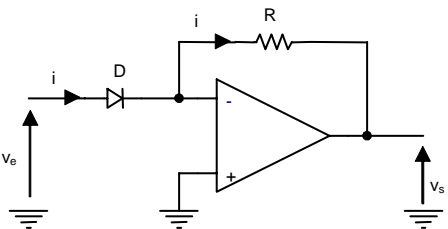
(courant direct dans la diode)



**Montage antilogarithmique**

$$v^+ = 0 = v^- \Rightarrow \begin{cases} i = -\frac{v_s}{R} \\ i \cong I_S e^{\frac{v_e}{U_T}} \text{ si } v_e > 0 \end{cases}$$

d'où  $v_s = -RI_S e^{\frac{v_e}{U_T}}$



## Amplificateurs d'instrumentation

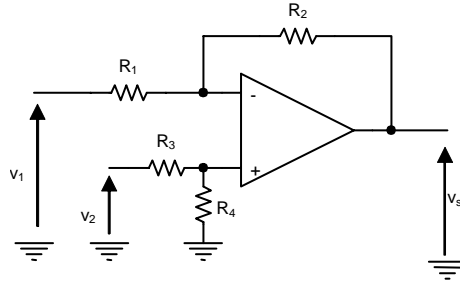
Un transducteur (jauge de contrainte, thermocouple, ...) génère un petit signal différentiel ( $\approx 10 \mu V$  par exemple) qu'il faut amplifier. La sortie d'un amplificateur pour appareil de mesure est un multiple précis de la différence entre les deux signaux d'entrée.

### Amplificateur d'instrumentation à 1 AOI

$$v_s = -\frac{R_2}{R_1} v_1 + \frac{1 + \frac{R_2}{R_1}}{1 + \frac{R_3}{R_4}} v_2 \text{ (montage soustracteur)}$$

Le montage est différentiel si

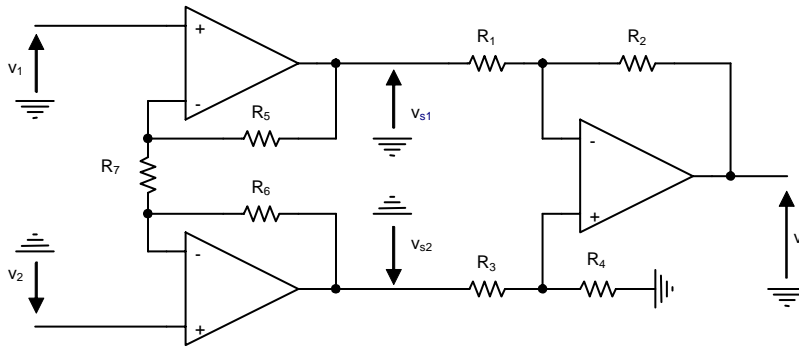
$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4} \Rightarrow v_s = -\frac{R_2}{R_1} (v_1 - v_2)$$



L'étude du pire-cas donne  $T_{RMC} \cong \frac{|A_d|}{4 \frac{\Delta R}{R}}$  (voir T.D.)

### Amplificateur d'instrumentation à 3 AOI

En montant un tampon à grande impédance en amont de chaque entrée du montage précédent, le système résultant à 3 AO représente un amplificateur pour appareil de mesure à très grande résistance d'entrée et taux de réjection de mode commun élevé (quad).



On trouve  $T_{RMC} \cong \left(1 + \frac{2R}{R_7}\right) \frac{R_2}{4 \frac{\Delta R}{R}}$  avec  $R_5 = R_6 = R$

## Filtres actifs du second ordre

Voir « Le filtrage analogique ».

## Convertisseur d'impédance

### Convertisseur d'impédance négative

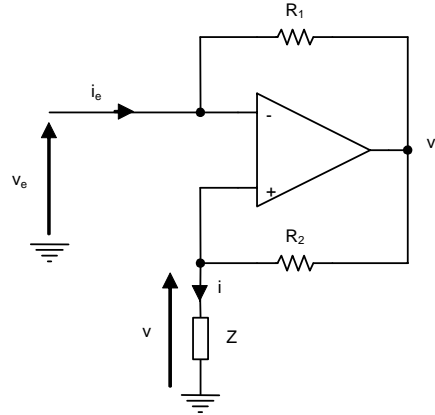
La conversion peut être faite par le courant (INIC) ou par la tension (VNIC). La plus employée est l'INIC, la tension d'entrée étant recopiée sur la charge.

$$v^+ = v^- \Rightarrow v = v_e = Zi$$

$$i_e = \frac{v_e - v_s}{R_1}, i = \frac{v_s - v_e}{R_2} \Rightarrow i_e = -\frac{R_2}{R_1} i$$

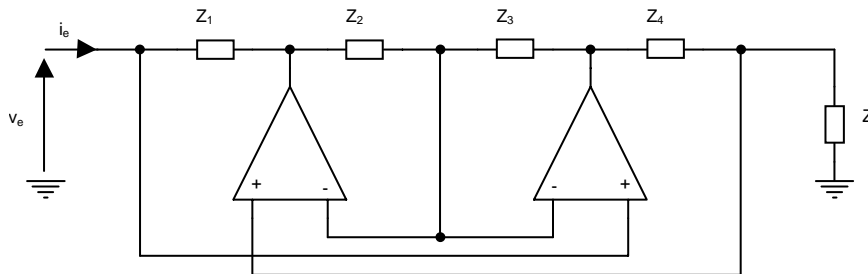
$$\text{d'où } Z_e = \frac{v_e}{i_e} = -\frac{R_1}{R_2} Z = -KZ$$

$$\text{Application : } Z_e = j \frac{K}{C\omega} \text{ (self)}$$



### Super composants

C'est l'association de deux NIC en cascade, mais la topologie ci-dessous présente une meilleure stabilité.



$$\text{Le calcul donne une impédance d'entrée égale à } Z_e = +\frac{Z_1 Z_3}{Z_2 Z_4} Z.$$

Si  $Z_1, Z_2, Z_3, Z_4$  sont des résistances,  $Z_e = AZ$  (convertisseur d'impédance positive).

Si  $Z_1, Z_2, Z_3, Z$  sont des résistances et  $Z_4$  un condensateur,  $Z_e = Lp$  (self de valeur importante).

Si  $Z_1, Z_2, Z_4$  sont des résistances et  $Z_3, Z$  des condensateurs,

$$Z_e = -\frac{A}{\omega^2} \text{ (Frequency Dependant Negative Conductance)}$$

Si  $Z_1, Z_3, Z$  sont des résistances et  $Z_2, Z_4$  des condensateurs,

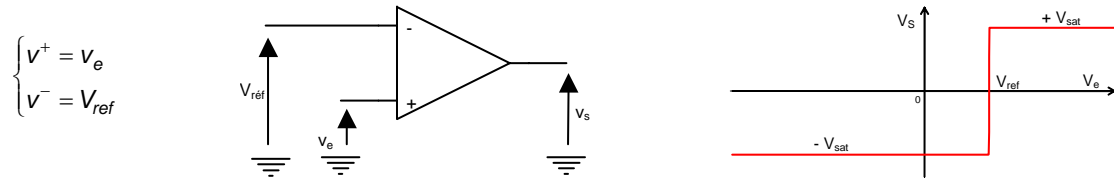
$$Z_e = -A\omega^2 \text{ (Frequency Dependant Negative Resistance)}$$

## Fonctionnement en commutation

☞ **Méthode de travail** : l'AOI est employé en comparateur de tension  $\begin{cases} v^+ > v^- & \rightarrow v_s = +V_{sat} \\ v^+ < v^- & \rightarrow v_s = -V_{sat} \end{cases}$

Calculez  $v^+$ , puis  $v^-$  et le basculement à la sortie a lieu pour  $v^+ = v^-$ .

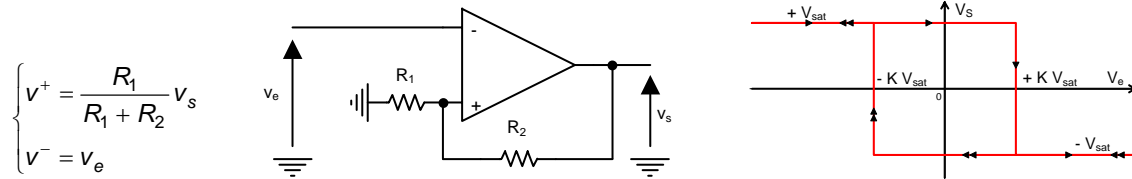
### Comparateur de tension simple



Basculement à la sortie pour  $v_e = V_{ref}$   
 d'où  $v_s = +V_{sat}$  si  $v_e > V_{ref}$  et  $v_s = -V_{sat}$  si  $v_e < V_{ref}$

### Comparateurs à hystérésis ou triggers de Schmitt

#### Comparateur inverseur



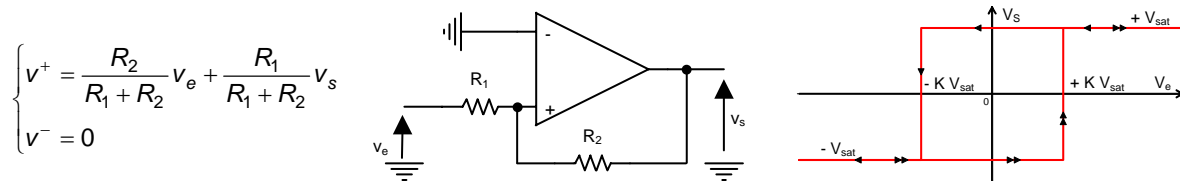
Basculement à la sortie pour  $v_e = \frac{R_1}{R_1 + R_2} (\pm V_{sat}) = \pm KV_{sat}$  avec  $K = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$

Si l'état initial est  $v_s = +V_{sat}$ , c'est-à-dire  $v^+ > v^-$ , on reste dans cet état tant que  $v_e < KV_{sat}$ .

Si  $v_e$  augmente, basculement pour  $v_e = +KV_{sat} \Rightarrow v_s = -V_{sat}$  et  $v^+ = -KV_{sat}$ . On reste à  $v_s = -V_{sat}$  tant que  $v^+ < v^-$ , soit  $v_e > -KV_{sat}$ .

Si  $v_e$  diminue, basculement pour  $v_e = -KV_{sat} \Rightarrow v_s = +V_{sat}$  et  $v^+ = +KV_{sat}$ . On reste à  $v_s = +V_{sat}$  tant que  $v^+ > v^-$  (état initial),

#### Comparateur non inverseur



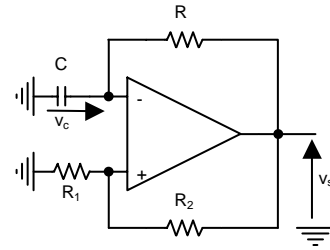
Basculement à la sortie pour  $v_e = -\frac{R_1}{R_2} (\pm V_{sat}) = \pm KV_{sat}$  avec  $K = \frac{R_1}{R_2}$  (même raisonnement).



### Multivibrateur astable (bascule)

C'est un trigger de Schmitt inverseur avec un réseau RC.

$$\begin{cases} v^+ = \frac{R_1}{R_1 + R_2} v_s \\ v^- = v_C \end{cases}$$



Basculement à la sortie pour  $v_C = v^- = \pm K V_{sat}$  avec  $K = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$ .

La tension  $v^-$  correspond à la charge ou décharge d'un condensateur au travers d'une résistance R soit

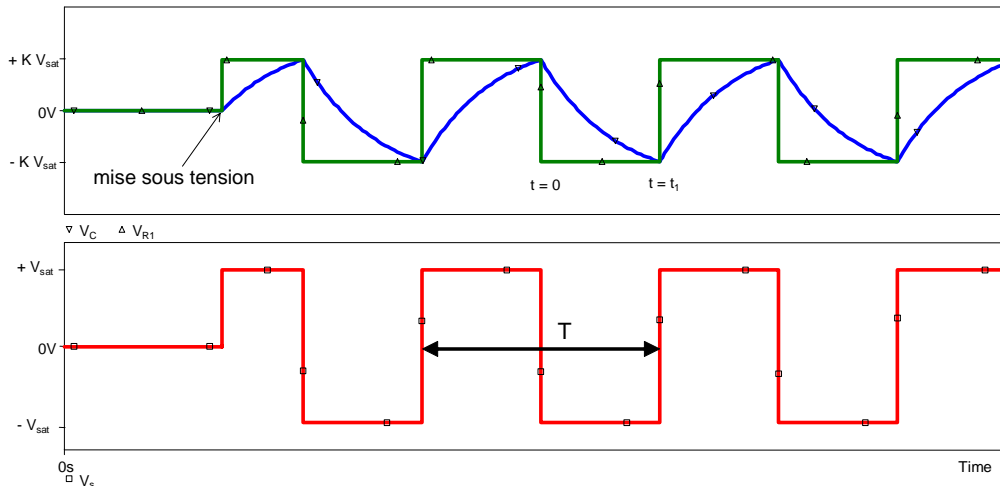
$$v_C(t) = A e^{-\frac{t}{\tau}} + B \quad \text{avec } \tau = RC \quad \text{et conditions initiales } \begin{cases} t = 0 \rightarrow v_C(0) = A + B \\ t = \infty \rightarrow v_C(\infty) = B \end{cases}$$

$$\text{d'où } v_C(t) = [v_C(0) - v_C(\infty)] e^{-\frac{t}{\tau}} + v_C(\infty) \quad \text{ou encore } t = \tau \text{Ln} \frac{v_C(0) - v_C(\infty)}{v_C(t) - v_C(\infty)}.$$

A la mise sous tension du montage, supposons que  $v_s = +V_{sat}$  (aléatoire)  $\Rightarrow \begin{cases} v^+ = +K V_{sat} \\ v^- = 0 \end{cases}$  et la tension  $v_C$  évolue exponentiellement vers  $+V_{sat}$ .

Lorsque  $v^+ = v^-$ , soit  $v_C = +K V_{sat}$ , basculement pour  $v_s = -V_{sat}$   $\Rightarrow \begin{cases} v^+ = -K V_{sat} \\ v^- = +K V_{sat} \end{cases}$  et la tension  $v_C$  évolue vers  $-V_{sat}$ .

Lorsque  $v^+ = v^-$ , soit  $v_C = -K V_{sat}$ , basculement pour  $v_s = +V_{sat}$   $\Rightarrow \begin{cases} v^+ = +K V_{sat} \\ v^- = -K V_{sat} \end{cases}$  et ainsi de suite. Le fonctionnement est symétrique (charge et décharge).



Dans l'intervalle  $[0, t_1]$ ,  $t_1 = \tau \text{Ln} \frac{1+K}{1-K}$  avec  $v_C(0) = +K V_{sat}$ ,  $v_C(\infty) = -V_{sat}$ ,  $v_C(t_1) = -K V_{sat}$

$$\text{d'où } T = 2RC \text{Ln} \left( \frac{1+K}{1-K} \right) \quad \text{ou encore } T = 2RC \text{Ln} \left( 1 + 2 \frac{R_1}{R_2} \right).$$

# L'amplificateur opérationnel réel

L'amplificateur opérationnel idéal est une représentation commode d'un amplificateur intégré pour les calculs de circuits, mais on perd l'information sur le comportement réel du dispositif. En effet,

- pour des fréquences très basses avec une tension de sortie supérieure à 1 volt et un gain en tension en boucle fermée faible → étude avec AOI,
- pour des fréquences plus importantes avec une tension de sortie plus faible apparaissent des imperfections → étude avec AOR.

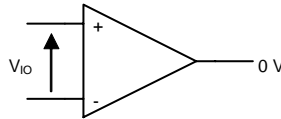
Il faut alors connaître les origines des imperfections et choisir les composants en fonction de l'utilisation souhaitée. On présente donc ici les différents paramètres de l'AO liés aux imperfections de manière séparée. Ces paramètres peuvent être classés, par exemple, en quatre catégories : caractéristiques d'entrée, de sortie, de transfert et l'alimentation. Afin d'illustrer ces propos, on prendra comme référence le 741 dont le schéma électrique est rapporté en fin de chapitre. Tout d'abord, on commentera le circuit électrique, puis on s'appuiera sur la documentation constructeur pour comprendre et prévoir certains comportements.

## Caractéristiques à l'entrée

### Tension de décalage

#### Définition

La tension de décalage ou tension d'offset ou tension résiduelle d'entrée  $V_{IO}$  (input offset) est la tension continue que doit fournir un générateur de tension de résistance interne nulle pour que la tension de sortie soit nulle.



Cette tension résiduelle est liée à la dissymétrie de l'amplificateur différentiel d'entrée et englobe toutes les causes de déséquilibre (dissymétrie des gains, des  $V_{BE}$ , des résistances de charge, ...) et notamment l'appariement en  $V_{BE}$  des transistors d'entrée.

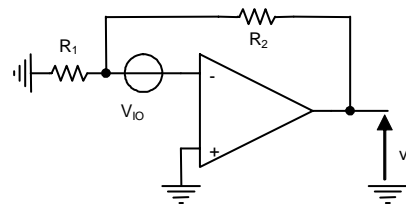
### Influence sur la tension de sortie

#### Montage inverseur

$$\begin{cases} v^+ = 0 = v^- \\ V_{IO} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} v_s \end{cases}$$

soit une erreur de décalage en sortie  $v_s = \pm V_{IO} \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right)$

(on ne connaît pas le signe de  $V_{IO}$ ).



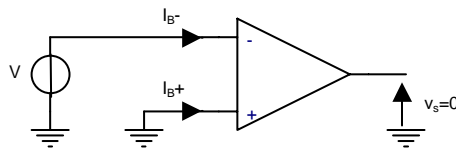
Application :  $V_{IO} = 2 \text{ mV}$  (typique)

$$\frac{v_s}{v_e} = -\frac{R_2}{R_1} \rightarrow \begin{cases} \text{pour } \frac{v_s}{v_e} = -1 \Rightarrow R_2 = R_1 \Rightarrow v_s = \pm 4 \text{ mV} \\ \text{pour } \frac{v_s}{v_e} = -1000 \Rightarrow R_2 = 1000 R_1 \Rightarrow v_s = \pm 2 \text{ V} \end{cases}$$

### Courant de polarisation moyen

#### Définition

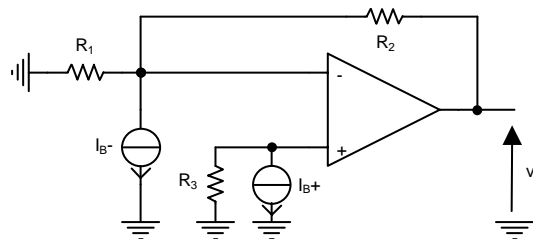
C'est la valeur moyenne des courants d'entrée, une tension  $V$  étant appliquée sur l'une des entrées, l'autre reliée à la masse et  $V$  réglée de façon à annuler la tension de sortie.



$$I_B = \frac{I_{B-} + I_{B+}}{2} \quad (I_{B-} \text{ et } I_{B+} \text{ étant conditionnés par la valeur du gain des transistors d'entrée}).$$

#### Influence sur la tension de sortie

Ces courants de polarisation d'entrée peuvent être modélisés par des sources de courant associées à un AOI.



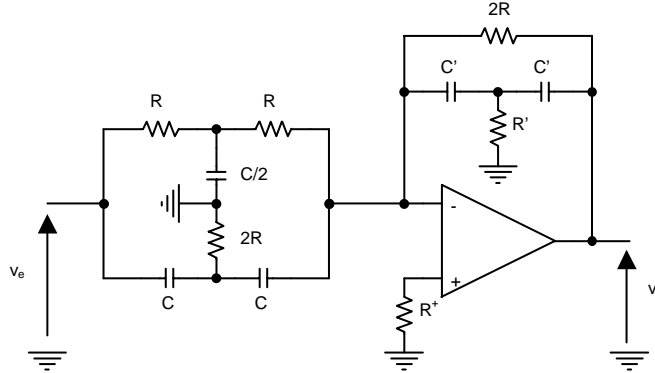
$$\begin{cases} v^+ = -R_3 I_{B+} \\ v^- = \frac{0}{R_1} + \frac{v_s}{R_2} - I_{B-} \\ \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \end{cases} \Rightarrow v_s = R_2 \left[ I_{B-} - R_3 \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) I_{B+} \right]$$

Si l'on considère l'étage d'entrée symétrique ( $I_{B-} = I_{B+} = I_B$ ), on détermine l'expression des résistances pour une erreur nulle en sortie. d'où la condition

$$v_s = 0 \Rightarrow R_3 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

Evident, car en continu, avec la sortie reliée à la masse, l'entrée « - » voit  $R_1 // R_2$  et l'entrée « + » voit  $R_3$ . Si les courants de polarisation sont supposés égaux, les chutes de tension sont alors les mêmes. Il faut remarquer que l'influence des courants de polarisation sera d'autant plus critique que les résistances à équilibrer seront élevées.

☛ **Application** : filtre réjecteur de fréquence



Minimiser l'influence des courants de polarisation sur la composante continue du signal de sortie  
 $\Rightarrow R^+ = R$ .

### Courant de décalage

#### Définition

Le courant de décalage ou courant d'offset ou courant résiduel d'entrée est défini comme étant la différence entre les deux courants de polarisation.

$$I_{IO} = |I_B^+ - I_B^-|$$

Ce courant est lié principalement à l'appariement en gain des deux transistors du premier étage de l'amplificateur opérationnel (différence du gain en courant  $\beta$ ).

#### Influence sur la tension de sortie

En statique, lorsque les entrées de l'AO voient la même résistance R, on a

$$|RI_B^+ - RI_B^-| = RI_{IO} = V'_{IO}$$

L'influence du courant de décalage  $I_{IO}$  sur la sortie est identique à celle de  $V_{IO}$ . Au total, on a

$$V_{IO_{total}} = V_{IO} + V'_{IO} = V_{IO} + RI_{IO} \text{ et la tension d'erreur en sortie est } v_s = (V_{IO} + RI_{IO}) \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)$$

☛ **Application** :  $V_{IO} = 6 \text{ mV}$  et  $I_{IO} = 200 \text{ nA}$  (**caractéristiques maximales d'erreur**)

Montage inverseur avec  $\frac{v_s}{v_e} = -\frac{R_2}{R_1} = -10$

Pour  $R_1 = 10\text{ k}\Omega \Rightarrow R_2 = 100\text{ k}\Omega \Rightarrow R_3 = R_1 // R_2 \cong 9\text{ k}\Omega$  et  $v_s = 11(6 \cdot 10^{-3} + 1.8 \cdot 10^{-3}) = 85.8\text{ mV}$

Pour  $R_1 = 100\text{ k}\Omega \Rightarrow R_2 = 1\text{ M}\Omega \Rightarrow R_3 \cong 90\text{ k}\Omega$  et  $v_s = 11(6 \cdot 10^{-3} + 18 \cdot 10^{-3}) = 264\text{ mV}$

On peut remarquer que pour de faibles résistances, le terme  $R I_O$  sera négligeable devant  $V_{IO}$ .

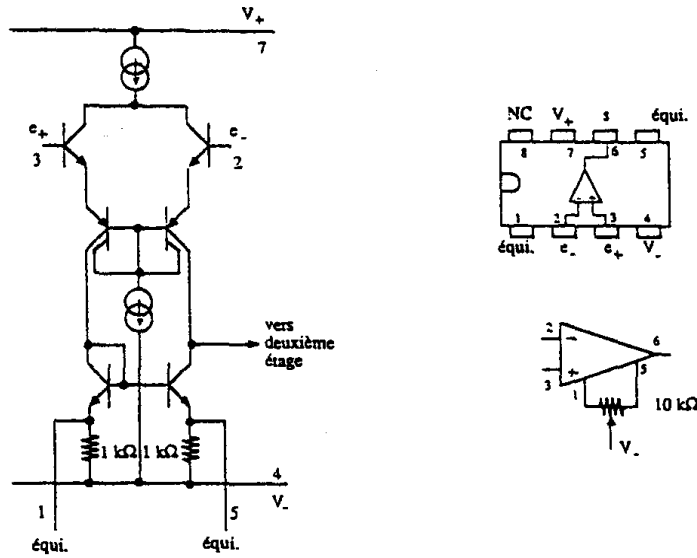
### Compensation de l'erreur de décalage

L'erreur totale de décalage  $V_{IO_{total}}$  peut être compensée selon deux principes différents :

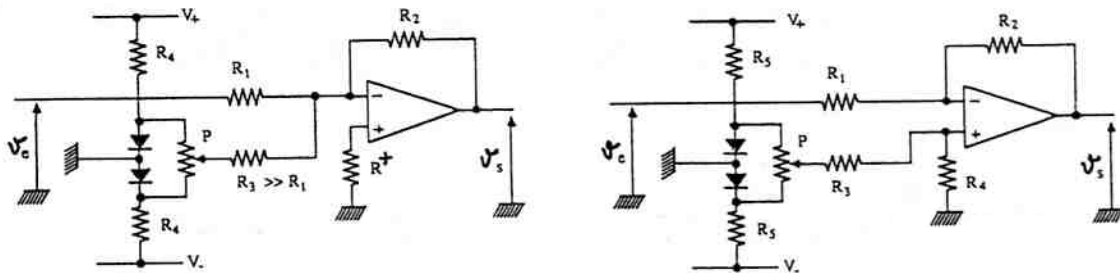
- introduction d'un déséquilibre, ajustable depuis l'extérieur du circuit, dans les étages différentiels d'entrée.
- mise en place d'un générateur de courant ou de tension extérieur dont l'effet contrebalance celui des générateurs d'erreur.

Ces deux méthodes imposent que les résistances vues par les entrées soient de valeurs identiques afin de minimiser les dérives. On utilisera la compensation préconisée par le constructeur (si possible).

#### Premier principe de compensation

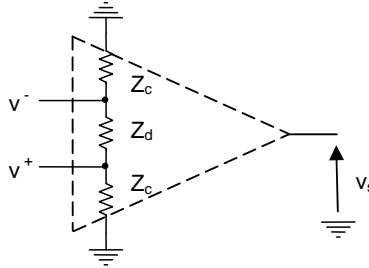


#### Deuxième principe de compensation



## Impédances d'entrée

### Définition



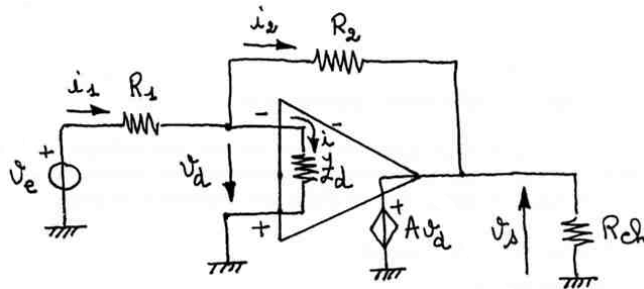
L'étude d'un AO à transistors bipolaires donne

- une résistance d'entrée différentielle  $Z_d$  vue entre les deux bases ( $Z_i = 2 M\Omega$ ),
- une résistance d'entrée de mode commun  $Z_c$  vue sur chaque entrée par rapport à la masse ( $Z_c \gg Z_d$ )

Remarques :

- étage différentiel à JFET  $\Rightarrow Z_d \cong Z_c$
- en HF, il faut considérer les capacités parasites.

### Application : calcul de l'impédance d'entrée du montage inverseur



$$\begin{cases} v_e = R_1 i_1 - v_d \\ v_d = -Z_d i^- \\ v_s = -R_2 i_2 - v_d \\ i_1 = i_2 + i^- \\ v_s = A v_d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_e = R_1 i_1 + Z_d i^- \\ -A Z_d i^- = -(i_1 - i^-) R_2 + Z_d i^- \end{cases} \quad \text{d'où } i^- = \frac{R_2}{R_2 + (1 + A) Z_d} i_1 \text{ et}$$

$$R_e = \frac{v_e}{i_1} = R_1 + \frac{R_2}{1 + A + \frac{R_2}{Z_d}} \quad \text{et comme } A \gg 1 \text{ et } \frac{R_2}{Z_d} \ll A \Rightarrow R_e \cong R_1 + \frac{R_2}{A}$$

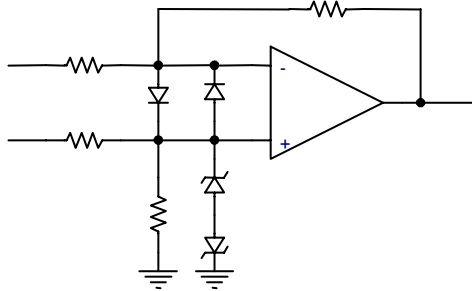
Conclusion : on n'a pas intérêt à travailler avec  $R_2$  trop importante ( $\leq 1 M\Omega$ ) et, dans ces conditions,  $R_e \cong R_1$ .

## Tensions maximales d'entrée

### Définition

Il peut s'agir aussi bien de la tension différentielle d'entrée maximale, de la tension en mode commun maximale et des tensions d'alimentation maximales spécifiées de façon à ne pas détériorer le circuit.

### Protection



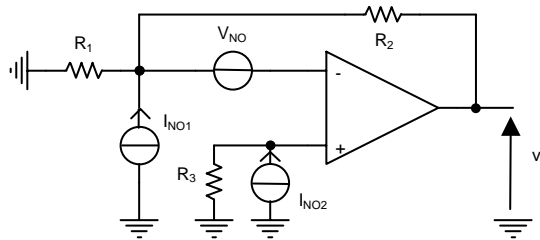
## Bruits générés par l'amplificateur opérationnel

Les bruits générés par un amplificateur opérationnel constituent une limitation à l'amplification des signaux d'amplitude très faible. Pour représenter complètement les propriétés en bruit, on utilise habituellement trois générateurs de bruits dont les effets sont ramenés à l'entrée à savoir deux générateurs de courant  $I_{NO1}$  et  $I_{NO2}$ , un générateur de tension  $V_{NO}$ .

La tension totale de bruit ramenée à l'entrée sera appliquée par le gain en boucle fermée du circuit. La valeur moyenne quadratique de cette tension sera la somme des valeurs quadratiques du générateur de tension  $V_{NO}$ , des chutes de tension produites respectivement par chaque générateur de courant de bruit dans la résistance qu'il attaque.

$$\overline{V_{NO_{totale}}^2} = \overline{V_{NO}^2} + \overline{I_{NO1} R^2} + \overline{I_{NO2} R^2}$$

### Application : montage non inverseur



Le signal de bruit en sortie aura pour expression

$$V_s = \frac{R_1 + R_2}{R_1} \sqrt{V_{NO}^2 + \left( \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} I_{NO1} \right)^2 + (R_3 I_{NO2})^2}$$

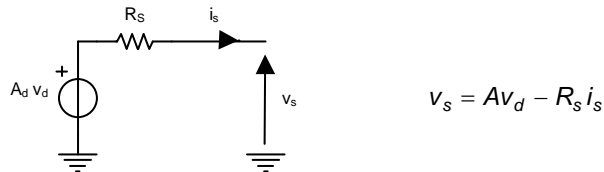
avec  $R_3 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \equiv R_G$  (résistance du générateur d'attaque)

## Caractéristiques à la sortie

Les caractéristiques du générateur de Thévenin de sortie sont la résistance dynamique  $R_s$ , la tension maximale, le courant maximum et la puissance dissipée maximale.

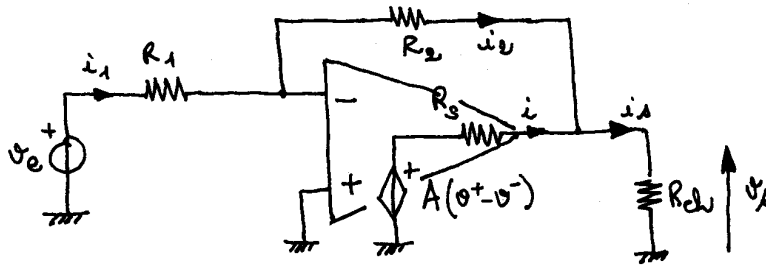
### Résistance de sortie

#### Définition



Sa valeur n'est pas toujours donnée par le constructeur. Elle évolue entre quelques dizaines d'ohms et quelques centaines d'ohms.

➤ **Application** : calcul de la dynamique de sortie en régime linéaire du montage inverseur



$$v^+ = 0 \Rightarrow v_d = -v^- \text{ et } Z_d = \infty$$

$$\left\{ \begin{aligned} v^- &= \frac{\frac{v_e}{R_1} + \frac{v_s}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} \\ v_s &= \frac{0}{\frac{1}{R_{ch}} + \frac{1}{R_s} + \frac{1}{R_2}} - \frac{A v^-}{\frac{1}{R_{ch}} + \frac{1}{R_s} + \frac{1}{R_2}} + \frac{v^-}{\frac{1}{R_{ch}} + \frac{1}{R_s} + \frac{1}{R_2}} \end{aligned} \right. \Rightarrow \left(1 + \frac{R_s}{R_2 // R_{ch}}\right) v_s = \left(\frac{R_s}{R_2} - A\right) v^- \cong -A \frac{\frac{v_e}{R_1} + \frac{v_s}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$$

$$\text{d'où } \frac{v_s}{v_e} = -\frac{R_2}{R_1} \frac{1}{1 + \left(1 + \frac{R_s}{R_2 // R_{ch}}\right) \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{1}{A}}$$

On constate que si la condition  $R_s \ll R_2 // R_{ch}$  n'est pas remplie, la résistance de sortie  $R_s$  a pour effet d'abaisser le gain différentiel.



☛ **Application** :  $R_1 = 1\text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 10\text{ k}\Omega$ ,  $R_s = 100\ \Omega$ ,  $R_{ch} = 10\ \Omega$ .

Le montage est attaqué par un signal  $v_e(t)$  de fréquence  $1\text{ kHz}$   $\rightarrow A = 1000$  (réponse typique en fréquence du 741 en boucle ouverte).

$$\frac{v_s}{v_e} \cong -\frac{10}{1 + \frac{11^2}{10^3}} = -8.92 \quad \text{soit une erreur de l'ordre de } 10\%.$$

### Tension maximale de sortie

La tension maximale de sortie dépend de l'état de saturation du dernier étage et de la charge. Pour le 741 sans résistance de charge (à vide) :

- tension positive maximale  $V_+ - 0.6\text{ V}$
- tension négative maximale  $V_- + 1.2\text{ V}$

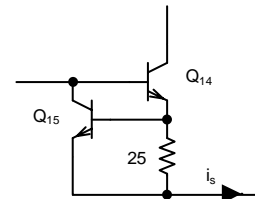
soit pour une alimentation symétrique  $V_+ = -V_- = 15\text{ V}$   $\Rightarrow -13.8\text{ V} < v_s < 14.4\text{ V}$ .  
 Pour la tension de sortie en fonction de la charge, voir courbe du constructeur.

### Courant maximum de sortie

(voir schéma électrique du 741)

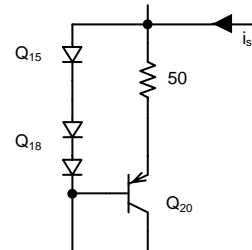
- limitation positive assurée par  $Q_{15}$  :

$$i_{s_{\max+}} = \frac{V_{BE_{15}}}{25} = 24\text{ mA à } 25\text{ }^\circ\text{C}$$



- limitation négative assurée par la jonction base-collecteur de  $Q_{15}$  et le multiplicateur de  $V_{BE}$  ( $Q_{18}$ ) :

$$i_{s_{\max-}} = \frac{V_{BC_{15}} + 2V_{BE_{18}} - V_{EB_{20}}}{50} = 24\text{ mA à } 25\text{ }^\circ\text{C}$$



### Puissance dissipée maximale

Comme pour les composants discrets, la puissance maximale dissipée dans le transistor du dernier étage dépend de la température extérieure du circuit. Elle décroît lorsque la température augmente ainsi que le montre la courbe constructeur pour le circuit 741 (500 mW jusqu'à 75 °C).

Attention : le cas le plus critique de dissipation est celui où la sortie est reliée accidentellement à une ligne d'alimentation. Si  $V_+ = -V_- = 15\text{ V}$ , l'un des transistors du push-pull a un  $V_{CE} = 30\text{ V}$  et est parcouru par le courant de limitation de 24 mA, soit

$$P = 30 \cdot 24 \cdot 10^{-3} = 720\text{ mW} (> 500\text{ mW}) \Rightarrow \text{destruction}$$

## Caractéristiques de transfert

Les caractéristiques de transfert sont définies par le gain en tension en boucle ouverte, le phénomène de triangulation et le taux de réjection de mode commun.

### Gain en tension en boucle ouverte

Si l'on considère la courbe de réponse en fréquence en boucle ouverte du circuit 741, on trouve un gain  $A \cong 10^5$  jusqu'à 10 Hz (point de cassure à - 3 dB), puis une décroissance à - 20 dB par décade jusqu'à 3 MHz, puis une décroissance à - 40 dB par décade. La fréquence pour laquelle le gain devient l'unité (0 dB) correspond à une fréquence de 1 MHz, ce qui assure une stabilité inconditionnelle.

Le système contre-réactionné présente un gain  $A'_V = \frac{A_V}{1 + \beta A_V} \cong \frac{1}{\beta}$  lorsque  $A_V = A$  aux très basses fréquences, sinon il y a erreur sur l'évaluation du gain  $A'_V$ .

Si l'on souhaite une forte amplification  $A'_V$ , il faut utiliser un amplificateur opérationnel à très fort gain en tension ( $A \cong 10^7$  obtenu à l'aide de deux étages différentiels en cascade par exemple).

Il faut remarquer l'influence de la tension d'alimentation sur le gain (voir courbe du constructeur).

#### ☛ Applications :

$$\text{Montage inverseur} \rightarrow \frac{v_s}{v_e} = -\frac{R_2}{R_1} \frac{1}{1 + \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{1}{A}}$$

$$\text{Montage non inverseur} \rightarrow \frac{v_s}{v_e} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{1}{1 + \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{1}{A}}$$

Aux basses fréquences,  $A \gg 1 + \frac{R_2}{R_1}$  et on retrouve les formulations avec un AOI.

Pour les fréquences hautes, il faut étudier le terme  $\frac{1}{1 + \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{1}{A}}$  avec  $A = \frac{A_0}{1 + j \frac{\omega}{\omega_0}}$  (1° ordre)

$$\frac{1}{1 + \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{1 + j \frac{\omega}{\omega_0}}{A_0}} = \frac{1}{1 + \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{1}{A_0}} \frac{1}{1 + j \frac{\omega}{\omega_0} \frac{1}{1 + A_0 \frac{R_1}{R_1 + R_2}}} \cong \frac{1}{1 + j \frac{\omega}{\omega_0}}$$

$$\text{avec } A_0 \gg \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \text{ et } \omega_0 = \omega_0 \left(1 + A_0 \frac{R_1}{R_1 + R_2}\right)$$

$$\text{Pour le 741, } A_0 = 10^5, f_0 = 10 \text{ Hz} \Rightarrow f'_0 = 10 \left(1 + 10^5 \frac{R_1}{R_1 + R_2}\right).$$

Si l'on choisit  $R_1 = 1\text{ k}\Omega$  et  $R_2 = 9\text{ k}\Omega$ , on obtient  $f_0' \cong 100\text{ kHz}$  et

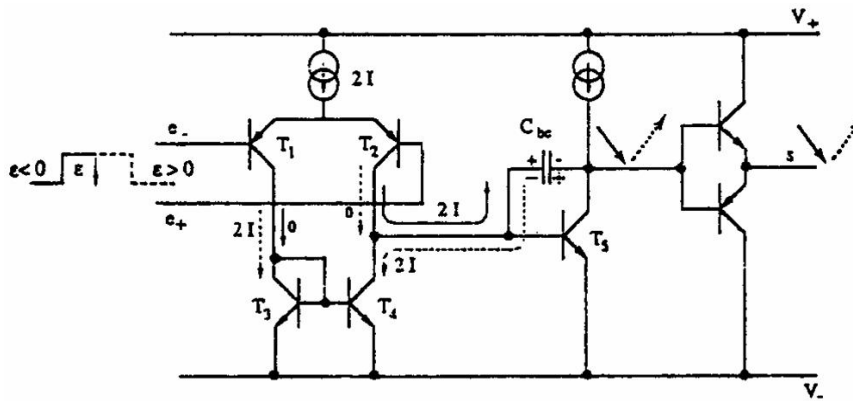
- pour le montage non inverseur  $f_0' \cong \frac{10^6}{10} = 100\text{ kHz}$  (produit gain bande passante)
- pour le montage inverseur  $f_0' \cong \frac{10^6}{9} = 111\text{ kHz}$  (erreur supérieure à 10%)

### Phénomène de triangulation

C'est la vitesse maximale en sortie du signal ou slew rate ( $SR$ ). Cette vitesse de montée est limitée par le courant maximal disponible en sortie du premier étage de l'AO ( $2I$ ), qui doit charger la capacité de compensation ( $C_{bc}$ ). Cette charge à courant constant caractérise le slew rate, c'est-à-dire que la tension de sortie évolue de manière linéaire en fonction du temps à une vitesse  $SR$  en  $V/\mu s$ .

$$SR = \left( \frac{\Delta V_s}{\Delta t} \right)_{\max} = \frac{2I}{C_{bc}}$$

En conséquence, plus grande sera la capacité de compensation et plus faible sera la valeur de  $SR$ .



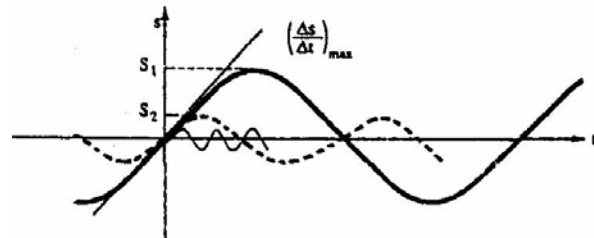
Distorsion consécutive :

Par exemple, pour un amplificateur monté en suiveur,  $v_s(t) = v_a(t) = V \sin(\omega t)$

$$\Rightarrow \frac{dv_s(t)}{dt} = V \omega \cos(\omega t)$$

La vitesse maximale du signal en

$$\text{sortie s'écrit alors } \left[ \frac{dv_s(t)}{dt} \right]_{\max} = V \omega_{\max}$$



et la fréquence à partir de laquelle apparaîtra la distorsion est  $f_{\max} = \frac{\left( \frac{\Delta V_s}{\Delta t} \right)_{\max}}{2\pi V}$ .

## Taux de réjection de mode commun

$$v_s = A_d(v^+ - v^-) + A_c \left( \frac{v^+ + v^-}{2} \right) \quad \text{et} \quad T_{RMC} = 20 \log \left| \frac{A_d}{A_c} \right| \quad (\text{en dB})$$

Le taux de réjection de mode commun dépend de la température, de la fréquence de fonctionnement et du niveau de tension de mode commun d'entrée.

Il n'y a pas d'impact sur un montage inverseur car  $v^+ = 0$ , mais c'est différent pour le montage non inverseur.

$$\begin{cases} v^+ = v_e \\ v^- = \frac{R_1}{R_1 + R_2} v_s \end{cases} \Rightarrow v_s = A_d \left( v_e - \frac{R_1}{R_1 + R_2} v_s \right) + A_c \left( \frac{v_e + \frac{R_1}{R_1 + R_2} v_s}{2} \right)$$

$$\text{soit} \quad v_s = \frac{A_d + \frac{A_c}{2}}{1 + \frac{R_1}{R_1 + R_2} \left( A_d + \frac{A_c}{2} \right)} v_e = \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right) \frac{A_d \left( 1 + \frac{1}{2T_{RMC}} \right)}{1 + \frac{R_2}{R_1} + A_d \left( 1 - \frac{1}{2T_{RMC}} \right)} \quad \text{avec} \quad T_{RMC} = \frac{A_d}{A_c}$$

$$\text{or} \quad \frac{1}{2T_{RMC}} \ll 1 \Rightarrow v_s \cong \frac{\left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right)}{1 + \frac{1}{A_d} \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right)} v_e \quad (\text{très faible influence du } T_{RMC})$$

$$\text{si } A_d \gg 1 + \frac{R_2}{R_1}, \text{ on retrouve } \frac{v_s}{v_e} = 1 + \frac{R_2}{R_1}.$$

## Caractéristiques d'alimentation

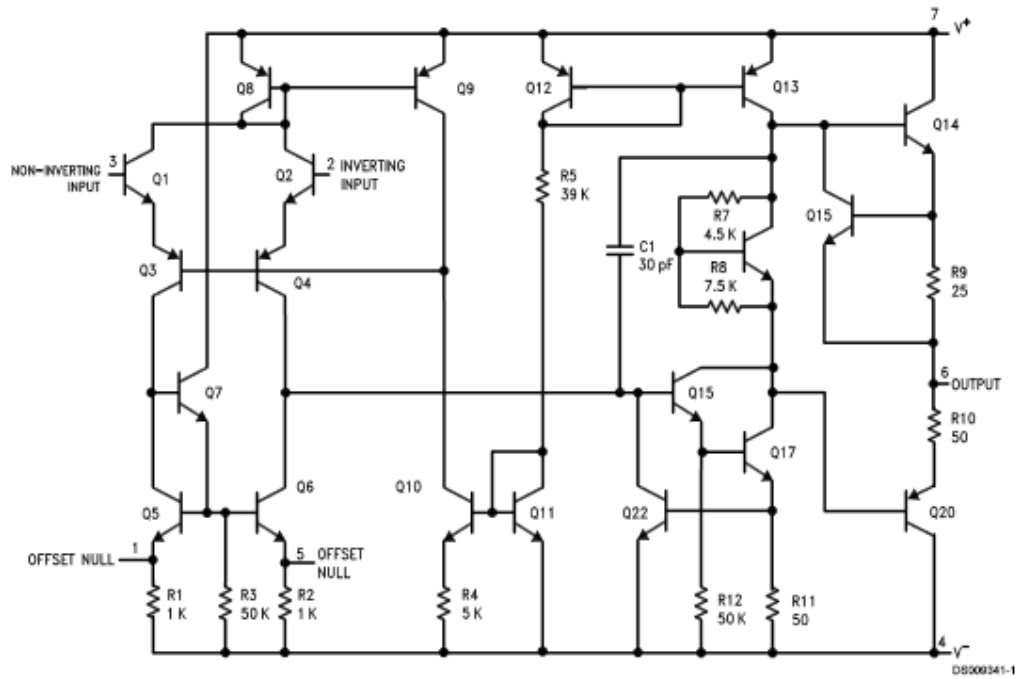
Pour le 741 :

- tension d'alimentation  $\pm 5 \text{ V} \leq \pm V_{CC} \leq \pm 18 \text{ V}$
- puissance fournie par les alimentations au repos et à vide (sans charge)  $P_{fournie_0} = 2V_{CC} I_0$   
sous  $V_{CC} = \pm 15 \text{ V}$  avec  $I_0 = 1.7 \text{ mA} \rightarrow P_{fournie_0} \cong 50 \text{ mW}$
- taux de réjection d'alimentation (TRA) ou supply voltage rejection ratio (SVRR)

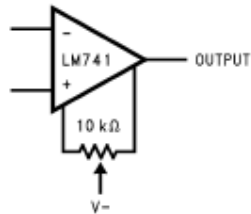
$$TRA = \frac{\Delta v_s}{\Delta V} = 30 \mu\text{V/V}$$

Il faut tenir compte de la variation de la tension de sortie  $\Delta v_s$  par rapport à la variation de la tension d'entrée d'alimentation  $\Delta V$  dans les montages contre-réactionnés maintenus au repos ( $v_e = 0$ ).

### Schematic Diagram



Offset Nulling Circuit



# Le filtrage analogique

Le filtrage traite un signal pour modifier son spectre de fréquence, modifier sa phase, extraire une partie de l'information liée à ce signal, éliminer ou affaiblir des fréquences parasites indésirables, isoler dans un signal complexe la ou les bandes de fréquences utiles.

Il existe plusieurs catégories de filtres analogiques :

- les filtres passifs RLC, toujours stables, mais sensibles à la charge en entrée et en sortie (GHz);
- les filtres actifs utilisant des transistors ou AOP (alimentation) dont la stabilité est à surveiller, mais peu sensibles à la charge (qqz 10 MHz);
- les filtres à capacités commutées, non traités ici (qqz 10 MHz) ;
- les filtres passifs à résonateurs et à lignes imprimées, non traités ici (GHz).

(voir cours « Rappels sur la théorie des circuits » pour des informations sur les fonctions de transfert).

## Types de filtres

Le type de filtre caractérise la position relative en fréquence de la bande transmise (passe-bas, passe-haut, passe-bande, réjecteur, passe-tout). Un filtre d'ordre  $n$  est composé de cellules élémentaires du premier et/ou du second ordre (propriétés des fonctions de transfert). Donc, si  $n$  est pair, il faudra  $n/2$  cellules du second ordre et si  $n$  est impair, il faudra  $(n-1)/2$  cellules du second ordre et une cellule du premier ordre. Par ailleurs, il est possible de raisonner sur un prototype passe-bas du premier ou second ordre et d'appliquer des transformations mathématiques pour obtenir les filtres passe-haut, passe-bande et réjecteur du second ordre. Dans l'étude qui suit, les gains sont normalisés à l'unité.

## Cellules du premier ordre

### Cas du passe-bas

$$H(p) = \frac{1}{\frac{p}{\omega_n} + 1}$$

Expressions du module et de l'argument de  $H(j\omega) = \frac{1}{1 + j \frac{\omega}{\omega_n}}$  ( $p = j\omega$ )

$$\Rightarrow \begin{cases} |H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\omega^2}{\omega_n^2}}} & \text{ou} & |H(j\omega)|_{dB} = -20 \log \sqrt{1 + \frac{\omega^2}{\omega_n^2}} \\ \varphi = - \arctg\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right) \end{cases}$$

$$\omega \ll \omega_n \rightarrow \begin{cases} |H(j\omega)|_{dB} \cong -20 \log 1 = 0 \text{ dB} \\ \varphi = \arg[H(j\omega)] \cong - \arctg 0 = 0 \text{ rad} \end{cases}$$

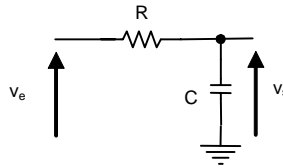
$$\omega \gg \omega_n \rightarrow \begin{cases} |H(j\omega)|_{dB} \cong -20 \log\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right) & \text{droite de pente } -20 \text{ dB/décade} \\ \varphi \cong -\text{arctg}\infty = -\frac{\pi}{2} \text{ rad} \end{cases}$$

$$\omega = \omega_n \rightarrow \begin{cases} |H(j\omega)|_{dB} = -20 \log(\sqrt{2}) = -3 \text{ dB} \\ \varphi \cong -\text{arctg}1 = -\frac{\pi}{4} \text{ rad} \end{cases}$$

La pulsation de coupure à  $-3 \text{ dB}$  est telle que  $\omega_c = \omega_n$  et  $\arg[H(j\omega_c)] = -\frac{\pi}{4} \text{ rad}$ .

Le temps de propagation de groupe est défini par  $\tau = \frac{d\varphi}{d\omega} = -\frac{d}{d\omega} \left[ \text{arctg}\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right) \right] = -\frac{1/\omega_n}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}$ .

Application : circuit passif RC



Dans le domaine du temps, la mise en équation conduit à l'équation différentielle du premier ordre

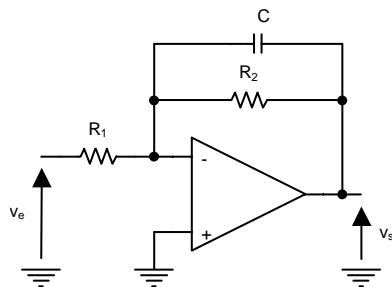
$$v_e(t) = RC \frac{d}{dt} v_s(t) + v_s(t)$$

Dans le domaine de Laplace, nous obtenons (condition initiale nulle)

$$V_E(p) = RCpV_S(p) + V_S(p) \Rightarrow H(p) = \frac{V_S(p)}{V_E(p)} = \frac{1}{\frac{p}{\omega_n} + 1} \text{ avec } \omega_n = \frac{1}{RC}$$

Le gain est unité, la fréquence de coupure vaut  $f_c = \frac{1}{2\pi RC}$  et le retard  $\tau = \frac{RC}{1 + (RC\omega)^2}$ .

Application : circuit actif



$$H(p) = \frac{V_S(p)}{V_E(p)} = \frac{H_0}{\frac{p}{\omega_n} + 1}$$

avec  $\omega_n = \frac{1}{R_2 C}$  et  $H_0 = -\frac{R_2}{R_1}$

L'intérêt de ce filtre est de posséder une amplification supérieure à l'unité dans la bande passante et une faible impédance de sortie (contre-réaction tension-courant).

**Cas du passe-haut**

$$H(p) = \frac{\frac{p}{\omega_n}}{\frac{p}{\omega_n} + 1}$$

➤ Transformation passe-bas premier ordre en passe-haut premier ordre :  $\frac{p}{\omega_n} \rightarrow \frac{\omega_n}{p}$

Expressions du module et de l'argument de  $H(j\omega) = \frac{j \frac{\omega}{\omega_n}}{1 + j \frac{\omega}{\omega_n}}$

$$\Rightarrow \begin{cases} |H(j\omega)| = \frac{\frac{\omega}{\omega_n}}{\sqrt{1 + \frac{\omega^2}{\omega_n^2}}} & \text{ou} & |H(j\omega)|_{dB} = 20 \log\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right) - 20 \log \sqrt{1 + \frac{\omega^2}{\omega_n^2}} \\ \varphi = \frac{\pi}{2} - \arctg\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right) \end{cases}$$

$$\omega \ll \omega_n \rightarrow \begin{cases} |H(j\omega)|_{dB} \cong 20 \log\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right) & \text{droite de pente } +20 \text{ dB/décade} \\ \varphi \cong \frac{\pi}{2} \text{ rad} \end{cases}$$

$$\omega \gg \omega_n \rightarrow \begin{cases} |H(j\omega)|_{dB} \cong 20 \log\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right) - 20 \log\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right) = 0 \text{ dB} \\ \varphi \cong 0 \text{ rad} \end{cases}$$

$$\omega = \omega_n \rightarrow \begin{cases} |H(j\omega)|_{dB} = -20 \log(\sqrt{2}) = -3 \text{ dB} \\ \varphi \cong \frac{\pi}{2} - \arctg 1 = \frac{\pi}{4} \text{ rad} \end{cases}$$

La pulsation de coupure à -3 dB est telle que  $\omega_c = \omega_n$  et  $\arg[H(j\omega_c)] = \frac{\pi}{4}$  rad.

**Cas du passe-tout (déphaseur pur)**

Un filtre passe-tout a une amplitude unité pour toutes les fréquences, mais sa réponse en phase varie avec la fréquence.

$$H(p) = \frac{1 - \frac{p}{\omega_n}}{1 + \frac{p}{\omega_n}}$$

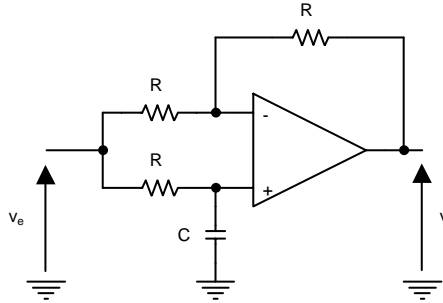
Expressions du module et de l'argument de  $H(j\omega) = \frac{1 - j \frac{\omega}{\omega_n}}{1 + j \frac{\omega}{\omega_n}} \Rightarrow \begin{cases} |H(j\omega)| = 1 & \text{ou} & |H(j\omega)|_{dB} = 0 \text{ dB} \\ \varphi = -2 \arctg\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right) \end{cases}$

$$\omega \ll \omega_n \rightarrow \varphi \cong 0 \text{ rad}, \quad \omega \gg \omega_n \rightarrow \varphi \cong -\pi \text{ rad}, \quad \omega = \omega_n \rightarrow \varphi \cong -\frac{\pi}{2} \text{ rad}.$$



Application :

avec  $\omega_n = \frac{1}{RC}$



Cellules du second ordre

Cas du passe-bas

$$H(p) = \frac{1}{\frac{p^2}{\omega_n^2} + \frac{2\zeta}{\omega_n}p + 1}$$

Expressions du module et de l'argument de  $H(j\omega) = \frac{1}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2} + j2\zeta \frac{\omega}{\omega_n}}$

$$\Rightarrow \begin{cases} |H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)^2 + 4\zeta^2 \frac{\omega^2}{\omega_n^2}}} & \text{ou } |H(j\omega)|_{dB} = -20 \log \sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)^2 + 4\zeta^2 \frac{\omega^2}{\omega_n^2}} \\ \varphi = -\arctg \left( \frac{2\zeta \frac{\omega}{\omega_n}}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}} \right) & \text{pour } \frac{\omega}{\omega_n} < 1 & \text{ou } \varphi = -\pi + \arctg \left( \frac{2\zeta \frac{\omega}{\omega_n}}{\frac{\omega^2}{\omega_n^2} - 1} \right) & \text{pour } \frac{\omega}{\omega_n} > 1 \end{cases}$$

$$\omega \ll \omega_n \rightarrow \begin{cases} |H(j\omega)|_{dB} \cong -20 \log 1 = 0 \text{ dB} \\ \varphi \cong -\arctg 0 = 0 \text{ rad} \end{cases}, \quad \omega = \omega_n \rightarrow \begin{cases} |H(j\omega)|_{dB} = -20 \log(2\zeta) \\ \varphi \cong -\arctg \infty = -\frac{\pi}{2} \text{ rad} \end{cases}$$

$$\omega \gg \omega_n \rightarrow \begin{cases} |H(j\omega)|_{dB} \cong -20 \log \left( \frac{\omega}{\omega_n} \right)^2 = -40 \log \left( \frac{\omega}{\omega_n} \right) \\ \varphi \cong -\pi + \arctg 0 = -\pi \text{ rad} \end{cases}$$

Pour le module de la fonction de transfert, nous calculons maintenant les coordonnées du maximum (si résonance) et la bande passante définie à -3 dB.

Posons  $x = (\omega / \omega_n)^2 \Rightarrow |H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{(1-x)^2 + 4\zeta^2 x}}$

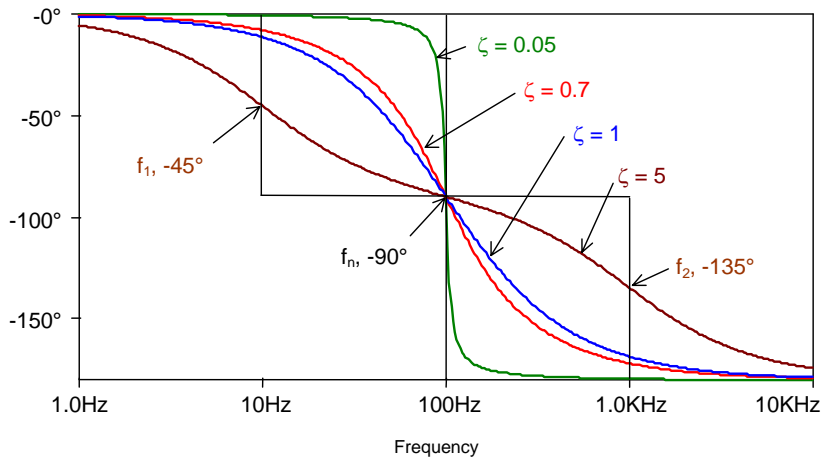
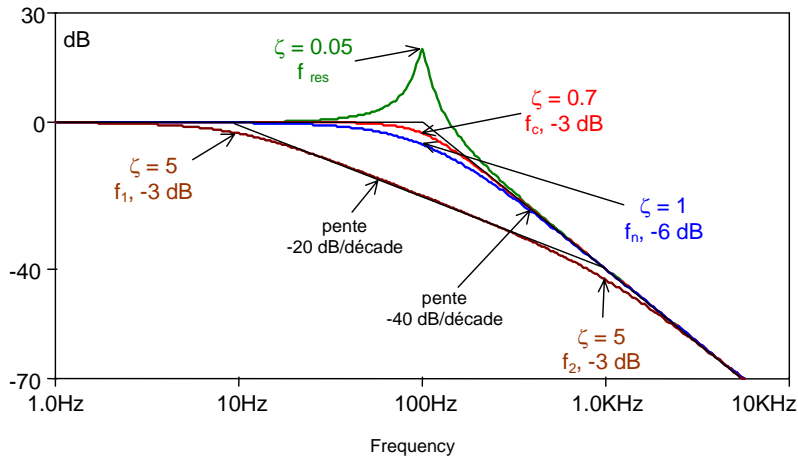
Expressions à la résonance

$$\frac{d|H|}{dx} = 0 \Rightarrow \omega_{res} = \omega_n \sqrt{1 - 2\zeta^2} \text{ uniquement pour } 1 - 2\zeta^2 > 0 \text{ soit } \zeta < \frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$\text{d'où } \begin{cases} |H(j\omega_{res})| = \frac{1}{2\zeta\sqrt{1-\zeta^2}} \text{ ou } |H(j\omega_{res})|_{dB} = -20\log(2\zeta\sqrt{1-\zeta^2}) \\ \varphi = -\arctg\left(\frac{\sqrt{1-2\zeta^2}}{\zeta}\right) \end{cases}$$

Expression de la pulsation de coupure  $|H(j\omega_c)| = 1/\sqrt{2} \Rightarrow \omega_c = \omega_n \sqrt{1-2\zeta^2 + \sqrt{(2\zeta^2-1)^2 + 1}}$ .

Application :



Cas du passe-haut

$$H(p) = \frac{\frac{p^2}{\omega_n^2}}{\frac{p^2}{\omega_n^2} + \frac{2\zeta}{\omega_n}p + 1}$$

➤ Transformation passe-bas second ordre en passe-haut second ordre :  $\frac{p}{\omega_n} \rightarrow \frac{\omega_n}{p}$

Expressions du module et de l'argument de  $H(j\omega) = \frac{-\frac{\omega^2}{\omega_n^2}}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2} + j2\zeta \frac{\omega}{\omega_n}}$

$$\Rightarrow \begin{cases} |H(j\omega)| = \frac{\frac{\omega^2}{\omega_n^2}}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)^2 + 4\zeta^2 \frac{\omega^2}{\omega_n^2}}} & \text{ou } |H(j\omega)|_{dB} = 20\log\left(\frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right) - 20\log\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)^2 + 4\zeta^2 \frac{\omega^2}{\omega_n^2}} \\ \varphi = \pi - \arctg\left(\frac{2\zeta \frac{\omega}{\omega_n}}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}}\right) & \text{pour } \frac{\omega}{\omega_n} < 1 \quad \text{ou } \varphi = \arctg\left(\frac{2\zeta \frac{\omega}{\omega_n}}{\frac{\omega^2}{\omega_n^2} - 1}\right) & \text{pour } \frac{\omega}{\omega_n} > 1 \end{cases}$$

$$\omega \ll \omega_n \rightarrow \begin{cases} |H(j\omega)|_{dB} \cong 20\log\left(\frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right) - 20\log 1 = 40\log\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right), \\ \varphi \cong \pi \text{ rad} \end{cases}$$

$$\omega = \omega_n \rightarrow \begin{cases} |H(j\omega)|_{dB} = -20\log(2\zeta) \\ \varphi \cong \pi - \arctg \infty = \frac{\pi}{2} \text{ rad} \end{cases}$$

$$\omega \gg \omega_n \rightarrow \begin{cases} |H(j\omega)|_{dB} \cong 20\log\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2 - 20\log\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2 = 0 \text{ dB} \\ \varphi = + \arctg\left(\frac{2\zeta \frac{\omega}{\omega_n}}{\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}\right) \cong 0 \text{ rad} \end{cases}$$

Pour le module de la fonction de transfert, nous calculons maintenant les coordonnées du maximum (si résonance) et la bande passante définie à -3 dB.

Posons  $x = (\omega/\omega_n)^2 \Rightarrow |H(j\omega)| = \frac{x^2}{\sqrt{(1-x)^2 + 4\zeta^2 x}}$

Expressions à la résonance

$$\frac{d|H|}{dx} = 0 \Rightarrow \omega_{res} = \frac{\omega_n}{\sqrt{1-2\zeta^2}} \text{ uniquement pour } 1-2\zeta^2 > 0 \text{ soit } \zeta < \sqrt{2}/2,$$

$$\text{d'où } \begin{cases} |H(j\omega_{res})| = \frac{1}{2\zeta\sqrt{1-\zeta^2}} & \text{ou } |H(j\omega_{res})|_{dB} = -20\log(2\zeta\sqrt{1-\zeta^2}) \\ \varphi = \pi + \arctg\left(\frac{\sqrt{1-2\zeta^2}}{\zeta}\right) \end{cases}$$

Expression de la pulsation de coupure  $|H(j\omega_c)| = 1/\sqrt{2} \Rightarrow \omega_c = \omega_n \sqrt{2\zeta^2 - 1 + \sqrt{(2\zeta^2 - 1)^2 + 1}}$ .

**Cas du passe-bande**

$$H(p) = \frac{\frac{2\zeta}{\omega_n} p}{\frac{p^2}{\omega_n^2} + \frac{2\zeta}{\omega_n} p + 1}$$

qui peut s'écrire  $H(p) = \frac{\frac{1}{Q} \frac{p}{\omega_n}}{\frac{p^2}{\omega_n^2} + \frac{1}{Q} \frac{p}{\omega_n} + 1} = \frac{1}{1 + Q \left( \frac{p}{\omega_n} + \frac{\omega_n}{p} \right)}$  avec  $Q = \frac{1}{2\zeta}$  facteur de qualité du circuit.

➤ Transformation passe-bas premier ordre en passe-bande second ordre :  $\frac{p}{\omega_n} \rightarrow Q \left( \frac{p}{\omega_n} + \frac{\omega_n}{p} \right)$

Expressions du module et de l'argument de  $H(j\omega) = \frac{1}{1 + jQ \left( \frac{\omega}{\omega_n} - \frac{\omega_n}{\omega} \right)}$

$$\Rightarrow \begin{cases} |H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2 \left( \frac{\omega}{\omega_n} - \frac{\omega_n}{\omega} \right)^2}} \quad \text{ou} \quad |H(j\omega)|_{dB} = -20 \log \sqrt{1 + Q^2 \left( \frac{\omega}{\omega_n} - \frac{\omega_n}{\omega} \right)^2} \\ \varphi = -\arctg \left( Q \left( \frac{\omega}{\omega_n} - \frac{\omega_n}{\omega} \right) \right) \end{cases}$$

$$\omega \ll \omega_n \rightarrow \begin{cases} |H(j\omega)|_{dB} \cong 20 \log \left( \frac{1}{Q} \frac{\omega}{\omega_n} \right) = 20 \log \left( \frac{1}{Q} \right) + 20 \log \left( \frac{\omega}{\omega_n} \right) \\ \varphi \cong \arctg \left( Q \frac{\omega_n}{\omega} \right) \cong \frac{\pi}{2} \text{ rad} \end{cases}, \quad \omega = \omega_n \rightarrow \begin{cases} |H(j\omega)|_{dB} = 0 \text{ dB} \\ \varphi = 0 \text{ rad} \end{cases}$$

$$\omega \gg \omega_n \rightarrow \begin{cases} |H(j\omega)|_{dB} \cong -20 \log \left( Q \frac{\omega}{\omega_n} \right) = 20 \log \left( \frac{1}{Q} \right) - 20 \log \left( \frac{\omega}{\omega_n} \right) \\ \varphi = -\arctg \left( Q \frac{\omega}{\omega_n} \right) \cong -\frac{\pi}{2} \text{ rad} \end{cases}$$

Pour le module de la fonction de transfert, nous calculons maintenant les coordonnées du maximum et la bande passante définie à - 3 dB.

Posons  $x = (\omega / \omega_n)^2 \Rightarrow |H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2 \left( x - \frac{1}{x} \right)^2}}$

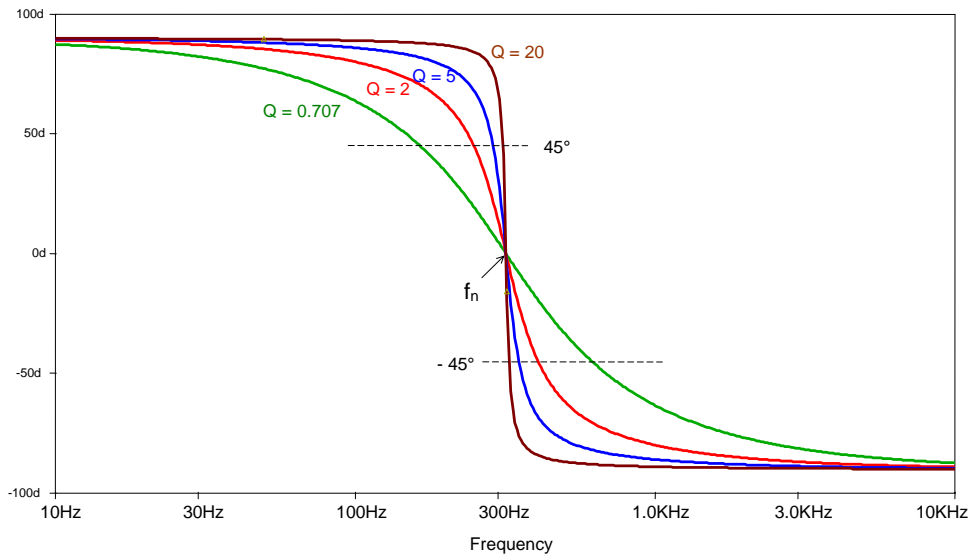
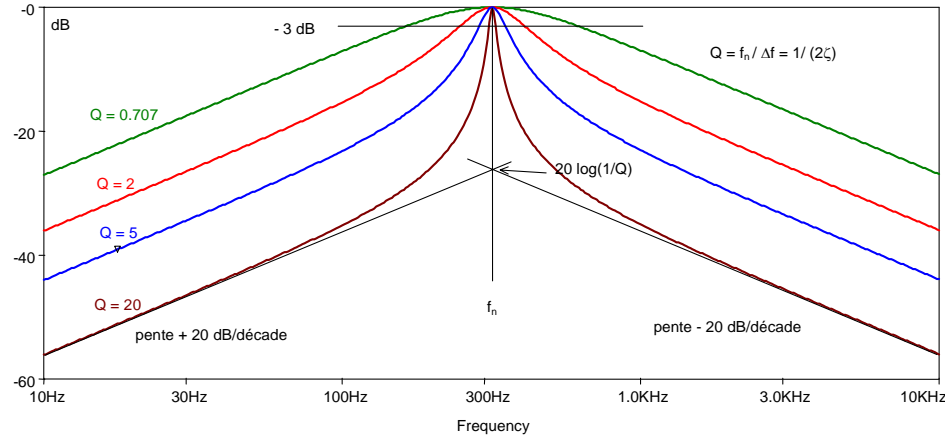
Expressions à la résonance  $\frac{d|H|}{dx} = 0 \Rightarrow \omega_{res} = \omega_n$  d'où  $\begin{cases} |H(j\omega_{res})| = 1 \quad \text{ou} \quad |H(j\omega_{res})|_{dB} = 0 \text{ dB} \\ \varphi = 0 \text{ rad} \end{cases}$

Expression des pulsations de coupure basse et haute

$$|H(j\omega_c)| = 1/\sqrt{2} \Rightarrow \omega_b = \omega_n \sqrt{1 + \frac{1}{2Q^2} - \frac{1}{2Q^2} \sqrt{1 + 4Q^2}} \quad \text{et} \quad \omega_h = \omega_n \sqrt{1 + \frac{1}{2Q^2} + \frac{1}{2Q^2} \sqrt{1 + 4Q^2}}$$

$$\left\{ \begin{aligned} |H(j\omega_b)| &= 1/\sqrt{2} \\ \arg[H(j\omega_b)] &= +\frac{\pi}{4} \text{ rad} \end{aligned} \right. \quad \text{et} \quad \left\{ \begin{aligned} |H(j\omega_h)| &= 1/\sqrt{2} \\ \arg[H(j\omega_h)] &= -\frac{\pi}{4} \text{ rad} \end{aligned} \right.$$

Expression de la largeur de bande relative à -3 dB  $\frac{\Delta\omega}{\omega_n} = \frac{1}{Q} = 2\zeta$



### Cas du rejecteur (coupe-bande)

$$H(p) = \frac{\frac{p^2}{\omega_n^2} + 1}{\frac{p^2}{\omega_n^2} + \frac{2\zeta}{\omega_n} p + 1}$$

qui peut s'écrire  $H(p) = \frac{\frac{p^2}{\omega_n^2} + 1}{\frac{p^2}{\omega_n^2} + \frac{1}{Q} \frac{p}{\omega_n} + 1} = \frac{1}{1 + \frac{1}{Q \left( \frac{p}{\omega_n} + \frac{\omega_n}{p} \right)}}$  avec  $Q = \frac{1}{2\zeta}$  facteur de qualité du circuit.

➤ Transformation passe-bas premier ordre en coupe-bande second ordre :  $\frac{p}{\omega_n} \rightarrow \frac{1}{Q \left( \frac{p}{\omega_n} + \frac{\omega_n}{p} \right)}$

Expressions du module et de l'argument de  $H(j\omega) = \frac{1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2} + j2\zeta \frac{\omega}{\omega_n}}$  ou  $H(j\omega) = \frac{1}{jQ \left( \frac{\omega}{\omega_n} - \frac{\omega_n}{\omega} \right)}$

$$\Rightarrow \begin{cases} |H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{Q^2 \left( \frac{\omega}{\omega_n} - \frac{\omega_n}{\omega} \right)^2}}} & \text{ou} & |H(j\omega)|_{dB} = -20 \log \sqrt{1 + \frac{1}{Q^2 \left( \frac{\omega}{\omega_n} - \frac{\omega_n}{\omega} \right)^2}} \\ \varphi = \text{arctg} \left( \frac{1}{Q \left( \frac{\omega}{\omega_n} - \frac{\omega_n}{\omega} \right)} \right) \end{cases}$$

$$\omega \ll \omega_n \rightarrow \begin{cases} |H(j\omega)|_{dB} \cong 0 \text{ dB} \\ \varphi \cong -\text{arctg} \left( \frac{1}{Q} \frac{\omega}{\omega_n} \right) \cong 0^- \text{ rad} \end{cases}, \quad \omega \gg \omega_n \rightarrow \begin{cases} |H(j\omega)|_{dB} \cong 0 \text{ dB} \\ \varphi \cong \text{arctg} \left( \frac{1}{Q} \frac{\omega_n}{\omega} \right) \cong 0^+ \text{ rad} \end{cases}$$

$$\omega = \omega_n \rightarrow \begin{cases} |H(j\omega_{rej})|_{dB} \rightarrow -\infty & \text{avec } \omega_n = \omega_{rej} \text{ pulsation de r\u00e9jection} \\ \varphi \rightarrow -\frac{\pi}{2} \text{ rad pour } \frac{\omega}{\omega_n} \cong 1^- \text{ et } \varphi \rightarrow +\frac{\pi}{2} \text{ rad pour } \frac{\omega}{\omega_n} \cong 1^+ \end{cases}$$

Pour le module de la fonction de transfert, nous calculons la bande passante d\u00e9finie \u00e0 -3 dB.

Posons  $x = (\omega / \omega_n)^2 \Rightarrow |H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{Q^2 \left( x - \frac{1}{x} \right)^2}}$

Expression des pulsations de coupure basse et haute

$$|H(j\omega_c)| = 1/\sqrt{2} \Rightarrow \omega_b = \omega_n \sqrt{1 + \frac{1}{2Q^2} - \frac{1}{2Q^2} \sqrt{1 + 4Q^2}} \text{ et } \omega_h = \omega_n \sqrt{1 + \frac{1}{2Q^2} + \frac{1}{2Q^2} \sqrt{1 + 4Q^2}}$$

$$\begin{cases} |H(j\omega_b)| = 1/\sqrt{2} \\ \arg[H(j\omega_b)] = -\frac{\pi}{4} \end{cases} \text{ et } \begin{cases} |H(j\omega_h)| = 1/\sqrt{2} \\ \arg[H(j\omega_h)] = +\frac{\pi}{4} \end{cases}$$

Expression de la bande relative de r\u00e9jection \u00e0 -3 dB :  $\frac{\Delta\omega}{\omega_n} = \frac{1}{Q} = 2\zeta$ .

## Structures de filtres

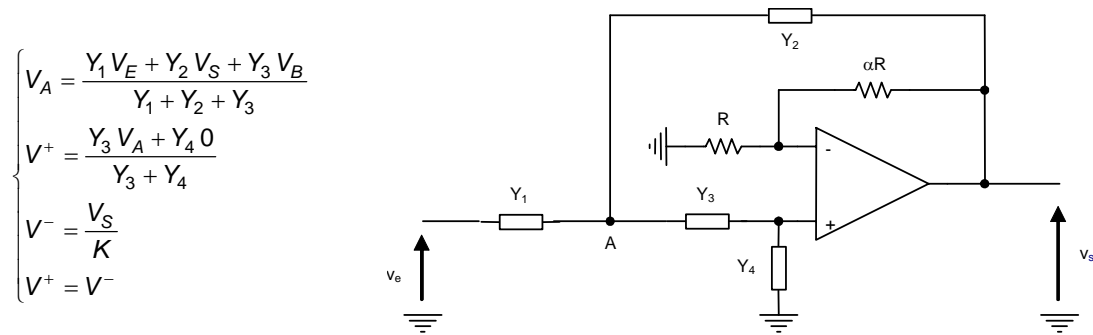
La structure d'un filtre décrit la méthode de réalisation choisie. Ici, quelques filtres actifs à contre réaction simple ou multiple du second ordre sont présentés.

### Filtre à source contrôlée (structure de Sallen-Key)

La structure de Sallen-Key utilise ici une source de tension avec gain, commandée par une tension. Les composants passifs  $Y_i$  de la structure sont des admittances (conductances et capacités).

L'amplificateur non inverseur a donc un gain  $K = \frac{V_S}{V_B} = 1 + \frac{\alpha R}{R}$ .

Le théorème de Millman appliqué au nœud A et aux nœuds d'entrée de l'amplificateur idéal donne :



$$\Rightarrow V_A = \frac{Y_3 + Y_4}{Y_3} \frac{V_S}{K} = \frac{Y_1 V_E + Y_2 V_S + Y_3 V_S / K}{Y_1 + Y_2 + Y_3} \quad \text{d'où} \quad \frac{V_S(p)}{V_E(p)} = \frac{K Y_1 Y_3}{Y_4 (Y_1 + Y_2 + Y_3) + Y_3 (Y_1 + Y_2 (1 - K))}$$

Type	$Y_1(p)$	$Y_2(p)$	$Y_3(p)$	$Y_4(p)$
Passe-bas	$1/R_1$	$C_2 p$	$1/R_3$	$C_4 p$
Passe-haut	$C_1 p$	$1/R_2$	$C_3 p$	$1/R_4$
Passe-bande	$1/R_1$	$1/R_2$	$C_3 p$	$1/R_4 + C_4 p$

Ce tableau montre l'identification des composants passifs en fonction du type de filtre. Il faut constater que la réalisation d'un filtre réjecteur est impossible avec cette topologie.

• **Application** : (voir aussi Travaux Pratiques « synthèse de filtres »)

Si un filtre passe-bas est conçu de telle manière que  $R_1 = R_3 = R$  et  $C_2 = C_4 = C$ . Les fonctions performances deviennent  $\omega_n = \frac{1}{RC}$ ,  $\zeta = \frac{3-K}{2}$ .

Il faut remarquer que le gain  $K$  du filtre est lié à sa stabilité. De plus, si  $K = 3$ , le coefficient d'amortissement s'annule et le système devient un oscillateur. En effet, la fonction de transfert s'écrit

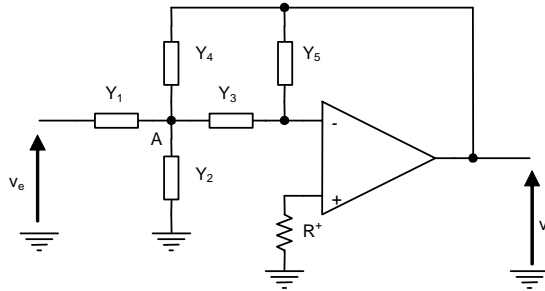
alors  $H(p) = \frac{3}{1 + \frac{p^2}{\omega_n^2}}$  avec des pôles imaginaires purs de valeur  $p = \pm j\omega$  (voir « Les oscillateurs

sinusoïdaux »).

### Filtre à contre-réaction multiple (structure de Rauch)

Le théorème de Millman appliqué au nœud A et aux nœuds d'entrée de l'amplificateur idéal donne :

$$\begin{cases} V_A = \frac{Y_1 V_E + Y_2 0 + Y_3 V_B + Y_4 V_S}{Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4} \\ V^- = \frac{Y_3 V_A + Y_5 V_S}{Y_3 + Y_5} \\ V^+ = 0 \\ V^+ = V^- \end{cases}$$



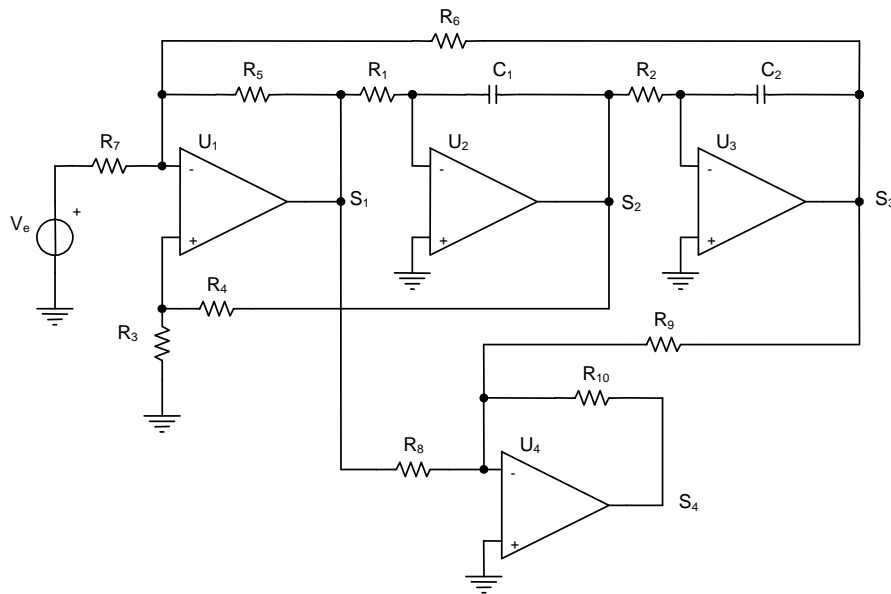
$$\Rightarrow V_A = -\frac{Y_5}{Y_3} V_S = \frac{Y_1 V_E + Y_4 V_S}{Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4} \quad \text{d'où} \quad \frac{V_S(p)}{V_E(p)} = -\frac{Y_1 Y_3}{Y_5 (Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4) + Y_3 Y_4}$$

Type	$Y_1(p)$	$Y_2(p)$	$Y_3(p)$	$Y_4(p)$	$Y_5(p)$	$R^+$
Passe-bas	$1/R_1$	$C_2 p$	$1/R_3$	$1/R_4$	$C_5 p$	$R_3 + R_1 // R_4$
Passe-haut	$C_1 p$	$1/R_2$	$C_3 p$	$C_4 p$	$1/R_5$	$R_5$
Passe-bande	$1/R_1$	$1/R_2$	$C_3 p$	$C_4 p$	$1/R_5$	$R_5$

Ce tableau montre l'identification des composants passifs en fonction du type de filtre. Il faut constater que la réalisation d'un filtre réjecteur est impossible avec cette topologie.

### Filtre à variable d'état (filtre universel)

Ce circuit est capable de fournir simultanément les réponses de passe-haut ( $S_1$ ), passe-bande ( $S_2$ ), passe-bas ( $S_3$ ) et coupe-bande ( $S_4$ ). Il utilise un additionneur-soustracteur, deux intégrateurs et un additionneur.





Les caractéristiques du filtre sont :  $\omega_n = \sqrt{\frac{R_5}{R_6}} \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}}$ ,  $\zeta = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{R_5}{R_6} + \frac{R_5}{R_7} \right) \frac{R_3}{R_3 + R_4} \sqrt{\frac{R_6 R_2 C_2}{R_5 R_1 C_1}}$

En prenant  $R_1 = R_2 = R, C_1 = C_2 = C, R_5 = R_6$ , alors  $\omega_n = \frac{1}{RC}$ ,  $\zeta = \left( 1 + \frac{R_5}{2R_7} \right) \frac{R_3}{R_3 + R_4}$ , ce qui montre que les résistances  $R_3, R_4, R_7$  agissent uniquement sur le coefficient d'amortissement, indépendamment de la fréquence  $f_n$ .

L'intérêt d'un tel filtre est encore plus flagrant dans le cas de capacités commutées en remplacement des résistances  $R_1, R_2$ .

## Formes des réponses

La forme définit le polynôme de la réponse. Ainsi, les polynômes de Butterworth, de Chebyshev, de Bessel, de Legendre et de Caueur décrivent les formes de réponses les plus couramment utilisées, optimisées pour un seul paramètre (atténuation ou temps de propagation de groupe). On ne considère ici que les filtres passe-bas puisque les transformations permettent de passer aux autres types de filtre.

### Réponse de Butterworth

Les filtres de Butterworth possèdent la propriété d'avoir une courbe de réponse la plus plate possible dans la bande transmise et le module de la fonction de transfert répond à la relation générale

$$|H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^{2n}}} \quad \text{avec } n \text{ l'ordre du filtre}$$

Expressions du module et de l'argument  $\left\{ \begin{array}{l} |H(j\omega)|_{dB} = -20 \log \sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^{2n}} \\ \varphi \text{ à calculer suivant l'ordre } n \end{array} \right.$

$$\omega \ll \omega_0 \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} |H(j\omega)|_{dB} \cong 0 \text{ dB} \\ \varphi \cong 0 \text{ rad} \end{array} \right. \text{ pour tout } n, \quad \omega = \omega_0 \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} |H(j\omega)|_{dB} = -20 \log(\sqrt{2}) = -3 \text{ dB} \text{ pour tout } n \\ \varphi \cong -n \frac{\pi}{4} \text{ rad} \end{array} \right.$$

$$\omega \gg \omega_0 \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} |H(j\omega)|_{dB} \cong -20 \log \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^n = -20 n \log \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right) \\ \varphi \cong -n \frac{\pi}{2} \text{ rad} \end{array} \right.$$

La réponse en amplitude se rapproche d'autant plus d'un gabarit rectangulaire que  $n$  est plus élevé comme on peut le constater sur les abaques 1 en fin de chapitre. Quelle que soit la valeur de  $n$ , la définition de la fréquence de coupure se fait toujours pour une atténuation de 3 dB. Les courbes sont donc normalisées par rapport à la fréquence de coupure à -3 dB ( $\omega_0 \equiv \omega_c$ ).

La réponse de Butterworth est caractérisée par un polynôme particulier à un ordre donné (tableau 1).

En effet, la fonction de transfert en  $p$  s'écrit

$$|H(p)|^2 = \frac{1}{1+(-1)^n p^{2n}} \quad \text{avec } p^{2n} = (j\omega)^{2n} = (-\omega^2)^n = (-1)^n \omega^{2n} \quad \text{et en normalisant tel que } \omega_0 = 1$$

Le carré du module étant pair,  $|H(p)| = |H(-p)|$  et les pôles le sont aussi. La stabilité impose de retenir les pôles à partie réelle négative. Calculons maintenant les pôles de la fonction.

Pour  $n$  pair, on a  $1 + p^{2n} = 0 \Rightarrow p = (-1)^{\frac{1}{2n}} e^{j\left(\frac{\pi+k\pi}{2n}\right)}$

Pour  $n$  impair, on a  $1 - p^{2n} = 0 \Rightarrow p = (1)^{\frac{1}{2n}} e^{j\left(\frac{2k\pi}{2n}\right)}$

☛ **Application :**

$n = 2 \Rightarrow p = e^{j\left(\frac{\pi+k\pi}{4}\right)}$ , soit  $p = -\frac{\sqrt{2}}{2} \pm j\frac{\sqrt{2}}{2}$  (pôles à gauche de l'axe imaginaire),

d'où  $H(p) = \frac{1}{p^2 + \sqrt{2}p + 1}$

$n = 3 \Rightarrow p = e^{j\left(\frac{2k\pi}{6}\right)}$ , soit  $p = -1$  et  $-\frac{1}{2} \pm j\frac{\sqrt{3}}{2}$ , d'où  $H(p) = \frac{1}{(p+1)(p^2 + p + 1)} = \frac{1}{p^3 + 2p^2 + 2p + 1}$

**Tableau 1 : Polynômes normalisés des filtres de Butterworth**

$n$	Facteurs des polynômes
1	$p+1$
2	$p^2+1.414p+1$
3	$(p+1)(p^2+p+1)$
4	$(p^2+0.765p+1)(p^2+1.848p+1)$
5	$(p+1)(p^2+0.618p+1)(p^2+1.618p+1)$
6	$(p^2+0.518p+1)(p^2+1.414p+1)(p^2+1.932p+1)$
7	$(p+1)(p^2+0.445p+1)(p^2+1.247p+1)(p^2+1.802p+1)$
8	$(p^2+0.390p+1)(p^2+1.111p+1)(p^2+1.663p+1)(p^2+1.962p+1)$

**Réponse de Chebyshev**

Les filtres de Chebyshev sont optimisés pour avoir la pente la plus forte au détriment d'une ondulation dans la bande passante. Le module de la réponse en amplitude vérifie la relation générale de la forme

$$|H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \varepsilon^2 C_n^2\left(\frac{\omega}{\omega_{rip}}\right)}}$$

dans laquelle  $\varepsilon$  est un nombre réel positif et beaucoup plus petit que 1, la fréquence  $f_{rip}$  est ici la bande passante d'ondulation (ripple) et  $C_n(\omega/\omega_{rip})$  sont les polynômes de Chebyshev. Par définition,

$$C_n\left(\frac{\omega}{\omega_{rip}}\right) = \cos\left[n \cos^{-1}\left(\frac{\omega}{\omega_{rip}}\right)\right] \quad 0 \leq \frac{\omega}{\omega_{rip}} \leq 1$$

$$C_n\left(\frac{\omega}{\omega_{rip}}\right) = \cosh\left[n \cosh^{-1}\left(\frac{\omega}{\omega_{rip}}\right)\right] \quad \frac{\omega}{\omega_{rip}} > 1$$

La réponse en amplitude présentera une certaine ondulation dans la région  $f/f_{rip} < 1$  comme on le voit sur les abaques 2 en fin de chapitre. Les courbes sont donc normalisées par rapport à la bande passante d'ondulation ( $f_0 \equiv f_{rip}$ ).

L'équation suivante lie le paramètre  $\varepsilon$  à l'ondulation  $\gamma$  en décibels  $\varepsilon^2 = 10^{\frac{\gamma}{10}} - 1$  et la fréquence de coupure à 3 dB est donnée par l'expression  $f_c = f_{rip} \cosh\left[\frac{1}{n} \cosh^{-1}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)\right]$ .

Cette coupure est d'autant plus rapide que le taux d'ondulation accepté dans la bande transmise est plus important, là également pour un ordre donné. La définition de la fréquence de coupure est différente de sa définition en Butterworth.

Des polynômes particuliers caractérisent la réponse de Chebyshev. A chaque valeur du taux d'ondulation est associée une suite de polynômes, chacun d'eux caractéristique d'un ordre donné (tableau 2).

**Tableau 2 : Polynômes normalisés des filtres de Chebyshev**

<i>n</i>	<i>Facteurs des polynômes</i>	
		ondulation de 1.0 dB ( $\varepsilon = 0.5089$ )
1	$p+1.965$	
2	$p^2+1.098p+1.103$	
3	$(p+0.494)(p^2+0.494p+0.994)$	
4	$(p^2+0.279p+0.987)(p^2+0.674p+0.279)$	
5	$(p+0.289)(p^2+0.179p+0.988)(p^2+0.468p+0.429)$	
6	$(p^2+0.1244p+0.9907)(p^2+0.3398p+0.5577)(p^2+0.4642p+0.1247)$	
7	$(p+0.2054)(p^2+0.0914p+0.9927)(p^2+0.2562p+0.6535)(p^2+0.3702p+0.2304)$	
8	$(p^2+0.07p+0.9942)(p^2+0.1994p+0.7236)(p^2+0.2994p+0.3408)(p^2+0.3518p+0.0702)$	

### Réponse de Bessel

Les filtres de Bessel sont des filtres pour lesquels le critère d'optimisation est la régularité du temps de propagation de groupe dans la bande passante. En contrepartie, la pente est médiocre. Ce type de filtre est utilisé lorsqu'on n'accepte aucune déformation en régime transitoire (transmission d'impulsions ou d'un signal vidéo). On aura intérêt à concevoir un filtre d'ordre élevé pour obtenir une pente maximale.

### Réponse de Legendre

Les filtres de Legendre sont assez peu différents des filtres de Butterworth. Ils sont optimisés pour avoir la pente la plus forte possible à la fréquence de coupure.

### Réponse de Caer

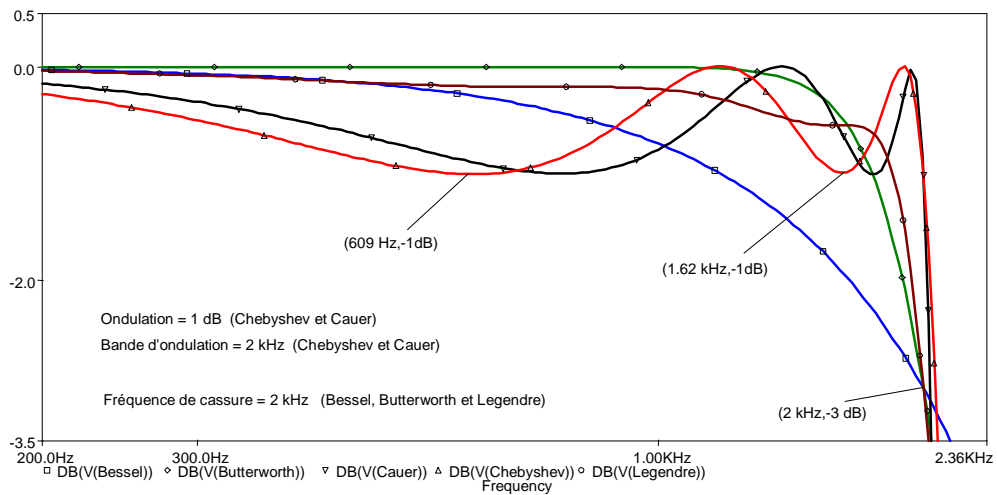
Les filtres de Caer ne sont pas des filtres polynomiaux (filtres elliptiques) et présentent des zéros de transmission dans la région de coupure, c'est-à-dire des fréquences pour lesquelles le module de la fonction de transfert est nul. Ces filtres sont utilisés pour éliminer une fréquence indésirable ou pour

augmenter la pente de coupure à partir d'une fréquence donnée au prix d'une certaine ondulation dans la bande atténuée. Ils présentent la pente la plus raide possible moyennant une topologie de circuits plus complexes, donc plus coûteux.

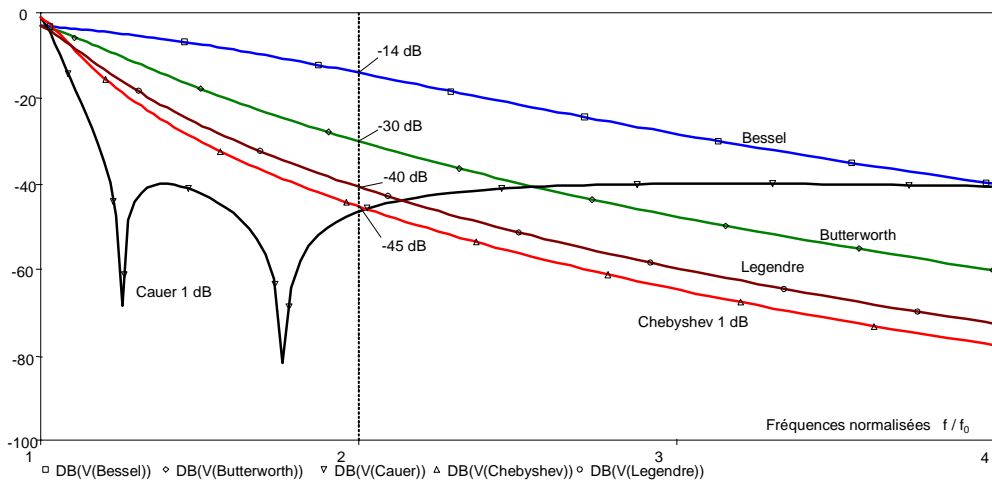
### Comparaison des réponses

Les figures qui suivent permettent de comparer les réponses de cinq filtres d'ordre 5. En amplitude et par pente croissante, on a Bessel, Butterworth, Legendre, Chebyshev 1 dB, Cauer 1 dB et 40 dB d'atténuation dans la bande atténuée.

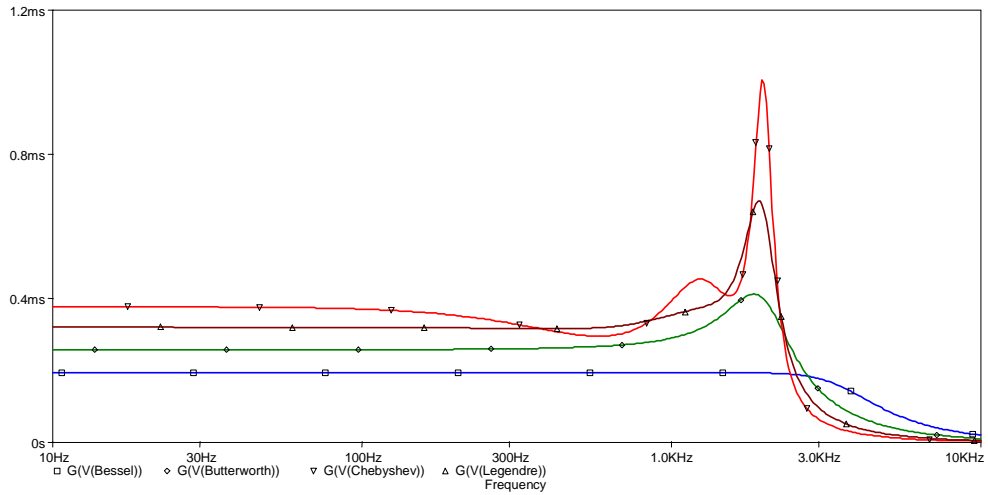
Chacune des réponses étant optimisée pour un seul paramètre, il n'est pas possible d'obtenir simultanément la plus grande raideur de coupure et la meilleure régularité du temps de propagation de groupe, donc la meilleure réponse impulsionnelle. Les filtres de Bessel et Chebyshev sont extrêmes en matière d'optimisation, les filtres de Butterworth et Legendre peuvent être considérés comme un bon compromis entre les deux extrêmes.



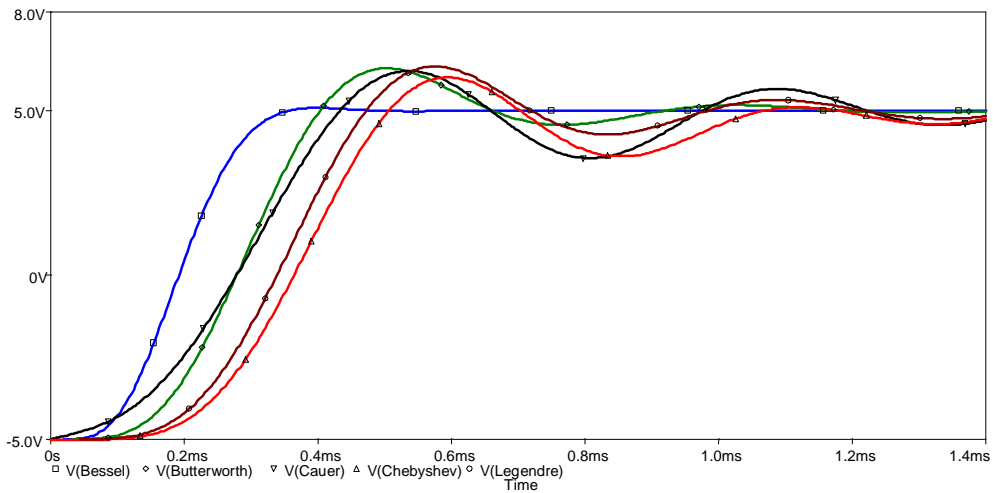
Détail du module dans la bande d'ondulation et au voisinage de la cassure à - 3 dB



Comparaison des pentes



Temps de propagation de groupe sur une échelle linéaire en fréquence

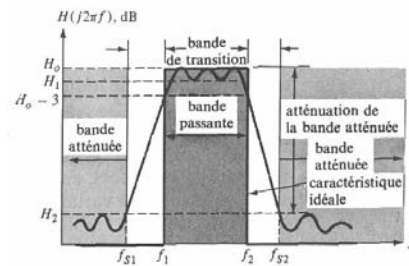
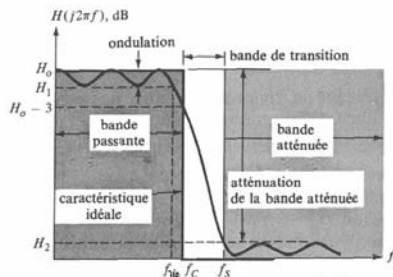


Réponse temporelle à un échelon de tension

## Réalisation d'un filtre

### Spécification d'un gabarit

Il faut mettre en œuvre une méthode simple et pratique permettant de réaliser un filtre répondant à un problème donné. La connaissance des données du problème permet de définir un gabarit, semblable à ceux de la figure ci-dessous, à l'intérieur duquel doit passer la courbe de réponse du filtre.



La figure de gauche représente la réponse d'un filtre passe-bas réel. La bande passante est la gamme de fréquence transmise sans atténuation excessive, la différence  $H_0 - H_1$  est appelée l'ondulation  $\gamma$ . La fréquence de coupure  $f_c$  à laquelle  $H = H_0 - 3 \text{ dB}$  définit le bord de la bande passante. La fréquence  $f_{rip}$ , fréquence maximale à laquelle  $H = H_1$ , définit la bande passante "d'ondulation". La fréquence  $f_s$  est la fréquence minimale à laquelle il y a atténuation  $H_0 - H_2$ , la bande atténuée s'étalant à partir de cette valeur. La variation entre la bande passante et la bande atténuée d'un filtre réel n'est pas abrupte comme la caractéristique idéale. La différence entre les fréquences de bande atténuée et de coupure à  $-3 \text{ dB}$  est appelée la bande de transition ( $f_s - f_c$ ).

La réponse d'un filtre passe-bande, représentée à la figure de droite, comporte une bande atténuée et une bande de transition au-dessus et au-dessous des fréquences de coupure  $f_1$  et  $f_2$  qui définissent la bande passante. On peut tracer des caractéristiques semblables pour des filtres passe-haut et coupe-bande réels et identifier ces diverses bandes de fréquence. On remarquera plus loin qu'il peut y avoir ondulation ou non suivant les réponses mises en œuvre.

Dans un contexte général, le concepteur d'un filtre doit connaître certaines spécifications qui seraient, pour un passe-bas par exemple :

- la fréquence  $f_c$  de coupure, c'est-à-dire la gamme de fréquence de la bande passante;
- l'atténuation  $H_0 - H_2$  de la bande atténuée;
- la gamme de fréquence de la bande atténuée, autrement dit  $f_s$ ;
- l'ondulation  $\gamma = H_0 - H_1$  admissible dans la bande passante (s'il n'y a pas d'ondulation,  $\gamma = 0$  et  $H_1 = H_0$ ).

Il faut ajouter aussi que le temps de propagation de groupe (retard) et la réponse en régime transitoire (temps de montée, dépassement) du filtre sont aussi des spécifications déterminantes.

## Choix du type de réponse

Un certain nombre de types de filtres permet d'obtenir cette réponse, mais les qualités et la complexité de ces filtres ne sont pas les mêmes. Le choix du type repose sur des critères tels que la raideur de coupure, la régularité de la courbe de réponse, le comportement en régime transitoire, la régularité du temps de propagation de groupe, la complexité de la réalisation, etc... .

Une fois le type de filtre choisi, il faut déterminer sa fonction de transfert. Pour y parvenir, il faut déterminer le degré de cette fonction, c'est-à-dire l'ordre du filtre et obtenir la fonction de transfert du filtre normalisé (forme canonique). La détermination de l'ordre du filtre se fait suivant l'allure du gabarit.

## Choix de la structure du filtre

Lorsque l'on connaît la fonction de transfert d'un filtre sous forme d'un produit de facteurs du premier et du deuxième degré, on peut aisément réaliser ce filtre en plaçant en cascade autant de cellules élémentaires du premier et second ordre correspondant à chacun de ces facteurs.

Une cellule du premier ordre peut être obtenue à l'aide d'un simple circuit  $RC$  (nécessaire uniquement pour des filtres d'ordre impair). Une cellule du second ordre est choisie suivant les critères tels que le nombre minimum de composants actifs et passifs, la facilité de réglage, la possibilité de mise en cascade sans élément séparateur, la sensibilité aux variations des éléments passifs et actifs. Le choix de la tolérance des composants passifs est donc fondamental pour chacune des cellules.

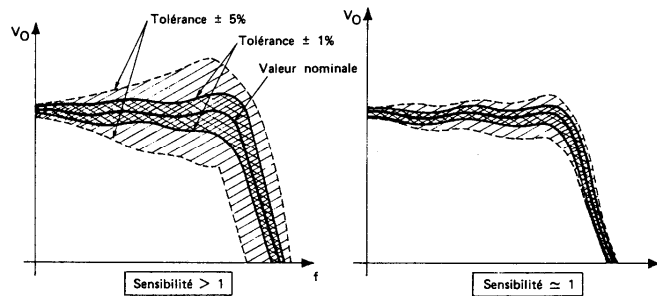
## Sensibilité du filtre

Si l'on suppose que les éléments actifs sont des amplificateurs de tension idéaux, la courbe de réponse expérimentale du filtre réalisé est susceptible de rentrer dans le gabarit à condition de choisir des tolérances adéquates pour les composants passifs. De ce fait, le gabarit doit présenter une certaine souplesse afin de tenir compte de la sensibilité des paramètres ( $\zeta$ ,  $\omega_n$ ,  $H_0$  pour une cellule du second ordre par exemple) en fonction des variations relatives des résistances et des condensateurs par rapport à leur valeur nominale ( $R = 10\text{ k}\Omega$  à 1%).

Le filtre passif est un circuit "naturellement stable". En effet, quel que soit la qualité de ses composants, le coefficient de surtension restera toujours de valeur finie. Ceci n'est pas nécessairement le cas avec un filtre actif dans lequel une petite variation dans la valeur d'un composant passif peut entraîner un important déplacement des pôles pouvant aller jusqu'à l'oscillation du montage. C'est là tout le problème de la sensibilité.

La sensibilité d'un filtre est le rapport de la variation relative d'une fonction performance  $X$  (gain, coefficient d'amortissement, pulsation propre, ...) à la variation relative de la valeur du composant  $c$  qui lui a donné naissance. La sensibilité est notée conventionnellement par  $S$  et en se référant à la définition  $S_c^X = \frac{dX}{X} / \frac{dc}{c}$  (par exemple  $S_R^Q = \frac{dQ}{Q} / \frac{dR}{R}$ ).

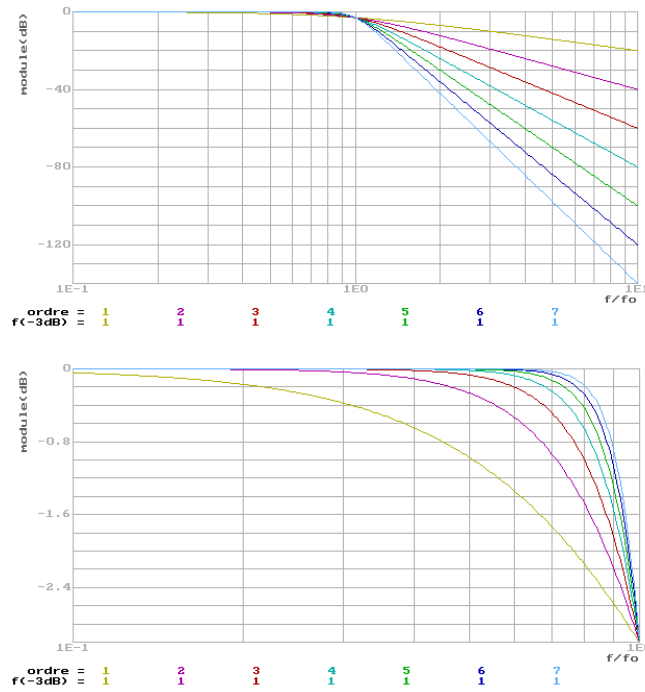
Dans un filtre actif, la sensibilité dépend en premier lieu du montage utilisé. Plus grand sera le nombre de circuits actifs utilisés, plus réduite sera la sensibilité. Dans la plupart des cas, les sensibilités de la fréquence ( $S_c^f$ ) seront comparables entre un filtre actif et un filtre passif. Par contre, les sensibilités du coefficient de surtension ( $S_c^Q$ ) et celle du gain  $H_0$  dans la bande transmise ( $S_c^{H_0}$ ) dépendent, dans beaucoup de structures actives, du coefficient de surtension et d'autant plus que celui-ci est plus élevé. Les filtres à coupure rapide, qui requiert des surtensions importantes, nécessitent donc des composants passifs à caractérisation très serrée.



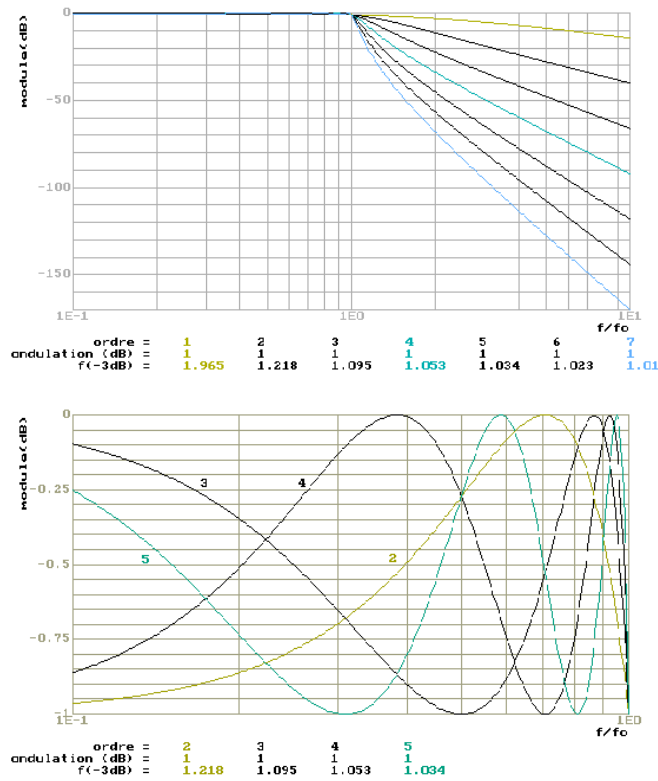
La figure ci-dessus illustre les réponses de deux filtres passe-bas ayant les mêmes fonctions de transfert mais des sensibilités différentes. Les enveloppes des réponses "pire-cas" pour des tolérances de  $\pm 1\%$  et  $\pm 5\%$  sur les composants passifs sont également figurées. L'aire de ces enveloppes est directement liée à la sensibilité du montage choisi.

Si le choix d'un réseau passe-bas se porte sur la structure à source contrôlée à gain  $K$  (Sallen et Key), la sensibilité des paramètres du filtre peut être chiffrée (voir « Travaux Pratiques »). Il apparaît alors que la sensibilité sur le coefficient d'amortissement en fonction d'un composant passif est inversement proportionnelle à  $\zeta$ . De plus, le gain  $K$  de la source commandée n'intervient que dans le terme d'amortissement, si bien que le réglage de  $K$  agira uniquement sur le coefficient  $\zeta$  sans modifier la valeur de la fréquence propre du circuit.

Ainsi, il paraît plus simple de définir la tolérance des composants passifs par une analyse indépendante sur chaque cellule élémentaire avant de considérer l'analyse globale.



Abaques 1 : Filtres de Butterworth et zoom



Abaques 2 : Filtres de Chebyshev et zoom



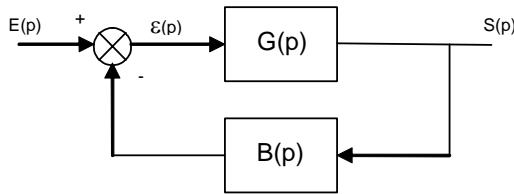
# Les oscillateurs sinusoidaux

On qualifie d'oscillateur tout système qui est le siège d'oscillations sinusoidales auto-entretenues. Le but d'un oscillateur est de délivrer un signal sinusoidal de fréquence et d'amplitude données. L'étude revêt donc deux aspects, à savoir la détermination de la pulsation des oscillations et celui du maintien de leur amplitude au niveau désiré.

On fera ainsi la différence entre les oscillateurs linéaires, dits harmoniques ou sinusoidaux, où la fréquence du signal produit ne dépend que des paramètres du réseau et pas de la tension d'alimentation et les oscillateurs à relaxation où la fréquence dépend des tensions d'alimentation. En fait, l'oscillateur n'est linéaire que si l'on est exactement à la condition d'oscillation.

## Condition critique d'oscillation

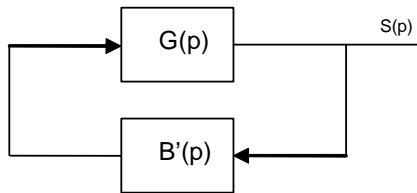
Rappelons la relation d'un système électronique linéaire asservi :



$$\frac{S(p)}{E(p)} = H(p) = \frac{G(p)}{1 + G(p)B(p)}$$

avec  $H(p)$  fonction de transfert en boucle fermée et  $G(p)B(p)$  fonction de transfert de la boucle ouverte.

Lorsque  $G(p)B(p) = -1$ ,  $H(p) \rightarrow +\infty$  et on peut obtenir une sortie non nulle pour une entrée nulle. Le système devient un oscillateur linéaire. Le signal d'entrée disparaissant, il sera plus commode d'entreprendre l'étude des oscillateurs sur le schéma suivant :



$$B'(p) = -B(p) \Rightarrow G(p)B'(p) = 1$$

En boucle ouverte, il n'existe qu'une seule pulsation  $\omega = \omega_{osc}$  pour laquelle l'égalité  $G(j\omega)B'(j\omega) = 1$  est satisfaite. Cette condition d'oscillation peut être décomposée en deux conditions distinctes appelées conditions de Barkhausen :

$$\begin{cases} |G(j\omega)B'(j\omega)| = 1 \\ \arg[G(j\omega)] + \arg[B'(j\omega)] = 0 + 2k\pi \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} \operatorname{Re}[G(j\omega)B'(j\omega)] = 1 \\ \operatorname{Im}[G(j\omega)B'(j\omega)] = 0 \end{cases}$$

En général, la condition de phase (ou partie imaginaire) impose la pulsation d'oscillation et la condition de module (ou partie réelle) détermine l'amplitude des oscillations.

🔗 **Méthodes de travail**

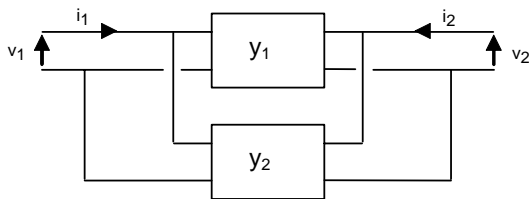
① L'écriture analytique de  $G(p)B'(p)$  est connue et la condition de stabilité impose deux pôles complexes conjugués à amortissement nul.

$$\text{pôles } -\zeta \omega_n \pm j\omega_n \sqrt{1-\zeta^2} \Rightarrow \frac{1}{\frac{p^2}{\omega_n^2} + \frac{2\zeta}{\omega_n} p + 1} \leftrightarrow e^{-\zeta \omega_n t} \cos(\sqrt{1-\zeta^2} \omega_n t)$$

$$\text{Si } \zeta = 0, \text{ pôles imaginaires purs } \pm j\omega_n \Rightarrow \frac{1}{\frac{p^2}{\omega_n^2} + 1} \leftrightarrow \cos(\omega_n t)$$

② Les écritures analytiques de  $G(p)$  et  $B'(p)$  sont connues indépendamment. Quand on peut multiplier les fonctions de transfert (conditions aux impédances à respecter), on exploite directement les conditions de Barkhausen.

③ Utilisation de la théorie de la contre-réaction



$$[y] = [y_1] + [y_2]$$

$$\text{avec } \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = [y] \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix}$$

$$\text{Si } i_1 = i_2 = 0 \Rightarrow \Delta y = y_{11}y_{22} - y_{21}y_{12} = 0, \text{ il existe une solution seulement si } \begin{cases} \text{Re}(\Delta y) = 0 \\ \text{Im}(\Delta y) = 0 \end{cases}$$

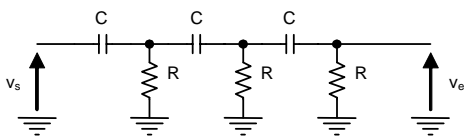
## Les oscillateurs RC

Les oscillateurs RC sont des circuits qui ne présentent pas de surtension, leur variation d'amplitude est relativement faible (sauf le cas des réjecteurs) et la condition d'oscillation est essentiellement réalisée sur la phase. Ces oscillateurs fonctionnent en basse fréquence et utilisent un amplificateur large bande contre-réactionné par un réseau sélectif RC.

### L'oscillateur à déphasage (ligne à retard)

Le dispositif utilise un réseau sélectif RC en échelle dont le déphasage varie en fonction de la fréquence de 0° à 270°. Il existera donc une fréquence pour laquelle ce déphasage est exactement égal à 180°. A cette fréquence unique, l'atténuation du réseau peut être compensée par le gain d'un amplificateur inverseur de tension. C'est le principe de l'oscillateur à déphasage.

#### Cas du passe-haut



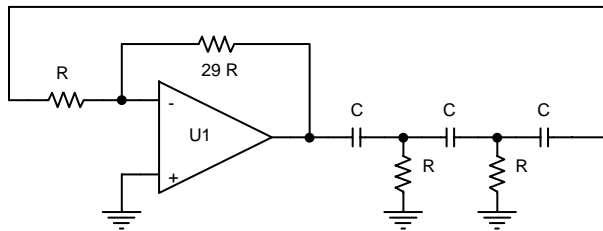
$$B'(p) = \frac{V_e(p)}{V_s(p)} = \frac{\frac{p^3}{\omega_0^3}}{1 + 5\frac{p}{\omega_0} + 6\frac{p^2}{\omega_0^2} + \frac{p^3}{\omega_0^3}} \text{ avec } \omega_0 = \frac{1}{RC}$$

En considérant que l'amplificateur possède un gain réel  $G$  (bande passante importante devant la fréquence des oscillations) et en régime sinusoïdal,

$$G B'(j\omega) = \frac{G \frac{\omega^3}{\omega_0^3}}{\frac{\omega^3}{\omega_0^3} - 5 \frac{\omega}{\omega_0} + j \left( 1 - 6 \frac{\omega^2}{\omega_0^2} \right)} = 1 \quad \text{ou encore} \quad \begin{cases} \text{Im}[GB'(j\omega)] = 0 \rightarrow 1 - 6 \frac{\omega^2}{\omega_0^2} = 0 \\ \text{Re}[GB'(j\omega)] = 1 \rightarrow \frac{\omega_{osc}^2}{\omega_0^2} \frac{G}{\frac{\omega_{osc}^2}{\omega_0^2} - 5} = 1 \end{cases}$$

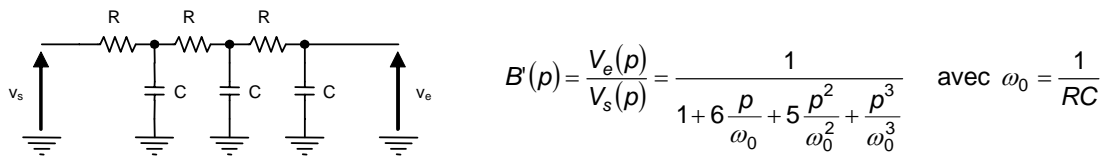
Les conditions de Barkhausen sont satisfaites pour  $G = -29$  et  $\omega_{osc} = \frac{1}{\sqrt{6}RC}$ .

Un amplificateur de tension en montage inverseur satisfait le gain demandé :



Sur ce schéma, remarquons que l'impédance d'entrée de l'amplificateur inverseur est égale à  $R$ , résistance de la dernière cellule  $RC$ . Ceci impose la présence d'une résistance de valeur  $29R$  sur l'amplificateur de tension. L'adaptation de tension entre l'inverseur et le réseau est produite par la contre-réaction tension-courant.

**Cas du passe-bas**



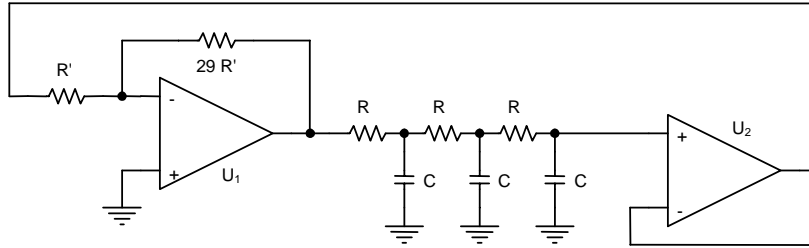
$$B'(p) = \frac{V_e(p)}{V_s(p)} = \frac{1}{1 + 6 \frac{p}{\omega_0} + 5 \frac{p^2}{\omega_0^2} + \frac{p^3}{\omega_0^3}} \quad \text{avec } \omega_0 = \frac{1}{RC}$$

soit  $G B'(j\omega) = \frac{G}{\left( 1 - 5 \frac{\omega^2}{\omega_0^2} \right) + j \frac{\omega}{\omega_0} \left( 6 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} \right)} = 1$  en régime sinusoïdal établi ( $G$  supposé réel).

Conditions à remplir :

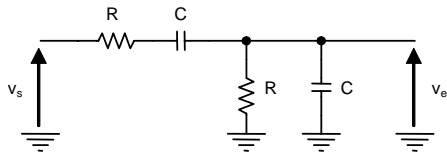
$$\begin{cases} \text{Im}[GB'(j\omega)] = 0 \rightarrow 6 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} = 0 \\ \text{Re}[GB'(j\omega)] = 1 \rightarrow \frac{G}{1 - 5 \frac{\omega_{osc}^2}{\omega_0^2}} = 1 \Rightarrow \omega_{osc} = \frac{\sqrt{6}}{RC} \text{ et } G = -29. \end{cases}$$

On peut réaliser le montage ci-dessous, au sein duquel l'amplificateur  $U_2$  sert de tampon afin que l'amplificateur  $U_1$  soit attaqué à basse impédance (contre-réaction totale tension-tension) :



### L'oscillateur à pont de Wien

Ce montage exploite les propriétés d'un filtre passe-bande obtenu par un pont d'impédances. A la fréquence centrale, le déphasage est nul et l'atténuation du réseau peut être compensée par le gain d'un amplificateur non inverseur de tension.



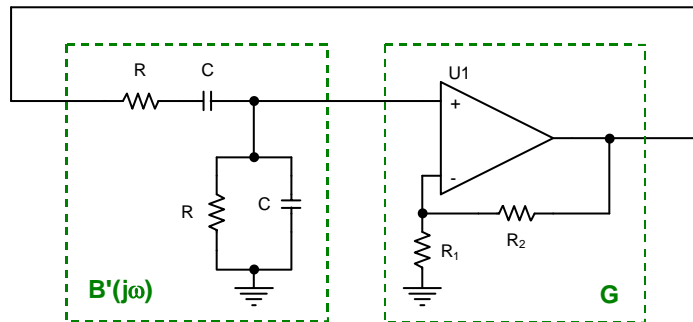
$$B'(p) = \frac{V_e(p)}{V_s(p)} = \frac{\frac{p}{\omega_0}}{1 + 3\frac{p}{\omega_0} + \frac{p^2}{\omega_0^2}} \quad \text{avec } \omega_0 = \frac{1}{RC}$$

soit  $G B'(j\omega) = \frac{G}{3 - j\left(\frac{\omega_0}{\omega} - \frac{\omega}{\omega_0}\right)} = 1$  en régime sinusoïdal établi ( $G$  supposé réel).

Conditions à remplir :

$$\begin{cases} \text{Im}[GB'(j\omega)] = 0 \rightarrow \frac{\omega_0}{\omega} - \frac{\omega}{\omega_0} = 0 \\ \text{Re}[GB'(j\omega)] = 1 \rightarrow \frac{G}{3} = 1 \end{cases} \Rightarrow G = 3 \text{ et } \omega_{osc} = \omega_0.$$

Le bloc amplificateur est donc un amplificateur de tension non inverseur tel que  $G = 1 + R_2/R_1 = 3$ , ce qui se traduit par la relation  $R_2 = 2R_1$ .



L'association des blocs G et B' ne pose aucun problème d'adaptation d'impédance car l'amplificateur subit une contre-réaction tension-tension (résistance d'entrée énorme et résistance de sortie très faible).

## Stabilité en amplitude

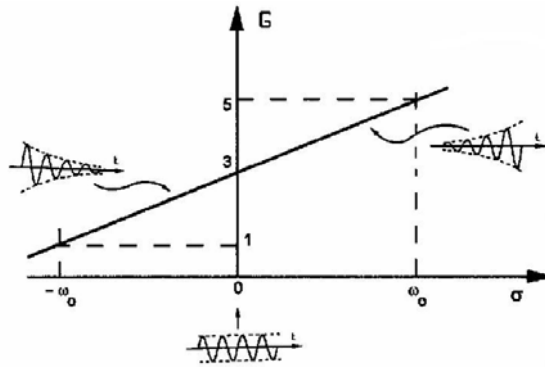
La pulsation complexe  $p = \sigma + j\omega$  permet de décrire un phénomène oscillatoire. Le pôle à partie réelle nulle ( $\sigma = 0$ ), c'est-à-dire le cas d'un amortissement nul ( $\zeta = 0$ ), conduit à un oscillateur linéaire. Mais l'amplitude n'est pas définie et la moindre dérive provoque une extinction ( $\sigma < 0$ ) ou un accroissement exponentiel ( $\sigma > 0$ ) des oscillations.

La garantie du fonctionnement de l'oscillateur impose d'être au-delà de la condition critique à la mise sous tension, puis de limiter l'amplitude par asservissement par exemple. Il est donc nécessaire d'établir des règles propres à assurer la croissance des oscillations lors du démarrage et le principe de leur stabilisation en prenant l'exemple de l'oscillateur à pont de Wien.

## Condition à la mise en route

Supposons que le bloc amplificateur possède un gain  $G$  réel.

$$GB'(p) = 1 \Rightarrow 1 + (3-G)\frac{p}{\omega_0} + \frac{p^2}{\omega_0^2} = 0 \text{ avec } p = \sigma + j\omega, \text{ ce qui conduit aux relations } \begin{cases} \sigma^2 + \omega^2 = \omega_0^2 \\ G = \frac{2}{\omega_0}\sigma + 3 \end{cases}$$



Selon que  $G$  est supérieur ou inférieur à 3 (3 est la valeur pour laquelle l'amplitude est constante), nous constatons que les oscillations vont croître ou décroître exponentiellement avec la constante de temps  $\tau = 1/\sigma$ . En conséquence, une croissance des oscillations à la mise sous tension aura lieu en rendant  $G$  supérieur à 3, ou, concrètement, en augmentant le rapport des résistances  $R_2/R_1$ . Dans ces conditions, le module de la fonction de transfert en boucle ouverte est  $|GB'(j\omega)| > 1$ .

## Stabilisation d'amplitude par un réglage paramétrique

Il est donc nécessaire d'asservir un des paramètres du circuit (jouant sur le gain) à l'amplitude en sortie de façon à rester au voisinage de la condition critique. Ce réglage paramétrique peut s'effectuer au moyen d'une résistance variable avec la température (thermistance) ou d'un JFET monté en résistance variable.

### Réglage par thermistance

Il existe deux types de thermistances, à savoir celles dites à coefficient de température positif (CTP) car leur résistance augmente lorsque la température croît et celles dites à coefficient de température négatif (CTN) car leur résistance diminue lorsque la température augmente. En première

approximation, en régime permanent et à température ambiante constante,  $R = R_0 e^{\beta P}$  où  $R_0$  est la résistance nominale à la température ambiante,  $P$  la puissance qui s'y dissipe et  $\beta$  un coefficient constant positif pour *CTP* et négatif pour *CTN*.

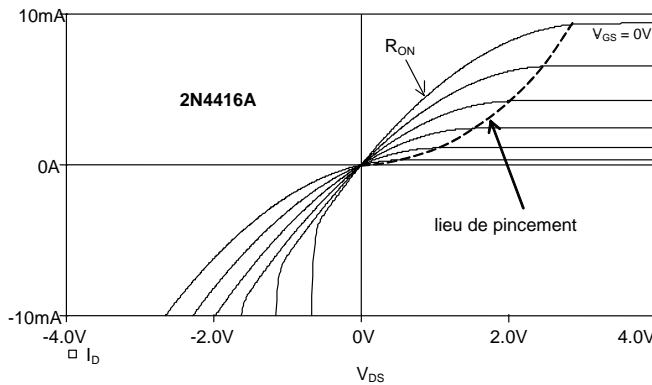
Pour l'oscillateur à pont de Wien, le gain de l'amplificateur doit être  $G = 3$  pour maintenir les oscillations et de valeur supérieure lors du démarrage.

$$CTN \rightarrow G(v_s) = 1 + \frac{R_{CTN}}{R_1} \text{ avec } G(0) = 1 + \frac{R_0}{R_1} > 3, \quad CTP \rightarrow G(v_s) = 1 + \frac{R_2}{R_{CTP}} \text{ avec } G(0) = 1 + \frac{R_2}{R_0} > 3$$

Avec la croissance de la tension de sortie  $v_s$ , pour une résistance à *CTN*,  $R_{CTN}$  s'échauffe et baisse la valeur pour se stabiliser à la valeur de  $2R_1$  lorsque l'amplitude a atteint sa valeur d'équilibre.

### Réglage par résistance variable

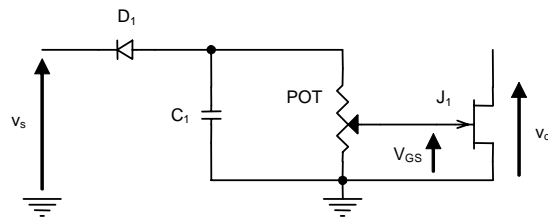
La résistance dynamique que présente un transistor JFET entre drain et source peut remplacer la résistance  $R_1$ . Dans la zone ohmique, une approche stylisée de cette résistance commandée par la tension  $V_{GS}$  s'écrit :



$$R_{DS} \cong \frac{R_{ON}}{1 - \frac{V_{GS}}{V_P}} \text{ avec } R_{ON} = \frac{-V_P}{I_{DSS}}$$

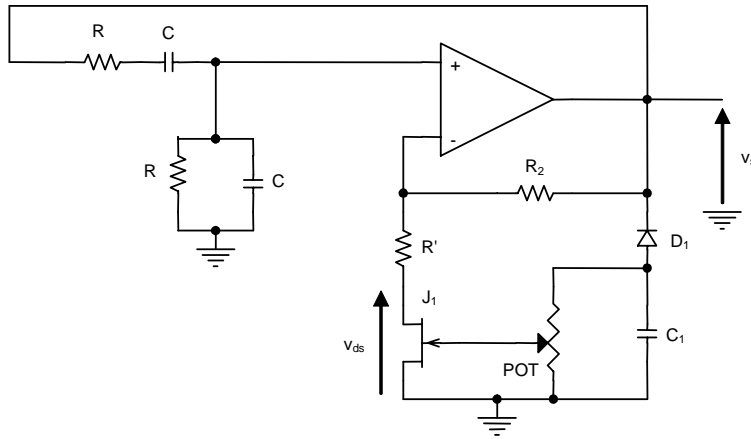
$$\Rightarrow R_{ON} \leq R_{DS} < \infty \text{ pour } 0 \leq V_{GS} < V_P.$$

Pour créer la tension continue  $V_{GS}$  de commande du JFET, on utilise un détecteur d'amplitude. Le circuit suivant est un redresseur négatif (JFET canal N) simple alternance à filtre  $C_1Pot$  dont les valeurs de composants sont telles que l'on obtient un détecteur de crête.



La variation du potentiomètre permettra de définir le niveau de sortie  $v_s$ . D'autre part, il faut respecter le régime aux faibles signaux du JFET si l'on veut un fonctionnement à distorsion minimale ( $v_{ds}$  de quelques dizaines de  $mV_{pp}$ ). A cette fin, on peut mettre une résistance  $R'$  en série avec  $R_{DS}$ , ou prendre une fraction de la tension de sortie à l'aide d'un pont de résistances pour le circuit de contre-réaction, ou encore mettre une résistance  $R'$  en série avec  $R_{DS}$  et un pont de résistances pour la contre-réaction.

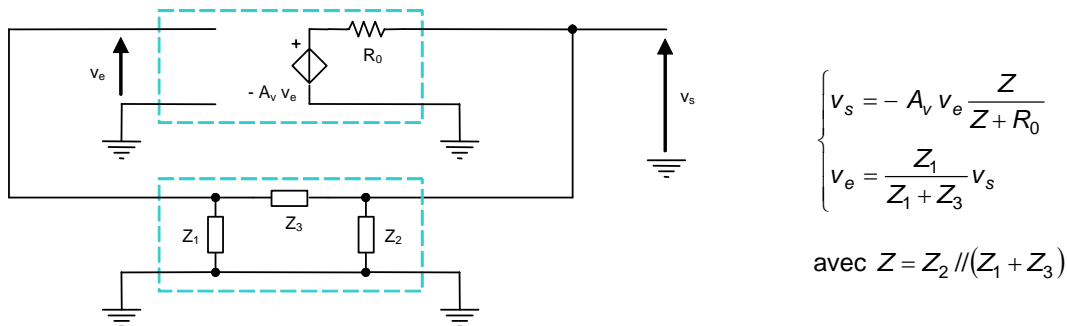
La première solution est illustrée ci-dessous avec  $R_1$  s'identifiant à  $R'+R_{DS}$ . Ainsi,  $G = 1 + \frac{R_2}{R'+R_{DS}}$  et stabilisation pour  $R_2 = 2(R'+R_{DS})$ . Lorsque  $v_s = 0$ ,  $R_{DS} = R_{ON}$  car  $V_{GS} = 0$  et le gain  $G$  est maximal. A l'apparition d'un signal de sortie, la tension  $V_{GS}$  devient négative,  $R_{DS}$  augmente et le gain diminue tel que  $1 < G \leq 1 + \frac{R_2}{R'+R_{ON}}$ .



### Les oscillateurs accordables LC

La fréquence procurée par les oscillateurs RC est souvent limitée par les performances des amplificateurs (quelques MHz). S'il faut une fréquence d'oscillation plus élevée (récepteur FM par exemple), un condensateur ou une bobine variable accorde l'oscillateur. Ces oscillateurs utilisent généralement un seul transistor.

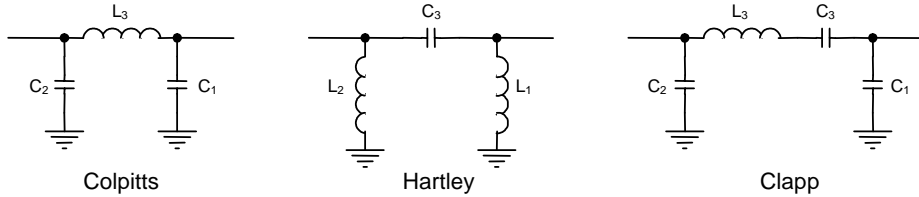
Dans l'analyse qui suit, nous supposons que le quadripôle de la chaîne directe est un amplificateur de tension d'impédance d'entrée  $Z_e$  très élevée, de gain en tension à vide  $-A_v$  négatif ( $A_v > 0$ ) et d'impédance de sortie  $Z_s = R_0$  (par exemple un JFET ou un A.O.). Le schéma de principe est alors le suivant, avec  $Z_1$ ,  $Z_2$  et  $Z_3$  des réactances pures (inductives ou capacitives).



$$\begin{cases} G = \frac{v_s}{v_e} = -A_v \frac{Z}{Z + R_0} \\ B = \frac{v_e}{v_s} = \frac{Z_1}{Z_1 + Z_3} \end{cases} \Rightarrow GB' = -A_v \frac{Z_1 Z_2}{R_0(Z_1 + Z_2 + Z_3) + Z_2(Z_1 + Z_3)}$$

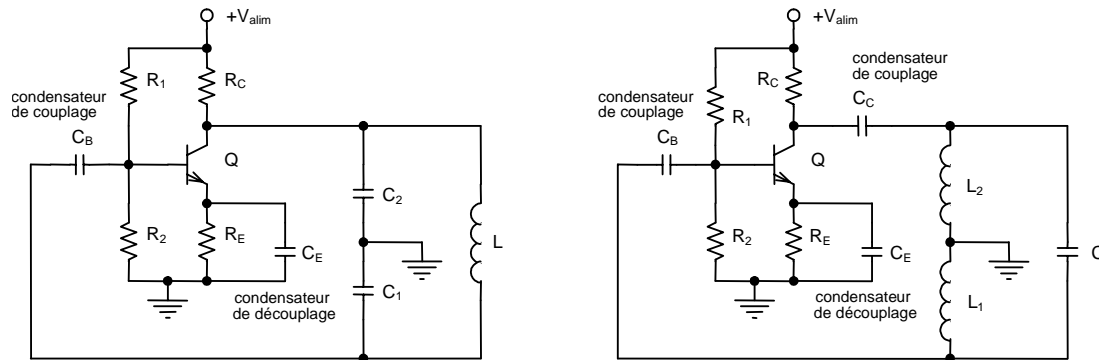
Pour que  $GB' = 1$ , il faut que  $\begin{cases} -A_V \frac{Z_1}{Z_1 + Z_3} = 1 \\ Z_1 + Z_2 + Z_3 = 0 \end{cases}$  ou encore  $\begin{cases} A_V \frac{Z_1}{Z_2} = 1 \\ Z_1 + Z_2 + Z_3 = 0 \end{cases}$ .

D'après ces conditions,  $Z_1$  et  $Z_2$  doivent être des réactances de même type, donc réactances inductives ou réactances capacitives. Quant à  $Z_3$ , c'est une réactance de type opposé à  $Z_1$  et  $Z_2$ .



Dans le cas d'un oscillateur Hartley, il y a couplage mutuel entre les deux bobines et les équations précédentes ne s'appliquent pas (méthode de la contre-réaction utilisant les matrices y).

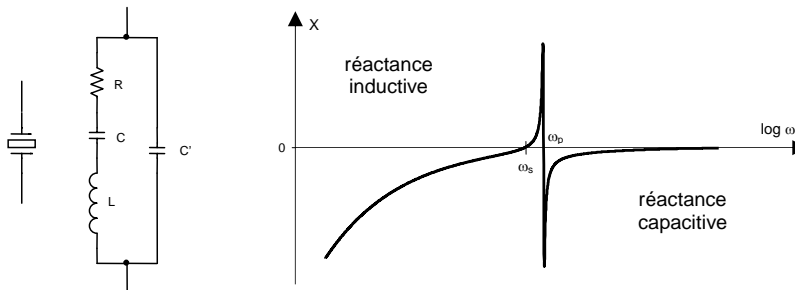
Application : oscillateur à JBT



Les oscillateurs à quartz

Un quartz est un résonateur mécanique : effet piézo-électrique, très forte surtension (1000), coefficient de température de  $10^{-4}$  à  $10^{-9} \text{ } \%/^{\circ}\text{C}$ . Si une tension sinusoïdale est appliquée entre les électrodes, la lame cristalline entre en vibration. Il existe plusieurs modes de vibration caractérisés par leur pulsation propre et leur facteur de qualité. Suivant les dimensions du cristal, son mode de vibration et l'harmonique excité, on peut obtenir des fréquences de quelques kHz à la centaine de MHz.

Le schéma électrique est le suivant :





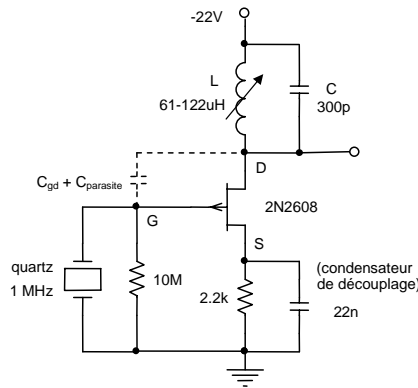
Si la résistance  $R$  du modèle de comportement est négligée, l'impédance du cristal est une réactance

$$jX(\omega) = -\frac{j}{C'\omega} \frac{\omega^2 - \omega_s^2}{\omega^2 - \omega_p^2} \quad \text{avec} \quad \omega_s^2 = \frac{1}{LC} \quad \text{et} \quad \omega_p^2 = \frac{1}{L\left(\frac{1}{C} + \frac{1}{C'}\right)}$$

avec  $\omega_s$  pulsation de résonance série (pulsation à impédance nulle) et  $\omega_p$  pulsation de résonance parallèle (fréquence à impédance infinie). Pour  $\omega_s < \omega < \omega_p \rightarrow$  réactance inductive et en dehors de cet intervalle  $\rightarrow$  réactance capacitive.

Comme  $C'$  représente la capacité électrostatique entre les électrodes,  $C' \gg C \Rightarrow \omega_p \cong \omega_s$  et  $\omega_p > \omega_s$  de 0.3%.

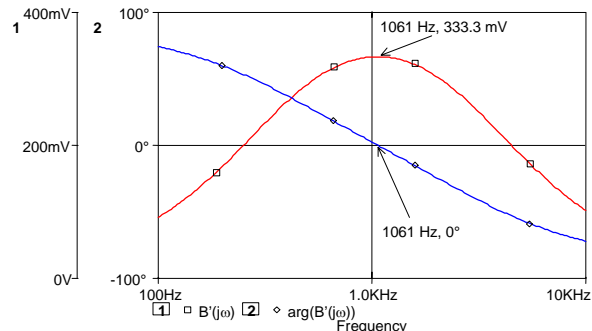
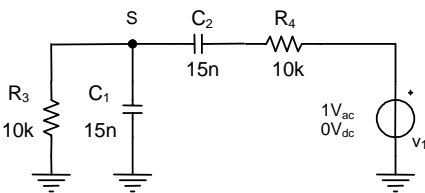
➤ **Application** : oscillateur à quartz et JFET à 1 MHz



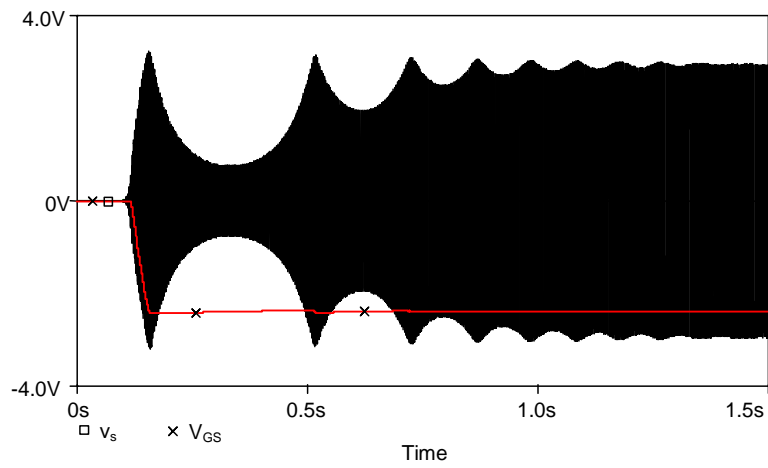
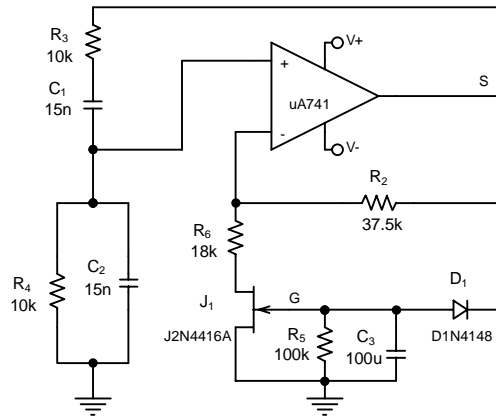
D'après l'étude théorique du paragraphe précédent,  $Z_1$  est remplacé par un cristal,  $Z_2$  par la combinaison  $LC$  à résonance et  $Z_3$  par la capacité  $C_{gd}$  entre grille et drain. Il s'ensuit que  $Z_1$  et  $Z_2$  doivent être du même type, à savoir inductive pour la réactance du cristal et le réseau  $LC$ , puisque  $Z_2$  est capacitive.

Pour avoir un gain de boucle  $GB' > 1$  (démarrage des oscillations),  $L\omega$  ne peut être trop petit. Le circuit oscillera donc à une pulsation comprise entre  $\omega_s$  et  $\omega_p$ , mais voisine de  $\omega_p$ . Comme  $\omega_p \cong \omega_s$ , la fréquence d'oscillation est essentiellement déterminée par le cristal et non par le reste du circuit.

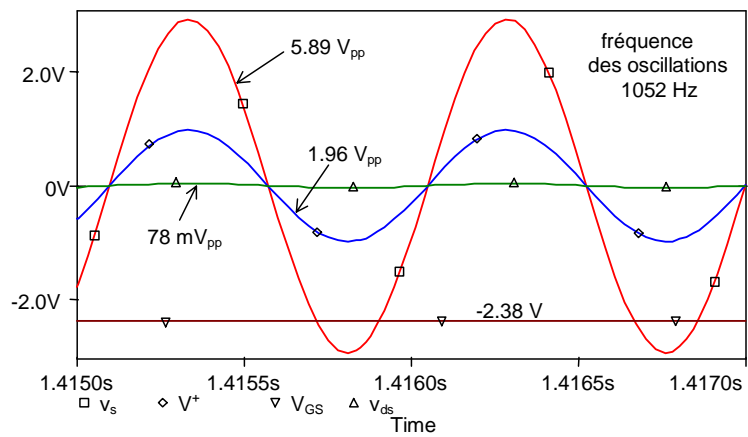
➤ **Simulation** : Filtre de Wien (réponse en fréquence module et phase)



• **Simulation** : Oscillateur à pont de Wien et JFET



Démarrage de l'oscillateur

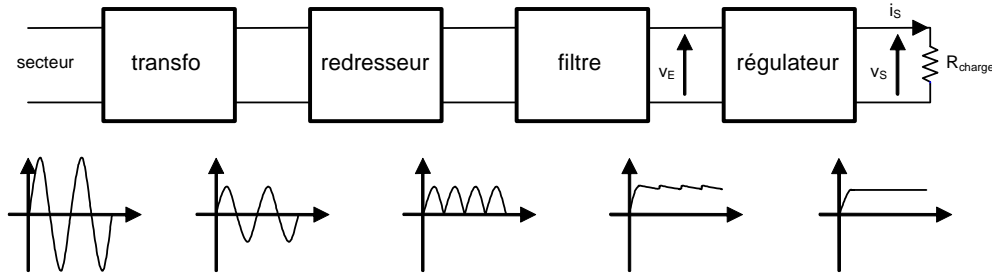


Régime permanent

# Les régulateurs de tension

## Généralités

Rappelons le schéma :



Un régulateur de tension permet d'obtenir une tension continue quasi-constante, ne présentant qu'une ondulation résiduelle très faible.

La tension régulée  $v_S(t)$  dépend des variations de la tension d'alimentation  $v_E(t)$ , du courant continu soutiré  $i_S(t)$  et de la température  $T$ .

$$\text{Soit } v_S = f(v_E, i_S, T) \rightarrow dv_S = \frac{\partial v_S}{\partial v_E} dv_E + \frac{\partial v_S}{\partial i_S} di_S + \frac{\partial v_S}{\partial T} dT$$

avec  $S_V = \frac{\partial v_S}{\partial v_E} = \left[ \frac{dv_S}{dv_E} \right]_{\substack{i_S=cte \\ T=cte}}$  facteur de régulation

$$R_0 = - \frac{\partial v_S}{\partial i_S} = \left[ - \frac{dv_S}{di_S} \right]_{\substack{v_E=cte \\ T=cte}}$$
 résistance de sortie du régulateur

$$S_T = \frac{\partial v_S}{\partial T} = \left[ \frac{dv_S}{dT} \right]_{\substack{v_E=cte \\ i_S=cte}}$$
 coefficient de température

Il faut minimiser ces coefficients afin d'améliorer la régulation. Ils représentent une linéarisation des caractéristiques du régulateur autour d'un point de fonctionnement.

Pratiquement, les performances suivantes (données du constructeur) sont préférées

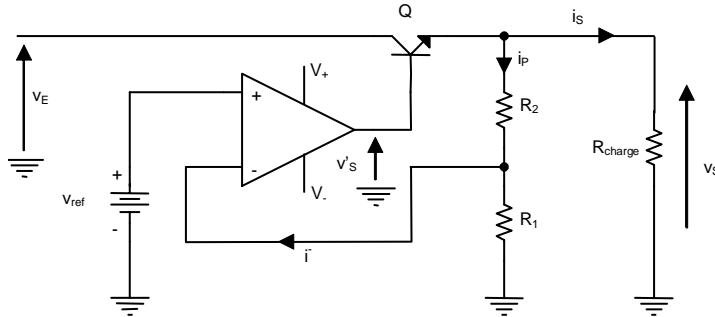
- le coefficient de régulation en ligne (line regulation) en %,
- le coefficient de régulation de charge (load regulation) en %,
- le taux de réjection de l'ondulation (ripple rejection) en dB.

Les grandeurs  $v_E, v_S, i_S$  s'écrivent, de manière classique, par la superposition d'une composante continue et de la variation autour de cette valeur constante. Ainsi,

$$v_E(t) = V_E + v_e(t), v_S(t) = V_S + v_s(t), i_S(t) = I_S + i_s(t) \rightarrow v_s = S_V v_e - R_0 i_s + S_T dT.$$

## Principe

La tension de sortie est réglée en l'asservissant à une référence de tension  $v_{ref}(T) = V_{ref} + \Delta V_{ref}(T)$  dépendant de la température. Ici le principe de l'alimentation régulée utilise un transistor ballast et un retour non unitaire.



C'est une contre-réaction de tension série où le courant de pont  $R_1 - R_2$  est négligeable. Le transistor Q est monté en émetteur suiveur (attaqué par la base et sortie sur l'émetteur chargé par  $R_{ch}$ ) et de ce fait, le gain en tension est voisin de l'unité.

### Etude du régime continu

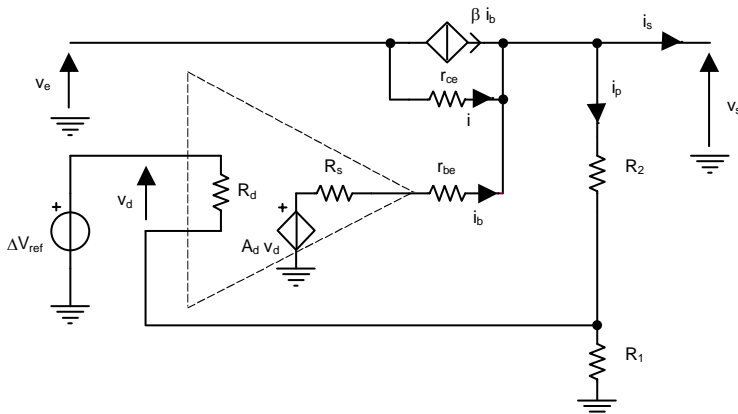
$$V'_S = A_d (V_{ref} - \lambda V_S) = V_{BE} + V_S \quad \text{avec } \lambda = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad \Rightarrow \quad V_S \cong \frac{A_d}{1 + \lambda A_d} V_{ref} \quad \text{car } A_d V_{ref} \gg V_{BE}$$

$$\text{Si } \lambda A_d \gg 1, \text{ alors } V_S \cong \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) V_{ref}$$

$$\text{Conditions de bon fonctionnement} \rightarrow \begin{cases} V_+ > V_S + V_{BE} \\ V_- \leq V_{ref} \\ I^- \ll I_P \ll I_S \end{cases}$$

### Etude du régime dynamique (aux faibles signaux et aux fréquences moyennes)

Considérons un comparateur tel que  $A_d = 2000$ ,  $R_s = 100 \Omega$ ,  $R_d = 1 M\Omega$  et un transistor ballast  $\beta = 50$ ,  $r_{ce} = 50 k\Omega$ . Ici,  $dV_{ref} \cong \Delta V_{ref}$ .



$$\begin{cases} \Delta V_{ref} \cong v_d + \lambda v_s \quad \text{car } R_d \gg R_1 // R_2 \\ A_d v_d = (R_s + r_{be}) i_b + v_s \\ i_s \cong (\beta + 1) i_b + i \quad \text{avec } i_p \ll i_s \\ v_e = r_{ce} i + v_s \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} i_b \cong \frac{A_d \Delta V_{ref} - (1 + \lambda A_d) V_s}{R_s + r_{be}} \\ r_{ce} i_s \cong (\beta + 1) r_{ce} i_b + v_e - v_s \end{cases} \Rightarrow v_s \cong \frac{A_d}{1 + \lambda A_d} \left[ \Delta V_{ref} + \frac{R_s + r_{be}}{(\beta + 1) r_{ce} A_d} v_e - \frac{R_s + r_{be}}{(\beta + 1) A_d} i_s \right]$$

d'où les coefficients :

$$\begin{cases} S_V = \frac{A_d}{1 + \lambda A_d} \frac{R_s + r_{be}}{(\beta + 1) r_{ce} A_d} & \text{(faible si } A_d \text{ grand)} \\ S_T = \frac{A_d}{1 + \lambda A_d} \frac{dV_{ref}}{dT} & \text{(lié à la stabilité de la référence de tension)} \\ R_0 = \frac{A_d}{1 + \lambda A_d} \frac{R_s + r_{be}}{(\beta + 1) A_d} & \text{(faible si } A_d \text{ grand)} \end{cases}$$

Application :  $R_1 = 5 \text{ k}\Omega, R_2 = 5 \text{ k}\Omega \Rightarrow \lambda = 0.5$  et  $\lambda A_d = 1000 \gg 1$ ; le courant de sortie de l'amplificateur est supposé être de l'ordre de  $10 \text{ mA} \Rightarrow R_s \gg r_{be}$ .

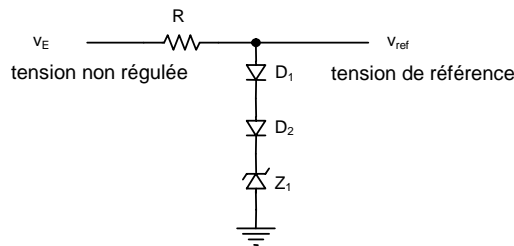
$$S_V \cong 4 \cdot 10^{-8}; S_T \cong 2 \frac{\Delta V_{ref}}{dT}; R_0 = 2 \text{ m}\Omega$$

## Référence de tension

Le terme  $\Delta V_{ref}(T)$  doit tendre vers zéro, afin d'obtenir une bonne référence de tension.

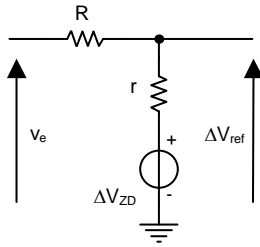
### Référence de tension à diodes

La dérive  $dV_Z/dT$  d'une diode Zener, en fonction de la température, dépend de la diode et du courant qui la traverse. Son coefficient de température peut être positif ou négatif. Comme les jonctions classiques de diodes ou les  $V_{BE}$  des transistors bipolaires présentent un coefficient de température négatif d'environ  $-2 \text{ mV}/^\circ\text{C}$  (silicium), il est possible de concevoir un coefficient de température nul pratiquement à une température donnée ( $T_{amb} = 25^\circ\text{C}$ ) en associant une diode zener avec des diodes classiques.



En régime continu, il faut respecter  $I_Z V_Z < P_{Z_{max}}$ .

En régime dynamique, on a

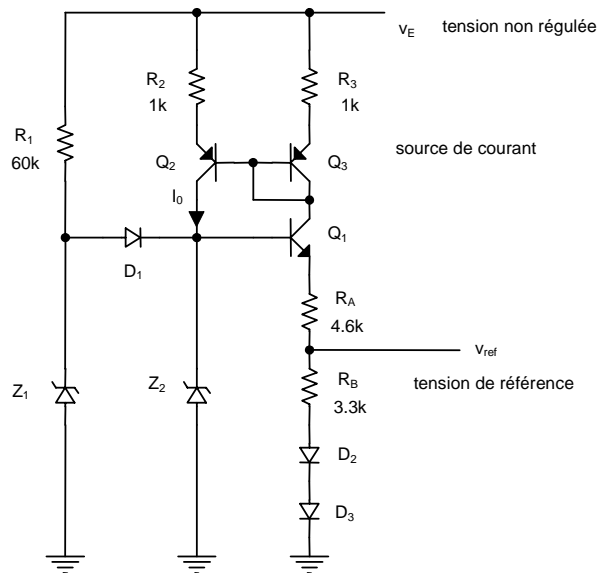


$$\Delta V_{ref} = \frac{r}{r+R} v_e + \frac{R}{R+r} \Delta V_{ZD}$$

avec  $r$  résistances des diodes en série et  $\Delta V_{ZD}$  variations sur les diodes.

La référence de tension est d'autant meilleure que les résistances dynamiques des diodes sont faibles ( $r$ ), la résistance équivalente de polarisation est grande ( $R$ ), la variation de la source  $v_E$  est faible ( $v_e$ ) et le coefficient de température et de vieillissement  $\Delta V_{ZD}$  des diodes est faible.

### Référence de tension intégrée



Pour ce type de référence de tension, il est nécessaire de disposer d'un système assurant un démarrage correct du dispositif à la mise sous tension puisque le courant de référence  $I_0$ , produit par le miroir  $Q_2 - Q_3$ , ne peut être obtenu qu'au moment où l'on dispose de la tension nominale  $V_E$ . Une source de courant annexe  $R_1, D_1, Z_1$  est utilisée à cette fin pour polariser la référence de tension au démarrage et une fois le fonctionnement normal atteint, cette dernière est déconnectée ( $D_1$  bloquée).

Mécanisme : La diode  $Z_1$  est polarisée par  $R_1$ , la tension  $V_{Z_1}$  fait conduire  $Q_1$ .  $I_{C_1}$  produit  $I_0$  par effet miroir qui polarise la diode  $Z_2$ . La tension  $V_{Z_2}$  étant supérieure à la tension  $V_{Z_1}$ ,  $D_1$  se bloque.

L'expression de la tension de référence est obtenue en appliquant le théorème de superposition

$$V_{ref} = (V_{Z_2} - V_{BE_1}) \frac{R_B}{R_A + R_B} + 2V_D \frac{R_A}{R_A + R_B}$$

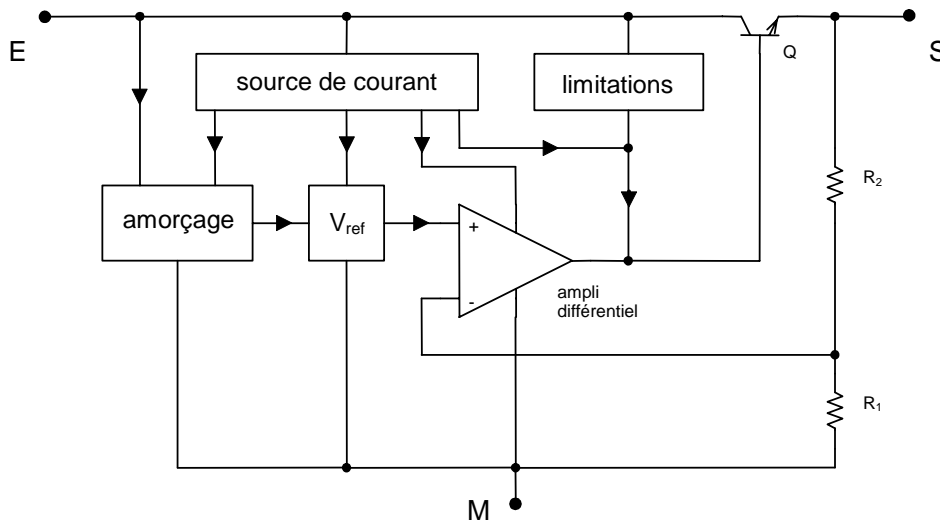
Le choix des résistances  $R_A$  et  $R_B$  est tel que le coefficient de température  $\frac{dV_{ref}}{dT}$  soit pratiquement nul à  $T_{amb} = 25^\circ\text{C}$ .

$$\frac{dV_{ref}}{dT} = 0 = \left( \frac{dV_{Z_2}}{dT} - \frac{dV_{BE_1}}{dT} \right) \frac{R_B}{R_A + R_B} + 2 \frac{dV_D}{dT} \frac{R_A}{R_A + R_B} \Rightarrow \frac{dV_{Z_2}}{dT} = -2 \cdot 10^{-3} \left( 1 - 2 \frac{R_A}{R_B} \right) \text{ V}/^\circ\text{C}$$

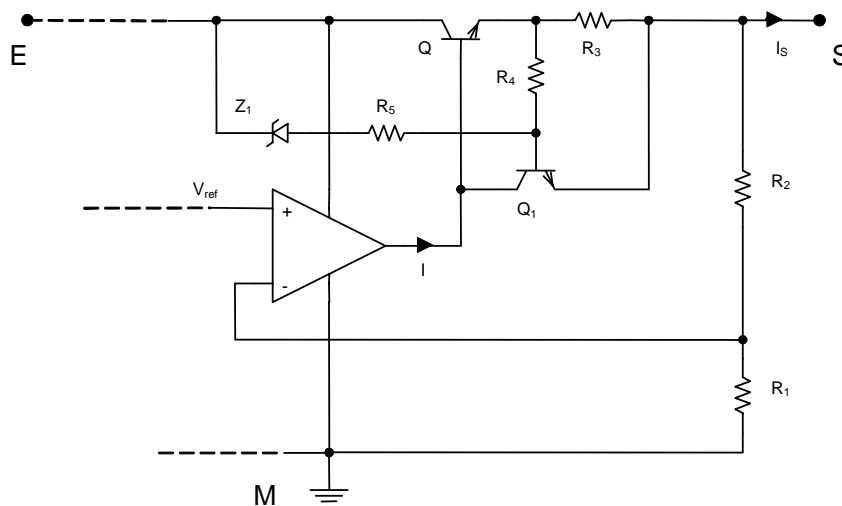
Application :  $\frac{dV_{Z_2}}{dT} = +3.5 \text{ mV}/^\circ\text{C} \Rightarrow$  choix de la diode zener  $Z_2$ .

### Régulateur de tension série 3 bornes

Synoptique :

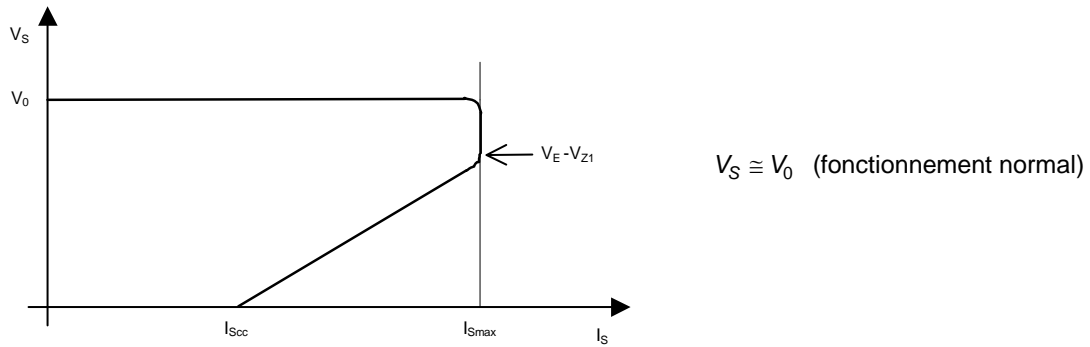


Eléments de limitation et de sécurité :



$$P_{diss_Q} \cong (V_E - V_S) I_S \quad \text{Si } V_S = 0 \Rightarrow P_{diss_Q} \cong V_E I_{S_{CC}}$$

Limitation à rabattement



Le transistor  $Q_1$  est doublement commandé, d'abord par limitation d'intensité  $V_{BE_1} \cong R_3 I_S$  ( $I_{B_1} \ll I_S$ ), puis par la tension  $V_{CE}$  de  $Q$  qui fait conduire la diode zener.

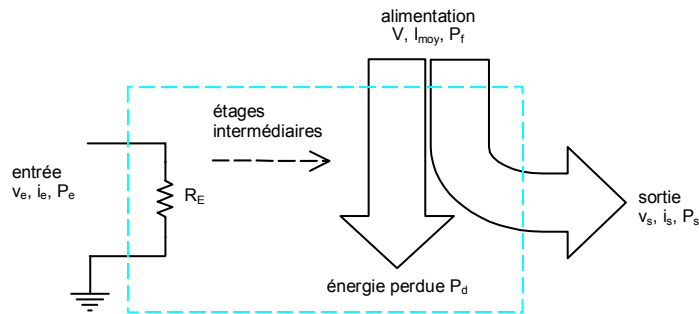
Lorsque la limitation en intensité est amorcée, la tension  $V_{SM}$  du régulateur diminue. Comme  $V_{EM}$  est quasi constante, la tension  $V_{ES}$  augmente et la diode zener commence à conduire. Il faut que  $V_{Z_1} < V_E - V_0$ , la résistance  $R_5$  ayant une valeur telle que le transistor  $Q_1$  dérive la totalité du courant  $I$  lorsque  $V_{SM} = 0$  (court-circuit en sortie). La diode zener est prévue pour commencer à conduire lorsque  $V_S \cong V_E - V_{Z_1}$ , en négligeant les chutes de tension dans  $R_4$  et  $R_5$ .



# Les amplificateurs de puissance

## Généralités

### Calcul des puissances

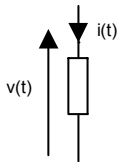


Le bilan énergétique de l'amplificateur ci-dessus montre que :

- le signal d'entrée est défini par  $v_e$ ,  $i_e$  et  $P_e$  (puissance fournie à la résistance d'entrée  $R_E$ ),
- le signal de sortie est appliqué à une charge et défini par  $v_s$ ,  $i_s$  et  $P_s$ ,
- l'alimentation fournit une tension continue  $V$ , un courant moyen  $I_{moy}$ , une puissance associée  $P_f$ .

L'énergie fournie par l'alimentation n'est pas entièrement transmise à la charge. Une partie est dissipée par effet Joule dans les étages de sortie (transistors de puissance). L'énergie fournie par le générateur d'entrée est dissipée dans la résistance d'entrée  $R_E$ . Il y a des étages intermédiaires qui traitent l'information. Un bilan des puissances est alors nécessaire à cause des fortes puissances de sortie, d'où la notion de rendement.

### Puissance instantanée



$$P(t) = v(t)i(t) \text{ ou } P(\theta) = v(\theta)i(\theta) \text{ en régime sinusoïdal}$$

### Puissance moyenne

Valeur moyenne de la puissance instantanée 
$$P_{moy} = \frac{1}{T} \int_0^T v(t)i(t) dt \text{ ou } \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} v(\theta)i(\theta) d\theta$$

**Puissance moyenne généralisée**

Si  $v(t)$  et  $i(t)$  sont de forme quelconque, on décompose en série de Fourier

$$v(t) = V_0 + \sum_{n=1}^{\infty} V_n \cos(n\omega t + \varphi_n) \quad i(t) = I_0 + \sum_{m=1}^{\infty} I_m \cos(m\omega t + \varphi_m)$$

avec  $V_0, I_0$  : valeurs moyennes des tension et courant

$V_n, I_m$  : valeurs maximales des tensions et courants sinusoïdaux de pulsation  $n\omega$  et  $m\omega$  et de phase  $\varphi_n$  et  $\varphi_m$ .

$$P_{moy} = V_0 I_0 + \frac{V_1 I_1}{2} + \frac{V_2 I_2}{2} + \dots = V_0 I_0 + V_{1,eff} I_{1,eff} + V_{2,eff} I_{2,eff} + \dots$$

La puissance moyenne ne fait intervenir que les produits des tensions et courants efficaces de même pulsation.

Si régime sinusoïdal pur  $\rightarrow P_{moy} = V_{eff} I_{eff}$

Si  $v(t) = V = cte \rightarrow P_{moy} = V I_{moy}$

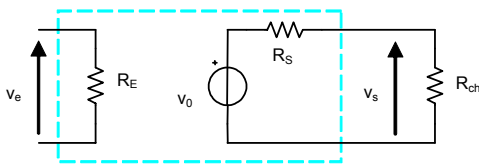
Si  $i(t) = I = cte \rightarrow P_{moy} = V_{moy} I$

**Rendement**

$$\eta = \frac{P_s}{P_f} = \frac{P_s}{P_s + P_d}$$

avec  $P_s, P_f, P_d$  respectivement puissance de sortie, puissance fournie par les alimentations, puissance dissipée par l'amplificateur.

**Puissance de sortie maximale**



$$P_s = \frac{v_s^2}{R_{ch}} = v_o^2 \frac{R_{ch}}{(R_{ch} + R_s)^2}$$

Etude des variations  $\rightarrow \frac{dP_s}{dR_{ch}} = v_o^2 \frac{R_s - R_{ch}}{(R_{ch} + R_s)^3}$

Condition pour que la puissance dans la charge soit maximale :  $\frac{dP_s}{dR_{ch}} = 0 \Rightarrow \begin{cases} R_{ch} = R_s \\ P_{s,max} = \frac{v_o^2}{4R_{ch}} \end{cases}$

En H.F., pour transmettre l'énergie par câble coaxial, il faut que celui-ci soit adapté, c'est-à-dire qu'il voit à ses extrémités une résistance égale à son impédance caractéristique.

## Distorsion

Plusieurs types de distorsion peuvent avoir lieu, à savoir la distorsion liée à la variation d'amplitude (amplitude variable en fonction de la fréquence), la distorsion de phase (déphasage variable du signal de sortie par rapport au signal d'entrée en fonction de la fréquence), la distorsion apportée par le bruit (50 Hz, ondulation de l'alimentation, ...), la distorsion de non-linéarités (déformation du signal transmis par des composants travaillant à forts signaux) conduisant à la distorsion harmonique et à la distorsion d'intermodulation. Ces effets peuvent être plus ou moins contrôlés par contre-réaction, blindage, polarisation, ...

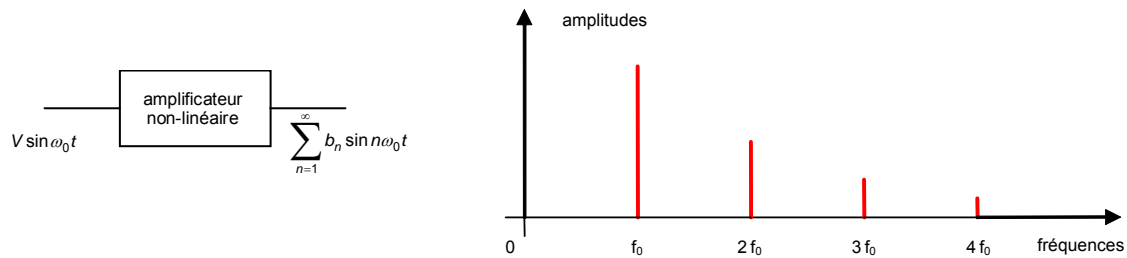
### Distorsion harmonique

La distorsion harmonique peut être définie à partir de la décomposition en série de Fourier pour un signal  $f(t)$  de pulsation  $\omega_0 = 2\pi/T$  et  $T = 1/f$ .

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos n\omega_0 t + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin n\omega_0 t$$

avec  $a_0 = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt$ ,  $a_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos n\omega_0 t dt$ ,  $b_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin n\omega_0 t dt$

Suivant la parité du signal d'entrée  $v_e$  (sinus ou cosinus), seule une série est présente ( $b_n$  ou  $a_n$  respectivement). Par exemple,



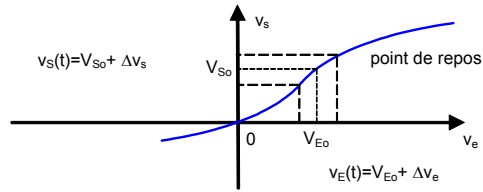
La distorsion est définie comme étant le rapport entre la valeur efficace des harmoniques de rang supérieur à 1 et la valeur efficace du fondamental

$$d = \frac{\sqrt{A_2^2 + A_3^2 + A_4^2 + \dots}}{A_1} \quad (\text{en \%}) \quad \text{avec } A_n = \frac{a_n}{\sqrt{2}} \text{ ou } \frac{b_n}{\sqrt{2}} \text{ suivant la parité.}$$

Les distorsiomètres du marché mesurent plutôt

$$d' = \frac{\sqrt{A_2^2 + A_3^2 + A_4^2 + \dots}}{\sqrt{A_1^2 + A_2^2 + A_3^2 + A_4^2 + \dots}} = \frac{\sqrt{A_2^2 + A_3^2 + A_4^2 + \dots}}{V_{s\text{eff}}} \quad \text{et } d \cong d' \text{ si } d < 20\%, \text{ sinon } d = d' / \sqrt{1 - d'^2}.$$

De façon plus générale, on peut présenter les distorsions de non-linéarités à partir de la caractéristique de transfert en tension  $v_s(v_e)$  d'un amplificateur.



Développée en série de Taylor, cela donne :

$$v_s = f(V_{E_0} + \Delta v_e) = f(V_{E_0}) + \Delta v_e f'(V_{E_0}) + \Delta v_e^2 \frac{f''(V_{E_0})}{2!} + \Delta v_e^3 \frac{f'''(V_{E_0})}{3!} + \dots$$

avec  $f(V_{E_0})$  point de repos,  $f'(V_{E_0})$  gain en tension en régime linéaire,  $\frac{f''(V_{E_0})}{2!}$  terme de distorsion quadratique,  $\frac{f'''(V_{E_0})}{3!}$  terme de distorsion cubique, ...

(à remarquer que la distorsion augmente avec l'amplitude du signal d'entrée).

En considérant un signal d'entrée sinusoïdal de la forme  $\Delta v_e = V_e \sin \omega_0 t$  :

**cas des faibles signaux**

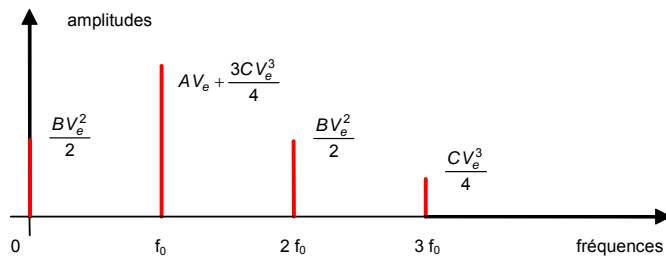
$$\Delta v_s = A \Delta v_e = A V_e \sin \omega_0 t \quad (\text{amplification linéaire})$$

**cas des forts signaux**

$$\Delta v_s = A \Delta v_e + B \Delta v_e^2 + C \Delta v_e^3 + \dots = A V_e \sin \omega_0 t + B V_e^2 \sin^2 \omega_0 t + C V_e^3 \sin^3 \omega_0 t + \dots$$

$$\sin^2 \omega_0 t = \frac{1}{2} - \frac{\cos 2\omega_0 t}{2} \quad \text{et} \quad \sin^3 \omega_0 t = \frac{\sin \omega_0 t}{2} - \frac{1}{4} [\sin 3\omega_0 t + \sin(-\omega_0 t)] = \frac{3}{4} \sin \omega_0 t - \frac{1}{4} \sin 3\omega_0 t$$

$$\text{soit } \Delta v_s \cong \frac{B V_e^2}{2} + \left( A V_e + \frac{3 C V_e^3}{4} \right) \sin \omega_0 t - \frac{B V_e^2}{2} \cos 2\omega_0 t - \frac{C V_e^3}{4} \sin 3\omega_0 t \quad (\text{série tronquée à l'ordre 3})$$



La représentation spectrale montre que le signal de sortie est constitué d'une composante continue (qui vient s'ajouter à  $V_{S_0}$ ) et des harmoniques de rang 1, 2 et 3.

**Distorsion d'intermodulation**

C'est l'influence de deux signaux sinusoïdaux appliqués à l'entrée de l'amplificateur.

$$\Delta v_1 = V_1 \sin \omega_1 t \quad \text{et} \quad \Delta v_2 = V_2 \sin \omega_2 t \quad \text{soit} \quad \Delta v_e = \Delta v_1 + \Delta v_2 = V_1 \sin \omega_1 t + V_2 \sin \omega_2 t$$

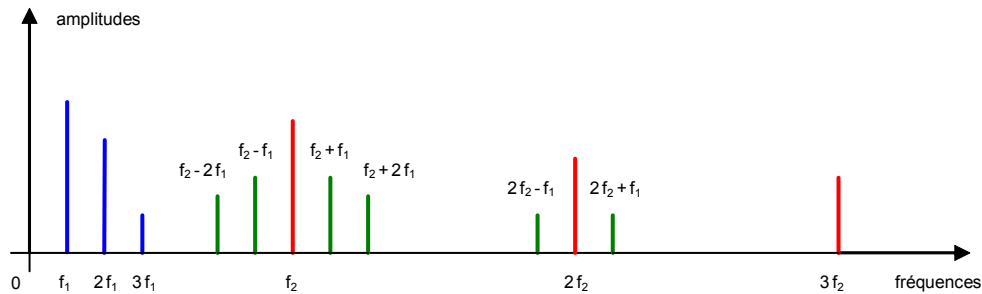
**cas des faibles signaux**

$$\Delta v_s = A\Delta v_e = AV_1 \sin \omega_1 t + AV_2 \sin \omega_2 t \quad (\text{amplification linéaire})$$

**cas des forts signaux (limité au terme cubique)**

$$\begin{aligned} \Delta v_s &= A\Delta v_e + B\Delta v_e^2 + C\Delta v_e^3 = A(\Delta v_1 + \Delta v_2) + B(\Delta v_1 + \Delta v_2)^2 + C(\Delta v_1 + \Delta v_2)^3 \\ &= A\Delta v_1 + A\Delta v_2 + B\Delta v_1^2 + B\Delta v_2^2 + 2B\Delta v_1\Delta v_2 + C\Delta v_1^3 + C\Delta v_2^3 + 3C\Delta v_1^2\Delta v_2 + 3C\Delta v_1\Delta v_2^2 \end{aligned}$$

Les termes  $A\Delta v_1 + B\Delta v_1^2 + C\Delta v_1^3$  génèrent les fréquences  $f_1, 2f_1, 3f_1$ ,  $A\Delta v_2 + B\Delta v_2^2 + C\Delta v_2^3$  génèrent les fréquences  $f_2, 2f_2, 3f_2$ ,  $2B\Delta v_1\Delta v_2$  génère les fréquences  $|f_2 \pm f_1|$ ,  $3C\Delta v_1^2\Delta v_2$  génère les fréquences  $|f_2 \pm 2f_1|$ ,  $3C\Delta v_1\Delta v_2^2$  génère les fréquences  $|2f_2 \pm f_1|$  (de façon générale, le terme  $\Delta v_1^n \Delta v_2^m$  génère  $|mf_2 \pm nf_1|$ ).

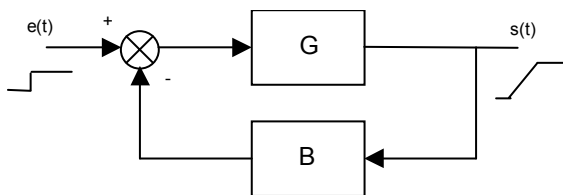


Remarques :

- Un amplificateur attaqué par un signal doit être immunisé contre le bruit (ondulation d'alimentation) afin de diminuer la distorsion d'intermodulation.
- La mesure du taux d'intermodulation est plus significative que celle du taux d'harmoniques.
- La synthèse de fréquence utilise le principe de distorsion d'intermodulation pour générer des fréquences  $nf_1 \pm mf_2$ .

**Distorsion d'intermodulation transitoire**

Soit le système asservi attaqué par un échelon de tension.



$$H(p) = \frac{G(p)}{1 + G(p)B(p)}$$

La distorsion d'intermodulation transitoire (DIT) se mesure à partir du slew rate.

En conclusion, il faut utiliser des transistors de puissance rapides et avoir des gains de boucles ( $H$ ) réduits. De plus, en règle générale, il faut qu'un montage émetteur commun soit commandé en courant et qu'un montage collecteur commun soit commandé en tension.

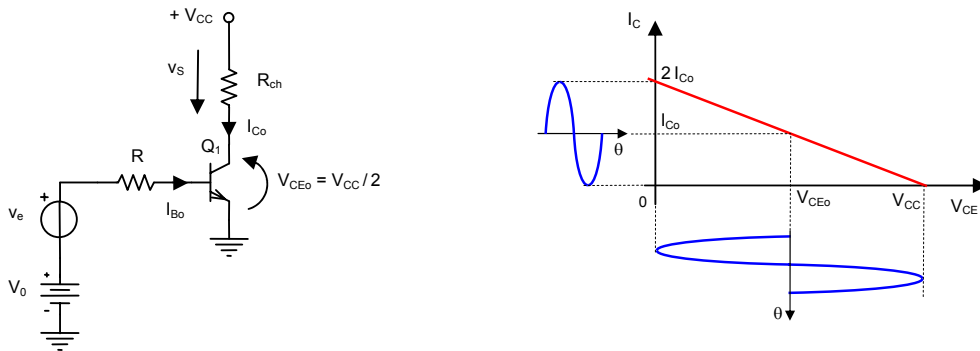
## Amplificateurs classe A

Les étages, étudiés jusqu'ici, amplifiaient intégralement les deux alternances du signal. Ils fonctionnaient donc en classe A. Aux faibles signaux, la distorsion est considérée comme inexistante, mais à forts signaux, il faut en tenir compte (0,01 % en HiFi).

### Etage dissymétrique

C'est un étage à un seul transistor attaqué par un signal sinusoïdal  $v_e(\theta) = V_e \sin \theta$  avec  $\theta = \omega t$ .

#### Liaison continue



Constatons que les droites de charge statique et dynamique ont même configuration  $I_C = -\frac{1}{R_{ch}}V_{CE} + \frac{V_{CC}}{R_{ch}}$  et  $i_c = -\frac{1}{R_{ch}}v_{ce}$ . Le point de repos se situe au milieu de la droite de charge  $(I_{C_0} = \frac{V_{CC}}{2R_{ch}}, V_{CE_0} = \frac{V_{CC}}{2})$ .

En régime continu

$$\text{Puissance fournie par l'alimentation } P_{alim} = V_{CC} I_{C_0} = \frac{V_{CC}^2}{2R_{ch}}$$

$$\text{Puissance dissipée dans le transistor } P_{diss_Q} = \frac{V_{CC}}{2} I_{C_0}$$

$$\text{Puissance dissipée dans la charge } P_{diss_{R_{ch}}} = \frac{V_{CC}}{2} I_{C_0}$$

$$\text{Au total, } P_{alim} = P_{diss_{R_{ch}}} + P_{diss_Q}.$$

En régime dynamique

Soit  $V_s$  l'amplitude crête de la tension sinusoïdale en sortie.

$$v_s(\theta) = v_{CE}(\theta) = V_{CE_0} - V_s \sin \theta = \frac{V_{CC}}{2} - V_s \sin \theta \quad \text{et} \quad i_c(\theta) = I_{C_0} + \frac{V_s}{R_{ch}} \sin \theta = \frac{V_{CC}}{2R_{ch}} + \frac{V_s}{R_{ch}} \sin \theta.$$

$$\text{Puissance fournie par l'alimentation } P_{alim} = V_{CC} I_{C_0} = \frac{V_{CC}^2}{2R_{ch}}$$

Puissance dans la charge (en  $W_{eff}$ )

$$P_s(\theta) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{V_{CE}^2(\theta)}{R_{ch}} d\theta = \frac{1}{2\pi R_{ch}} \int_0^{2\pi} \left( \frac{V_{CC}^2}{4} - V_s V_{CC} \sin\theta + V_s^2 \sin^2\theta \right) d\theta$$

$$= \frac{1}{2\pi R_{ch}} \left( \int_0^{2\pi} \frac{V_{CC}^2}{4} d\theta - V_s V_{CC} \int_0^{2\pi} \sin\theta d\theta + \frac{V_s^2}{2} \int_0^{2\pi} (1 - \cos 2\theta) d\theta \right) = \frac{V_{CC}^2}{4 R_{ch}} + \frac{V_s^2}{2 R_{ch}}$$

La puissance dans la charge est la somme d'une puissance dissipée par effet Joule  $P_{diss_{R_{ch}}} = \frac{V_{CC}^2}{4 R_{ch}}$

et d'une puissance utile  $P_{utile} = \frac{V_s^2}{2 R_{ch}}$ .

Rendement  $\eta = \frac{P_{utile}}{P_{alim}} = \frac{V_s^2}{2 R_{ch}} / \frac{V_{CC}^2}{2 R_{ch}} = \frac{V_s^2}{V_{CC}^2}$

Pour la valeur crête maximale  $V_s \cong \frac{V_{CC}}{2}$ ,  $\eta_{max} \cong 25\%$ .

Puissance dissipée dans le transistor

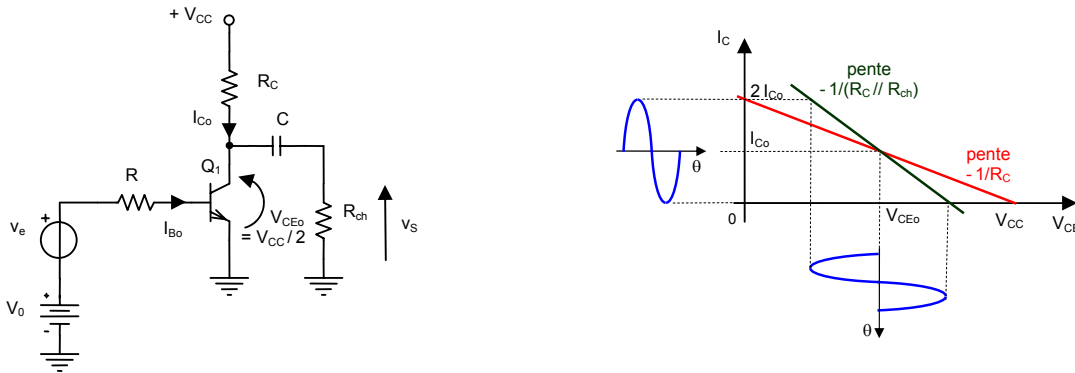
$$P_{alim} = P_{diss_{R_{ch}}} + P_{utile} + P_{diss_Q} \Rightarrow P_{diss_Q} = \frac{V_{CC}^2}{2 R_{ch}} - \frac{V_{CC}^2}{4 R_{ch}} - \frac{V_s^2}{2 R_{ch}} = \frac{V_{CC}^2 - 2V_s^2}{4 R_{ch}} \text{ de valeurs maximale}$$

$$P_{diss_{Q_{max}}} = \frac{V_{CC}^2}{4 R_{ch}} \text{ pour } V_s = 0 \text{ et minimale } P_{diss_{Q_{min}}} = \frac{V_{CC}^2}{8 R_{ch}} \text{ pour } V_s \cong \frac{V_{CC}}{2}$$

Le transistor dissipe donc deux fois moins à amplitude maximale du signal de sortie qu'à vide.

En conclusion, deux défauts apparaissent, à savoir le courant de repos traverse la charge et le rendement est faible. Les solutions sont une liaison de la charge par un condensateur ou par transformateur.

**Liaison par condensateur**



En régime continu

Puissance fournie par l'alimentation  $P_{alim} = V_{CC} I_{Co} = \frac{V_{CC}^2}{2 R_C}$

Puissance dissipée dans le transistor  $P_{diss_Q} = \frac{V_{CC}}{2} I_{Co} = \frac{V_{CC}^2}{4 R_C}$

Puissance dissipée dans la charge  $P_{diss_{R_{ch}}} = 0$

Puissance dissipée dans la résistance de collecteur  $P_{diss_{RC}} = \frac{V_{CC}}{2} I_{Co} = \frac{V_{CC}^2}{4 R_C}$

Au total,  $P_{alim} = P_{diss_{RC}} + P_{diss_Q}$ .

En régime dynamique

Les droites de charge statique et dynamique ont des configurations différentes, pentes égales respectivement à  $-1/R_C$  et  $-1/(R_C // R_{ch})$ .

Puissance fournie par l'alimentation  $P_{alim} = V_{CC} I_{C_o} = \frac{V_{CC}^2}{2R_C}$  (inchangée en classe A).

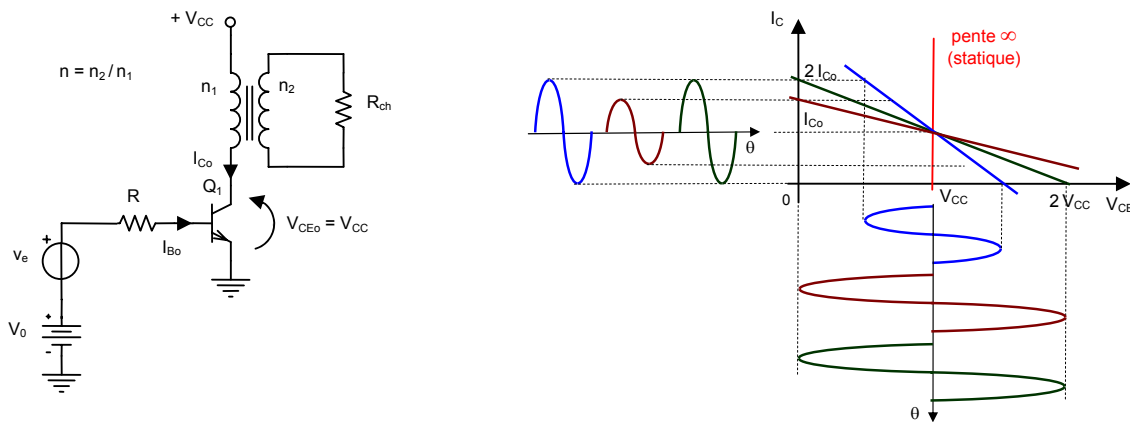
Puissance dans la charge  $P_{utile} = \frac{V_s^2}{2R_{ch}}$ .

Puissance dans la résistance de collecteur  $P_{diss_{RC}} = \frac{V_{CC}^2}{4R_C} + \frac{V_s^2}{2R_C}$ .

Rendement  $\eta = \frac{P_{utile}}{P_{alim}} = \frac{V_s^2}{2R_{ch}} / \frac{V_{CC}^2}{2R_C} = \frac{V_s^2}{V_{CC}^2} \frac{R_C}{R_{ch}}$ .

Evaluons le rendement dans le cas d'un choix tel que  $R_{ch} = R_C$ . La pente de la droite de charge dynamique est deux fois plus importante que celle de la droite de charge statique. L'amplitude crête maximale du signal de sortie ne pouvant approcher qu'une valeur  $V_s \cong V_{CC}/4$ ,  $\eta_{max} \cong 1/16 \cong 6\%$ . Ce rendement est très mauvais. Pour obtenir une dynamique de sortie la plus importante possible, il faut que la droite de charge dynamique ne s'éloigne pas trop de la droite de charge statique ( $R_{ch} \gg R_C$ ), ce qui conduit à une puissance utile faible et donc un rendement non acceptable.

**Liaison par transformateur**



Le transformateur étant supposé parfait (résistance nulle, couplage parfait, inductance magnétisante infinie), son primaire présente une résistance nulle en continu (droite de charge verticale) et une résistance  $R_{eq} = R_{ch}/n^2$  en dynamique (droite de charge pivotant autour du point de polarisation). La puissance de sortie maximale est définie par une dynamique maximale de la tension et du courant en régime sinusoïdal. L'optimal est obtenu pour  $R_{eq} = \frac{2V_{CC}}{2I_{C_o}} = \frac{V_{CC}}{I_{C_o}}$ .

En régime continu

Puissance fournie par l'alimentation  $P_{alim} = V_{CC} I_{C_o}$

Puissance dissipée dans le transistor  $P_{diss_Q} = V_{CC} I_{C_o}$

Au total,  $P_{alim} = P_{diss_Q}$ .



En régime dynamique

Puissance fournie par l'alimentation  $P_{alim} = V_{CC} I_{C_o}$ .

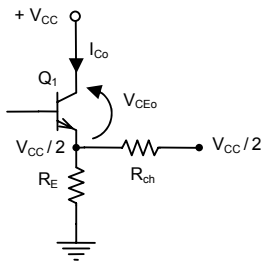
Puissance dans la charge  $P_{utile} = \frac{V_s^2}{2R_{eq}} = \frac{V_s^2}{2} \frac{I_{C_o}}{V_{CC}}$ .

Rendement  $\eta = \frac{P_{utile}}{P_{alim}} = \frac{V_s^2 I_{C_o}}{2V_{CC}} / (V_{CC} I_{C_o}) = \frac{V_s^2}{2V_{CC}^2}$ .

Pour une amplitude crête maximale en sortie ( $V_s \cong V_{CC}$ ),  $\eta_{max} \cong 50\%$  et le rendement est correct.

### Etage symétrique

Un amplificateur de puissance fournit habituellement plusieurs dizaines de watts dans une charge de faible valeur.

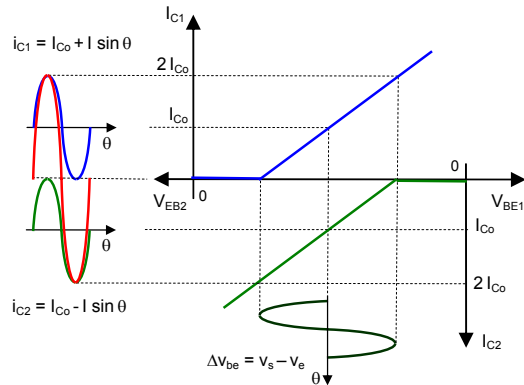
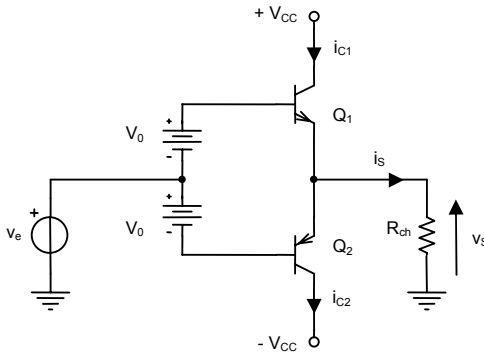


Le montage collecteur commun est alors l'étage de sortie d'un amplificateur de puissance le plus adapté car sa résistance de sortie est faible, ce qui favorise le transfert d'énergie vers la charge. Par contre, il n'amplifiera que le courant, le gain en tension étant voisin de l'unité.

Le rôle de la résistance  $R_E$  étant uniquement de fixer la tension  $V_{CE_o}$  à la moitié de la tension d'alimentation (perte d'énergie par effet Joule), celle-ci est remplacée par un transistor complémentaire afin d'obtenir un montage symétrique.

### Etage push-pull série

Rappelons qu'aucun courant continu ne doit traverser la charge. Si la charge est en liaison directe, la solution est d'alimenter le montage par deux sources de tension symétriques ( $\pm V_{CC}$ ). Le point commun des émetteurs est alors au potentiel 0 V et la charge aussi (masse).



En régime continu

Puissance fournie par l'alimentation  $P_{alim} = 2V_{CC} I_{C_o}$

Puissance dissipée dans le transistor  $P_{diss_Q} = V_{CC} I_{C_o}$

Au total,  $P_{alim} = 2P_{diss_Q}$ .

En régime dynamique

Puissance fournie par l'alimentation  $P_{alim} = 2V_{CC} I_{C_o}$ .

Puissance dans la charge  $P_{utile} = \frac{V_s^2}{2R_{ch}}$  ou  $P_{utile} = \frac{V_s}{\sqrt{2}} \frac{2I}{\sqrt{2}} = V_s I$ .

Puissance dissipée dans un transistor

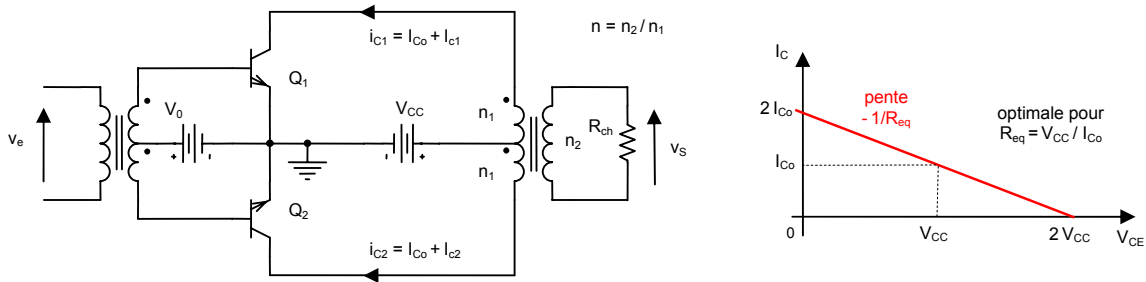
$$P_{alim} = P_{utile} + 2P_{diss_Q} \Rightarrow P_{diss_Q} = V_{CC} I_{C_o} - \frac{V_s I}{2}$$

$$\text{Rendement } \eta = \frac{P_{utile}}{P_{alim}} = \frac{V_s I}{2V_{CC} I_{C_o}}$$

Pour une amplitude crête maximale en sortie ( $V_s \cong V_{CC}$ ,  $I \cong I_{C_o}$ ), le rendement maximal est  $\eta_{max} \cong 50\%$  et les transistors dissipent moins avec signal qu'au repos ( $P_{diss_{Q_{max}}} \cong V_{CC} I_{C_o}$ ). Notons que la distorsion est améliorée car la sortie sur les émetteurs engendre une contre-réaction due à la charge.

### Etage push-pull parallèle

Une liaison de la charge par transformateur est effectuée ici. Le montage utilise donc un transformateur de sortie à double primaire. Le courant statique  $I_{C_o}$ , circulant dans chaque transistor, crée un flux en opposition qui s'annule.



En régime continu

Puissance fournie par l'alimentation  $P_{alim} = V_{CC} 2I_{C_o}$

Puissance dissipée dans le transistor  $P_{diss_Q} = V_{CC} I_{C_o}$

Au total,  $P_{alim} = 2P_{diss_Q}$ .

En régime dynamique

Puissance fournie par l'alimentation  $P_{alim} = V_{CC} 2I_{C_o}$ .

Puissance dans la charge  $P_{utile} = 2 \frac{V_s^2}{2R_{eq}} = V_s^2 \frac{I_{C_o}}{V_{CC}}$  avec  $R_{eq} = \frac{R_{ch}}{n^2} = \frac{V_{CC}}{I_{C_o}}$ .

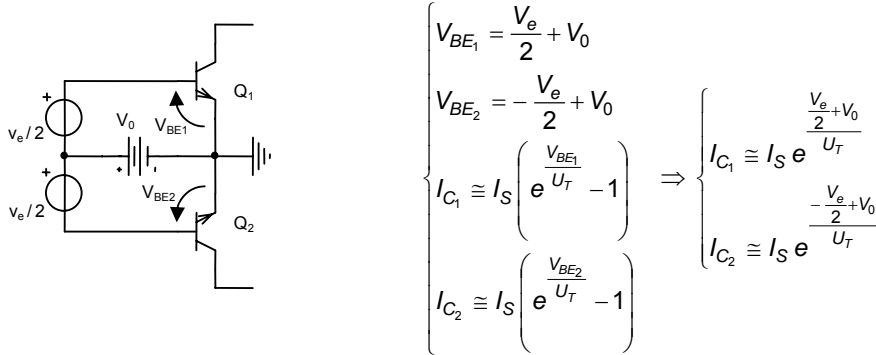
Puissance dissipée dans un transistor

$$P_{alim} = P_{utile} + 2P_{diss_Q} \Rightarrow P_{diss_Q} = \frac{1}{2} \left( 2V_{CC} I_{C_o} - V_s^2 \frac{I_{C_o}}{V_{CC}} \right) = \frac{2V_{CC}^2 - V_s^2}{2V_{CC}} I_{C_o}$$

$$\text{Rendement } \eta = \frac{P_{utile}}{P_{alim}} = \frac{V_s^2 I_{C_o} / V_{CC}}{2V_{CC} I_{C_o}} = \frac{V_s^2}{2V_{CC}^2}$$

Pour une amplitude crête maximale en sortie ( $V_s \cong V_{CC}$ ),  $\eta_{max} \cong 50\%$  et la dissipation des transistors est deux fois moins importante qu'en régime continu ( $P_{diss_{2Q_{max}}} \cong V_{CC} I_{C_o}$ ).

La distorsion est améliorée par la topologie (miroir vertical) et par le choix de transistors appariés, comme le montrent les calculs suivants.



$$\Rightarrow I = I_{C1} - I_{C2} \cong I_S e^{\frac{V_0}{U_T}} \left( e^{\frac{V_e}{2U_T}} - e^{-\frac{V_e}{2U_T}} \right) = 2I_S e^{\frac{V_0}{U_T}} \operatorname{sh} \frac{V_e}{2U_T} \quad \text{soit } I \cong 2I_S e^{\frac{V_0}{U_T}} \left( \frac{V_e}{2U_T} + \frac{1}{3!} \left( \frac{V_e}{2U_T} \right)^3 + \dots \right)$$

Le montage push-pull parallèle (classes A, AB, B) possède la propriété de ne générer que des harmoniques impaires à condition, bien sur, que les transistors de puissance soient appariés.

## Amplificateurs classe B

Les amplificateurs classe B sont des montages push-pull dont les transistors de puissance travaillent l'un après l'autre. En réalité, c'est un fonctionnement en classe AB. Trois types de montages sont possibles, à savoir l'amplificateur push-pull série à liaison continue en sortie alimenté par deux sources d'alimentation symétriques (amplificateurs linéaires intégrés), l'amplificateur push-pull série à liaison capacitive en sortie alimenté par une source d'alimentation (amplificateurs audiofréquences), l'amplificateur push-pull parallèle à liaison par transformateur en sortie à double enroulement primaire alimenté par deux sources d'alimentation symétriques (convertisseurs).

### Amplificateur push-pull série

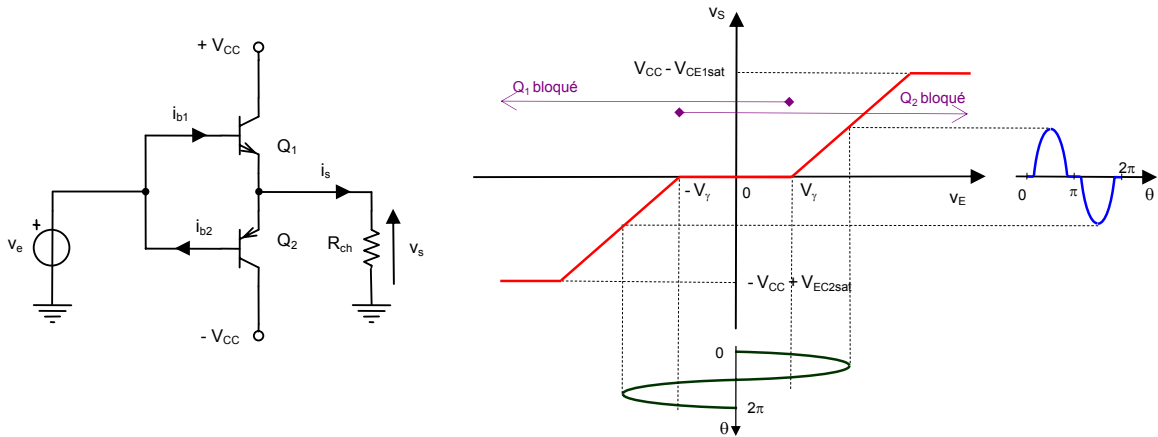
L'introduction des divers composants qui composent ce type de montage est expliquée par étapes successives. Une approche élémentaire du fonctionnement de l'amplificateur est entreprise avant de considérer le comportement réel.

#### Structure théorique élémentaire

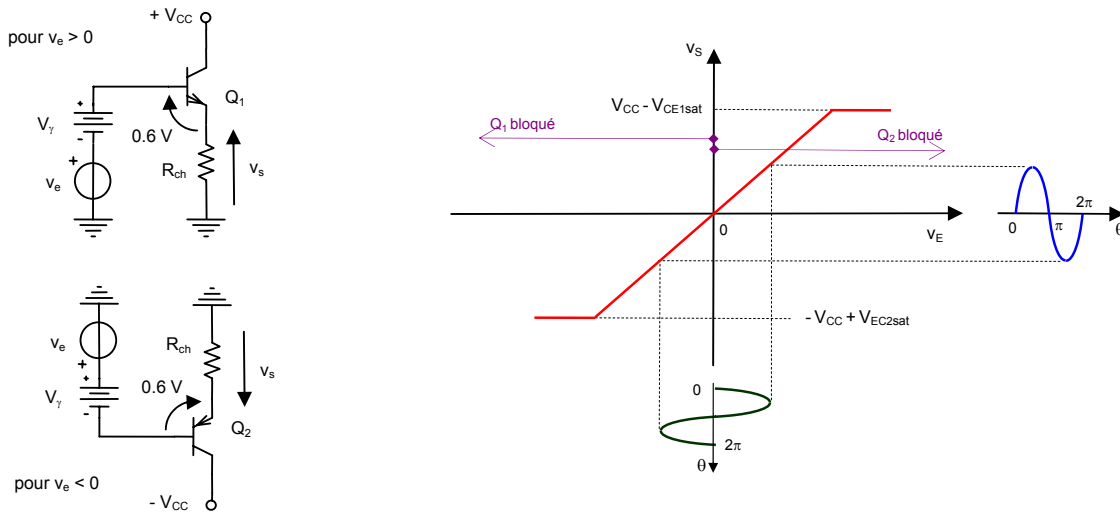
L'amplificateur push-pull série utilise deux transistors complémentaires appariés (technologiquement identiques), la conduction de leurs jonctions base-émetteur se produisant au seuil  $V_\gamma \cong 0.6\text{ V}$  à  $25\text{ °C}$  (caractéristique linéaire par morceaux). Le montage peut être alimenté par deux sources de tension mises en série à point milieu à la masse ou par une source unique.

### Alimentations symétriques

L'amplificateur est alimenté par deux sources  $V_{CC}$ , permettant ainsi une liaison continue avec la charge.



$Q_1$  conduit pour  $v_e(\theta) > 0.6 V$  et  $Q_2$  conduit pour  $v_e(\theta) < -0.6 V$ , d'où une distorsion de raccordement très présente à bas niveau. Pour pallier ce problème, deux sources auxiliaires de valeur  $V_\gamma \cong 0.6 V$  compensent les seuils théoriques des jonctions.



### Caractérisation dynamique aux faibles signaux

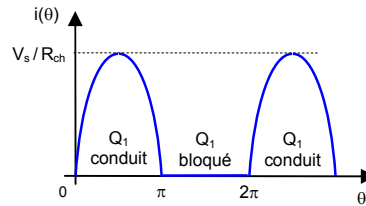
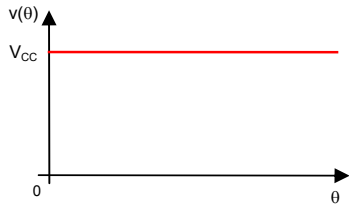
Gain en tension à vide  $A_v \cong 1$ , résistance d'entrée  $R_e \cong \beta R_{ch}$ , résistance de sortie avec une résistance  $r_g$  de générateur  $R_s \cong r_g / \beta$ .

### Caractérisation dynamique aux forts signaux

$v_s(\theta) = V_s \sin \theta$  avec  $V_s < V_{CC}$  (valeur crête).

Puissance dans la charge  $P_{utile} = \frac{V_s^2}{2R_{ch}}$ .

Chacune des deux alimentations fournit la même puissance pendant une demi alternance. Pour l'alimentation positive, nous avons :



$$P_{alim}^+ = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} v(\theta) i(\theta) d\theta = V_{CC} \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi} \frac{V_s}{R_{ch}} \sin \theta d\theta = V_{CC} \frac{V_s}{\pi R_{ch}}$$

Puissance fournie par les alimentations  $P_{alim} = 2V_{CC} \frac{V_s}{\pi R_{ch}}$ .

Rendement  $\eta = \frac{P_{utile}}{P_{alim}} = \frac{V_s^2}{2R_{ch}} \Big/ \frac{2V_{CC} V_s}{\pi R_{ch}} = \frac{\pi}{4} \frac{V_s}{V_{CC}}$ .

Puissance dissipée dans un transistor  $P_{diss_Q} = \frac{1}{2}(P_{alim} - P_{utile}) = \frac{V_{CC} V_s}{\pi R_{ch}} - \frac{V_s^2}{4R_{ch}}$ .

La puissance dissipée est nulle en absence de dynamique ( $V_s = 0$ ) et maximale pour  $\frac{dP_{diss_Q}}{dV_s} = 0$ , qui

conduit à  $V_s = \frac{2V_{CC}}{\pi}$ , soit  $P_{diss_{Q_{max}}} = \frac{V_{CC}^2}{\pi^2 R_{ch}}$ .

Pour une dynamique de sortie maximale ( $V_s \cong V_{CC}$ ),  $\eta_{max} \cong \frac{\pi}{4} \cong 78\%$  et  $P_{diss_{Q(V_s=V_{CC})}} \cong \frac{V_{CC}^2}{R_{ch}} \left( \frac{4-\pi}{4\pi} \right)$ .

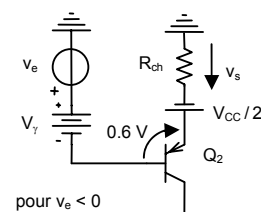
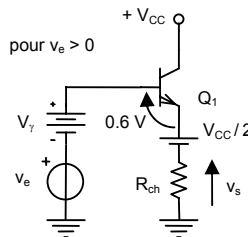
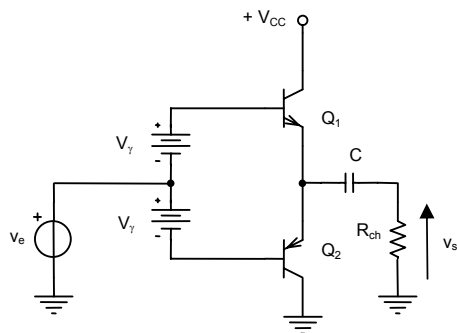
La comparaison des valeurs maximales de puissances dissipées trouvées dans les deux cas montre

un rapport  $\frac{P_{diss_{Q_{max}}}}{P_{diss_{Q(V_s=V_{CC})}}} \cong \frac{4}{(4-\pi)\pi} \cong 1.5$ , c'est-à-dire que la puissance maximale dissipée dans

chaque transistor est de l'ordre de 1.5 fois celle calculée pour une puissance à tension de sortie maximale. Il en découlera le calcul des radiateurs.

**Alimentation dissymétrique**

Le fait d'utiliser une alimentation unique impose l'emploi d'une liaison capacitive avec la charge. Les seuils théoriques des jonctions de  $Q_1$  et  $Q_2$  sont compensés de la même façon que précédemment.



A la mise sous tension de l'amplificateur, le condensateur de liaison se charge à la valeur  $V_{CC}/2$ . C'est un translateur de potentiel, la tension restant quasi constante (énergie emmagasinée à la mise sous tension très grande devant la variation d'énergie en régime variable). Le point de repos en sortie du push-pull est alors  $V_{CC}/2$ .

Pour  $v_e > 0$ ,  $Q_1$  conduit et  $Q_2$  bloqué. La source  $V_{CC}$  fournit l'énergie à la charge et la valeur crête maximale théorique de la tension de sortie est  $V_s \cong V_{CC} - V_{CC}/2 = V_{CC}/2$ . Le condensateur récupère la très faible énergie qu'il perd pendant l'autre alternance.

Pour  $v_e < 0$ ,  $Q_1$  bloqué et  $Q_2$  conduit. Le condensateur fournit l'énergie à la charge et perd donc la très faible énergie telle qu'il a été dit plus haut. La valeur crête maximale en sortie est identique  $V_s \cong V_{CC}/2$ .

Caractérisation dynamique aux faibles signaux

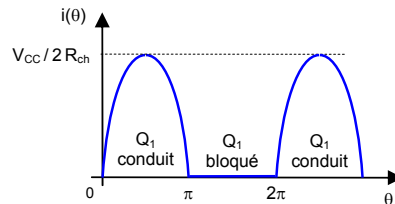
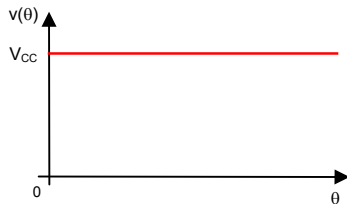
Les performances sont identiques à celles obtenues avec le montage à alimentations symétriques, le condensateur  $C$  de liaison étant équivalent à un court-circuit dans le domaine des fréquences de travail ( $A_v \cong 1$ ,  $R_e \cong \beta R_{ch}$ ,  $R_s \cong r_g/\beta$ ).

Caractérisation dynamique aux forts signaux

Considérons le cas des valeurs maximales telles que  $v_s(\theta) = V_s \sin \theta$  avec  $V_s \cong V_{CC}/2$ .

Puissance dans la charge  $P_{utile} \cong \frac{V_{CC}^2}{8 R_{ch}}$ .

Puissance fournie par l'alimentation



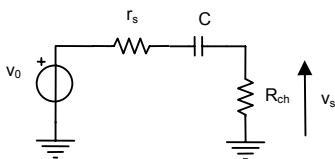
L'alimentation fournit de l'énergie pendant une demi période lorsque  $Q_1$  conduit.

$$P_{alim} = \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi V_{CC} \frac{V_{CC}}{2R_{ch}} \sin \theta d\theta = \frac{V_{CC}^2}{2\pi R_{ch}}$$

Rendement  $\eta_{max} \cong \frac{V_{CC}^2}{8 R_{ch}} / \frac{V_{CC}^2}{2\pi R_{ch}} = \frac{\pi}{4} \cong 0.78$ .

Les résultats sont identiques au paragraphe précédent.

Détermination de la valeur du condensateur de liaison



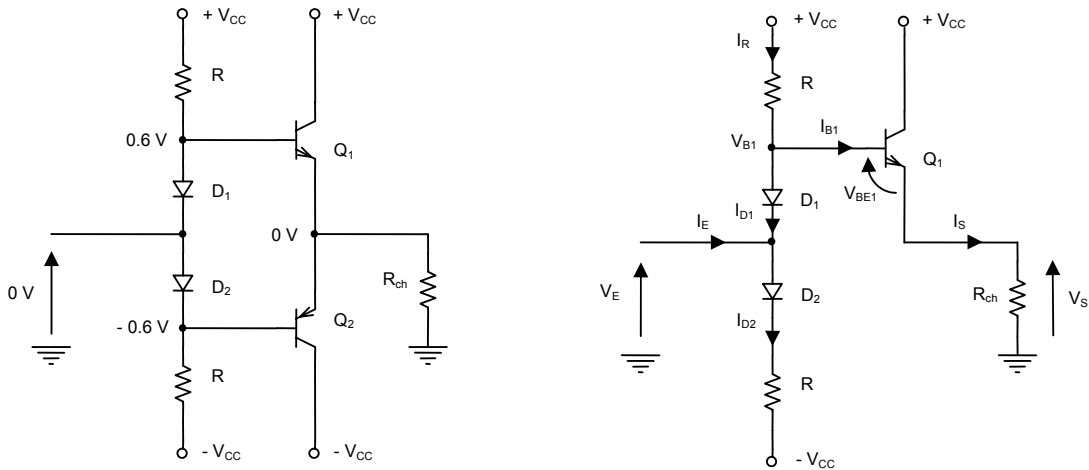
Il faut que l'impédance du condensateur  $C$  soit assimilée à un court-circuit dans la bande des fréquences de travail en régime dynamique aux faibles signaux. Sa valeur doit respecter la fréquence de coupure du filtre passe-haut constitué à partir de l'équivalent de Thévenin du montage avec  $r_s$  résistance et  $v_0$  tension à vide en sortie.

La fonction de transfert est la suivante  $\frac{V_s(p)}{V_0(p)} \cong \frac{R_{ch} C p}{1 + R_{ch} C p}$  avec l'hypothèse  $R_{ch} \gg r_s$ .

La pulsation de coupure à  $-3$  dB étant  $\omega_c \cong \frac{1}{R_{ch} C}$ , il faut satisfaire l'inégalité  $C > \frac{1}{R_{ch} \omega_c}$ .

### Polarisation par diodes

La polarisation interbases d'environ 1.2 V peut être produite par deux diodes parcourues par un courant tel que la tension aux bornes de chacune soit de 0.6 V, leur résistance directe étant faible. Un multiplicateur de  $V_{BE}$  ferait aussi l'affaire avec un ajustement plus précis de translation de la tension.



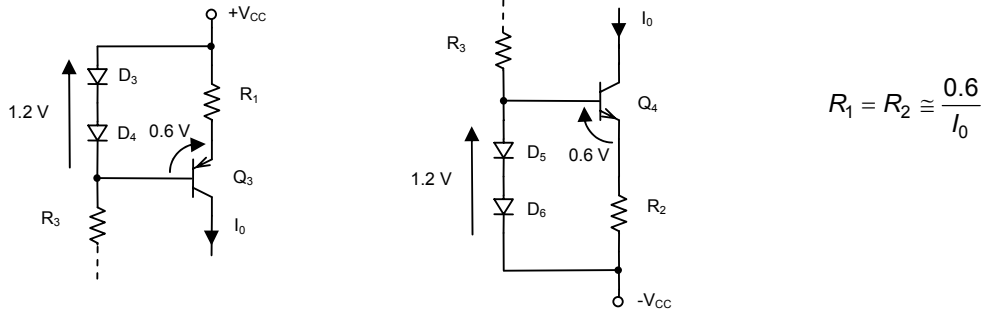
Le schéma de gauche montre la symétrie par rapport à la masse en l'absence de signal en entrée. Sur le schéma de droite, en présence d'une tension positive en entrée,  $Q_1$  conduit et  $Q_2$  est bloqué. Lorsque la valeur crête  $V_e$  augmente (assimilée ici à une tension continue  $V_E$ ), les potentiels  $V_{B1}$  et  $V_S$  augmentent et il en est de même pour les courants  $I_S$  et  $I_{B1}$ . La tension aux bornes de la résistance  $R$  diminue ainsi que le courant  $I_R$  la traversant. La loi de nœud  $I_R = I_{D1} + I_{B1}$  démontre que  $I_{D1}$  diminue. Or, la valeur des résistances  $R$  est déterminée de façon que les alimentations fournissent le courant de polarisation des diodes et les courants de base donnant la dynamique maximale en sortie. Si le courant de la diode devient très faible ( $I_{D1} \cong 0$ ), les équations du circuit s'écrivent :

$$\begin{cases} V_{CC} \cong R I_{B1\max} + V_{BE1} + R_{ch} \beta I_{B1\max} \\ V_{S\max} = R_{ch} I_{S\max} \cong R_{ch} \beta I_{B1\max} \end{cases} \Rightarrow V_{S\max} \cong \frac{\beta R_{ch}}{R + \beta R_{ch}} (V_{CC} - V_{BE1})$$

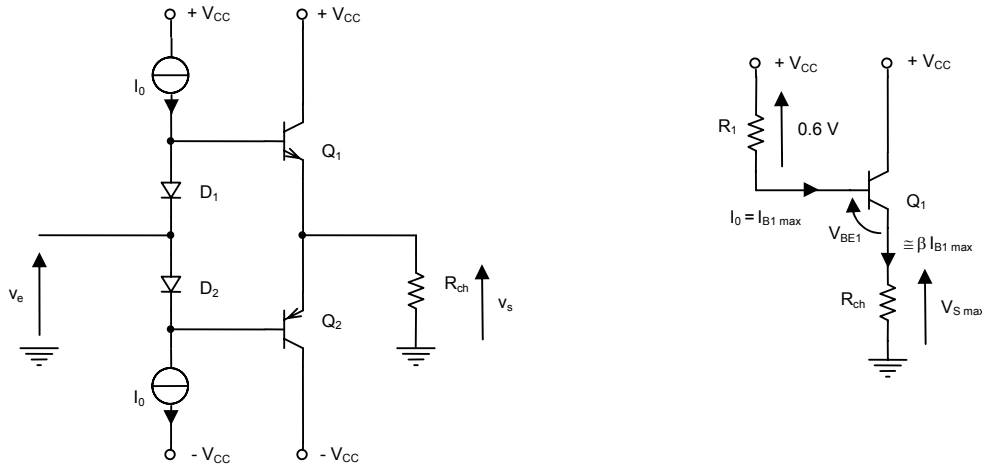
Une valeur optimale sera atteinte si l'atténuation du pont diviseur tend vers l'unité, soit  $R \ll \beta R_{ch}$ . Cependant, il ne faut pas  $R$  trop faible car la résistance d'entrée du montage aux faibles signaux serait du même ordre de grandeur ( $R_e \cong R // R // \beta R_{ch} \cong R/2$ ). Cette condition est difficile à satisfaire à cause de  $\beta$  et  $R_{ch}$ , le choix des transistors et de la charge étant lié par le niveau de puissance souhaité en sortie. Une solution est de remplacer les résistances  $R$  par des générateurs de courant (miroir élémentaire, Widlar, Wilson, ...) apportant leur importante résistance en régime dynamique.

### Polarisation des diodes par générateurs de courant

Les résistances  $R$  sont donc remplacées par des sources de courant fournissant la valeur  $I_0$ . Prenons, à titre d'exemple dans les études qui suivent, des sources asymétriques de type Widlar utilisant un transistor de type PNP ou NPN selon le sens du courant  $I_0$  généré. La tension aux bornes de la diode  $D_4$  (ou  $D_5$ ) polarise la jonction base-émetteur du transistor  $Q_3$  (ou  $Q_4$ ) et celle aux bornes de  $D_3$  (ou  $D_6$ ) définit le courant  $I_0$  par le biais de la valeur de la résistance  $R_1$  (ou  $R_2$ ).



La résistance  $z_0$  de la source étant très importante en régime dynamique aux faibles signaux (voir calcul d'une source de Widlar), la présence de ces générateurs de courant augmente la résistance d'entrée de l'étage push-pull ( $R_e \cong z_0 \parallel z_0 \parallel \beta R_{ch} \cong \beta R_{ch}$ ).



Rappelons qu'en régime dynamique aux forts signaux, le courant  $I_0$  doit fournir le courant de base maximum et le courant minimal de polarisation des diodes produisant la translation de 0.6 V. Lorsque la dynamique de sortie maximale est atteinte, il faut que ces générateurs maintiennent le courant  $I_0$  constant avec une tension minimale à leurs bornes ( $V_{EC_3} > V_{EC_{3sat}}$ ). Les calculs correspondant au schéma ( $V_{EC_{3sat}} \cong 0$ ) sont :

$$\begin{cases} V_{CC} \cong 0.6 + V_{BE1} + R_{ch} \beta I_0 \\ V_{S_{max}} \cong R_{ch} \beta I_0 \end{cases} \Rightarrow V_{S_{max}} \cong V_{CC} - 1.2$$

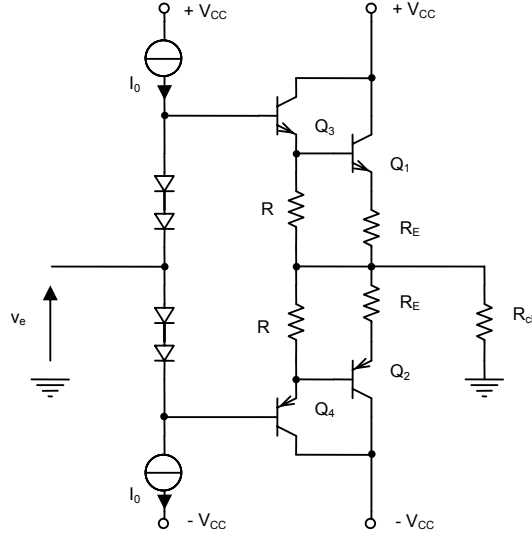
Si le courant de base maximum à fournir devient trop important, l'utilisation de transistors Darlington permettra de diminuer ce dernier.



### Utilisation de transistors Darlington

Un montage push-pull série à Darlington peut se concevoir sous quatre topologies différentes.

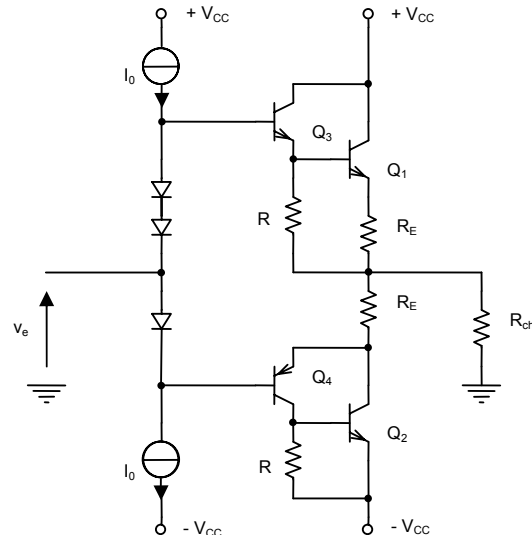
#### Montage à Darlington simples



Un Darlington simple impose deux diodes pour polariser les jonctions base-émetteur de  $Q_1$  et  $Q_3$  ( $Q_2$  et  $Q_4$ ). La puissance dissipée par  $Q_1$  ( $Q_2$ ) étant plus importante que celle de  $Q_3$  ( $Q_4$ ), un meilleur fonctionnement est obtenu en ajustant le courant de base par dérivation d'une partie de courant au travers d'une résistance  $R$  et en améliorant la stabilité en température par la présence d'une résistance d'émetteur  $R_E$  faible devant la charge. La dynamique maximale de sortie est alors :

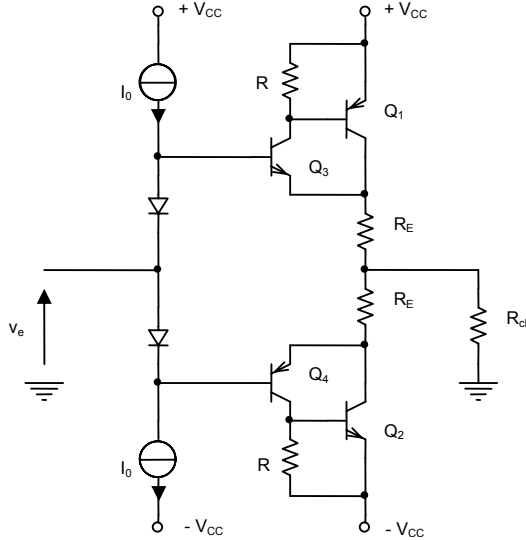
$$\begin{cases} V_{CC} \cong 0.6 + 2V_{BE} + (R_E + R_{ch})I_{S_{max}} \\ V_{S_{max}} \cong R_{ch} I_{S_{max}} \end{cases} \Rightarrow V_{S_{max}} \cong \frac{R_{ch}}{R_E + R_{ch}} (V_{CC} - 0.6 - 2V_{BE})$$

#### Montage à Darlington hybrides



L'intérêt de ce montage est de présenter deux transistors de puissance de type NPN (meilleure tenue en claquage  $V_{CE_{max}}$  et rapidité par rapport aux PNP), le montage complémentaire de celui-ci n'ayant aucun intérêt. Le montage est dissymétrique, mais la contre-réaction atténuera le défaut.

**Montage à Darlington composites**

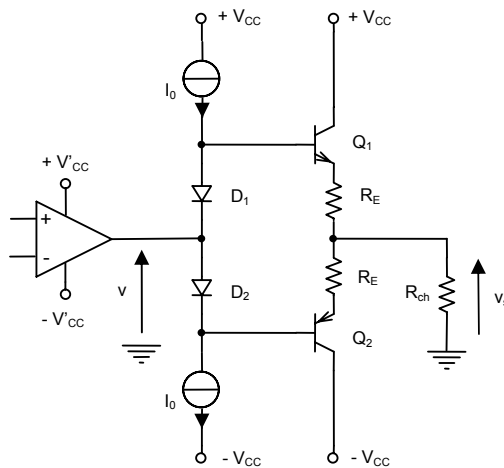


C'est le montage symétrique qui possède la meilleure dynamique de sortie maximale (un  $V_{BE}$ ) et la meilleure stabilité thermique.

**Attaque de l'amplificateur push-pull**

L'étage de sortie push-pull est piloté par un étage (driver) qui peut être un amplificateur de tension intégré ou un étage émetteur commun. Quoiqu'il en soit, l'étage driver doit fournir la dynamique maximale de sortie puisque le gain en tension du push-pull est voisin de l'unité.

**Attaque par un amplificateur de tension intégré**



$Q_1$  et  $Q_2$  peuvent être des transistors Darlington. L'amplificateur de tension intégré est alimenté par les tensions  $V'_{CC}$ . Sa tension  $v$  de sortie est donc limitée par ces dernières. Cette limite devient celle du montage complet ( $V'_{CC} = V_{CC}$ ).

Caractérisation dynamique aux faibles signaux avec un amplificateur de tension ( $R_d, R_o, A_o$ ), gain en tension à vide  $A_v \cong A_o \times 1$ , résistance d'entrée  $R_e = R_d$ , résistance de sortie  $R_s \cong R_E + R_o / \beta$ .

Caractérisation dynamique aux forts signaux, la dynamique maximale de sortie est avant saturation

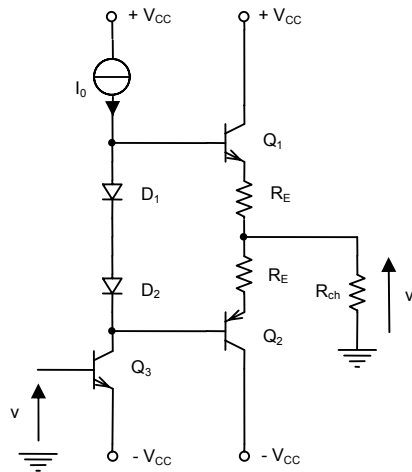
$$V_{S_{max}} \cong \frac{R_{ch}}{R_E + R_{ch}} V_{max} \text{ si } V'_{CC} < V_{CC}.$$

**Attaque par émetteur commun**

Le montage émetteur commun, chargé par la source  $I_0$ , travaille en classe A à forts signaux. Il présentera alors une distorsion importante qui sera compensée par l'effet de la contre-réaction.

Au moment où la valeur crête négative de  $v$  est maximale, le transistor  $Q_3$  est à la limite du blocage. Le potentiel commun des bases de  $Q_1$  et  $Q_2$  (résistances des diodes négligeables) est au niveau  $V_{CC} - 0.6$  (limite de saturation du transistor constituant la source de Widlar) et la valeur crête maximale de la tension de sortie s'écrit

$$V_{S_{max}}^+ \cong \frac{R_{ch}}{R_E + R_{ch}} (V_{CC} - 0.6 - V_{BE_1}).$$

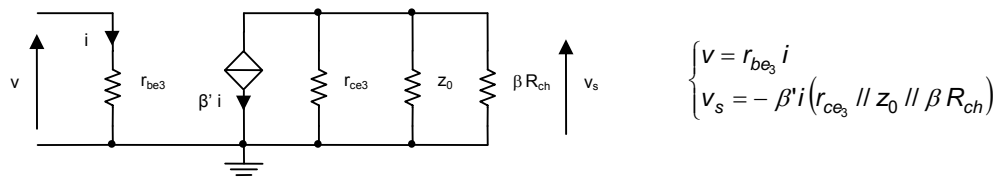


Au moment où la valeur crête positive de  $v$  est maximale, le transistor  $Q_3$  est à la limite de la saturation. Le potentiel commun des bases de  $Q_1$  et  $Q_2$  est à peu près au niveau  $-V_{CC}$  et la valeur crête maximale de la tension de sortie s'écrit

$$V_{S_{max}}^- \cong \frac{R_{ch}}{R_E + R_{ch}} (V_{CC} - V_{EB_2}).$$

Cette dissymétrie peut être compensée en mettant une résistance adéquate sur l'émetteur de  $Q_3$ .

Caractérisation dynamique aux faibles signaux



avec  $\beta'$  gain en courant de  $Q_3$  et  $z_0$  résistance de la source de courant.

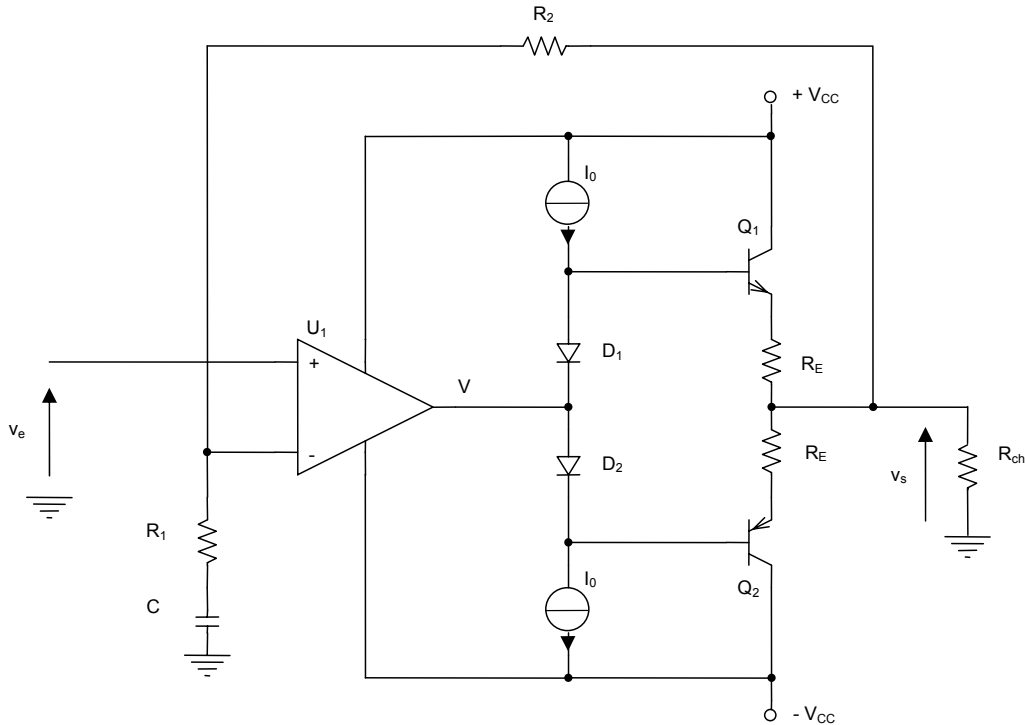
d'où gain en tension à vide  $A_v = \frac{v_s}{v} = -\frac{\beta'}{r_{be_3}} (r_{ce_3} // z_0 // \beta R_{ch})$ , résistance d'entrée  $R_e = r_{be_3}$ ,

résistance de sortie  $R_s \cong R_E + \frac{r_{ce_3} // z_0}{\beta}$ .

### Asservissement des amplificateurs

L'asservissement a pour but de maintenir la sortie à une valeur correcte quelles que soient les perturbations possibles sur l'amplificateur. A titre d'exemple, le comparateur d'entrée est ici un amplificateur de tension différentiel intégré. La contre-réaction est de type tension-tension telle que le gain en tension à vide en boucle fermée s'écrit (conditions d'adaptation en tension réalisées)

$A'_v = \frac{A_v}{1 + A_v \lambda}$  avec  $A_v \cong A_d$  (chaîne directe) et  $\lambda = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$  (chaîne de retour).

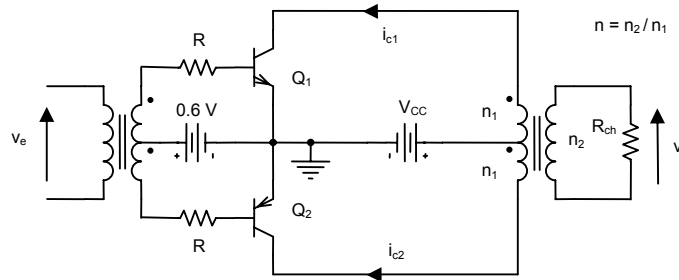


En régime continu (entrée connectée à la masse), la contre-réaction est présente pour maintenir, de façon stable, le point de repos au milieu de la tension totale d'alimentation ( $V_s = 0$ ). Ceci est possible en ayant un gain statique très élevé et un retour statique unitaire. En effet, le condensateur  $C$  étant assimilé à un circuit ouvert,  $\lambda = 1$  et  $A'_v \cong \frac{A_d}{1 + A_d \lambda} \cong 1$  ( $A_d \gg 1$ ). Le potentiel continu de sortie est donc maintenu à 0 V.

En régime dynamique dans le domaine des fréquences de travail où le condensateur est assimilé à un court-circuit, la contre-réaction est partielle ( $\lambda < 1$ ) et permet d'améliorer les performances (voir la théorie de la contre-réaction). Le gain en tension devient  $A'_v \cong \frac{A_d}{1 + A_d \lambda} \cong 1 + \frac{R_2}{R_1}$  avec  $\lambda A_d \gg 1$ . Ce gain est entièrement conditionné par le choix des résistances de la chaîne de retour.

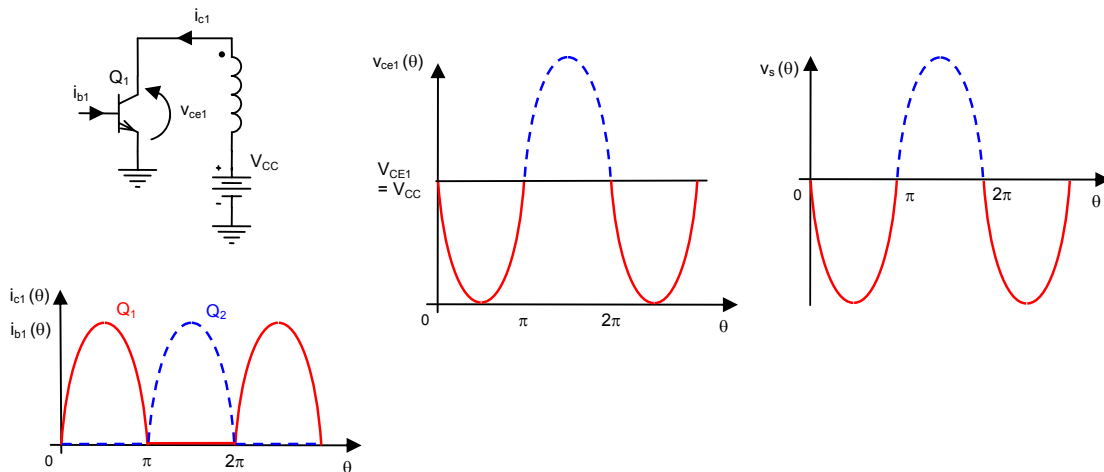
### Amplificateur push-pull parallèle

La topologie reste identique à l'amplificateur push-pull classe A, si ce n'est la valeur de la source de polarisation  $V_0 = V_\gamma \cong 0.6 V$ . Le transformateur d'entrée est à point milieu au secondaire qui permet de faire conduire alternativement  $Q_1$  puis  $Q_2$  montés en émetteur commun. Les résistances  $R$  permettent de commander les transistors en courant afin de diminuer la distorsion.



En régime continu  $V_{CE_1} = V_{CE_2} = V_{CC}$ ,  $V_{BE_1} = V_{BE_2} = 0.6 V$ ,  $I_{C_1} = I_{C_2} = 0$ .

En régime dynamique



Pour des caractéristiques réelles des transistors, il faut polariser en classe AB afin de diminuer la distorsion de raccordement. Rappelons que, dans le montage push-pull, le signal de sortie ne présente pas d'harmoniques pairs, s'il y a distorsion (voir push-pull classe A).

Caractérisation dynamique aux forts signaux

Considérons le cas des valeurs maximales telles que la dynamique de sortie soit  $V_s \cong V_{CC}$ .

Puissance dans la charge  $P_{utile} \cong \frac{V_{CC}^2}{2R_{eq}}$ .

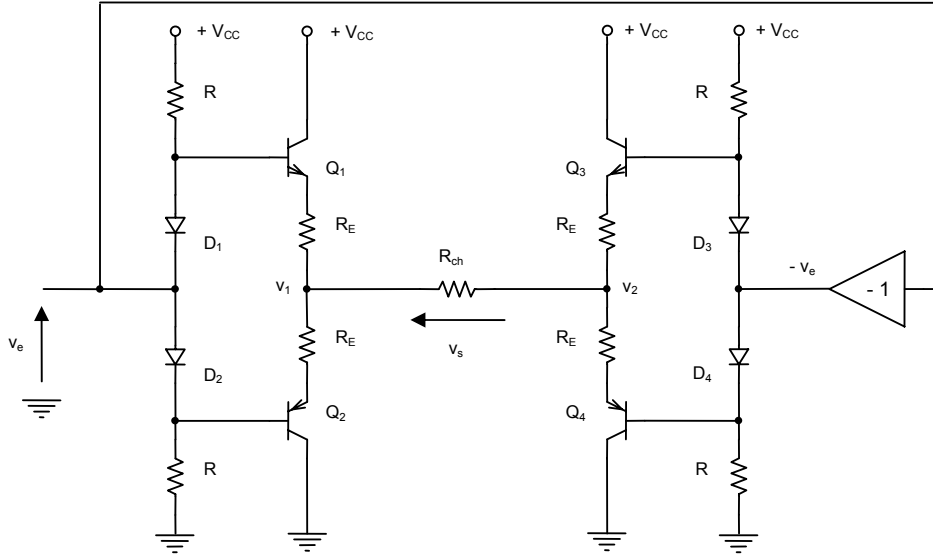
Puissance fournie par l'alimentation  $P_{alim} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} V_{CC} 2 \frac{V_{CC}}{R_{eq}} \sin \theta d\theta = \frac{2V_{CC}^2}{\pi R_{eq}}$ .

Rendement  $\eta_{max} \cong \frac{V_{CC}^2}{2R_{eq}} / \frac{2V_{CC}^2}{\pi R_{eq}} = \frac{\pi}{4} \cong 0.78$ .

Ce résultat est le même que pour le push-pull série.

### Augmentation de la puissance de sortie

La limitation de la tension de sortie est liée à la tenue en tension des transistors de puissance. Dans d'autres cas, c'est la source d'alimentation  $V_{CC}$  qui est la limite (piles, batterie de 12 V sur voitures, ..). Une solution pour un amplificateur push-pull série est le montage en pont ou en « H ».



Le montage utilise deux push-pull série identiques, polarisés en classe AB ou B à l'aide d'une alimentation unique  $V_{CC}$ . L'amplificateur de gauche est sollicité par le signal d'entrée  $v_e$  et celui de droite par le signal  $-v_e$ . Lorsque l'amplitude positive de  $v_e$  est telle que  $Q_1$  approche la saturation ( $V_1 \cong V_{CC}$ ), simultanément  $Q_4$  est aussi à la limite de la saturation ( $V_2 \cong 0$ ). Ces variations se font autour de la polarisation  $V_{CC}/2$ . La valeur crête maximale de la tension de sortie est  $V_s \cong V_{CC}$ . Le processus est symétrique pour l'amplitude négative de  $v_e$ .

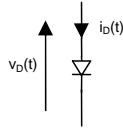
Puissance maximale dans la charge  $P_{utile} \cong \frac{V_{CC}^2}{2R_{ch}}$ .

Cette puissance est quatre fois plus importante que celle produite par le montage classique à une source unique  $V_{CC}$ .

D'autres solutions sont envisageables comme l'emploi d'un régulateur de tension à découpage afin d'élever la tension d'alimentation.

## Modèles de composants associés aux différents régimes

### La diode



avec  $\begin{cases} v_D(t) = V_D + v_d(t) \\ i_D(t) = I_D + i_d(t) \end{cases}$

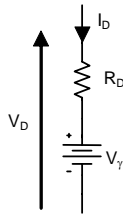
#### Régime continu

Modèle mathématique non linéaire

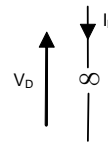
$$I_D = I_S \left( e^{\frac{V_D}{U_T}} - 1 \right) \quad \text{en direct} \quad I_D \cong I_S e^{\frac{V_D}{U_T}} \quad \text{en inverse} \quad I_D \cong -I_S \cong 0$$

Modèle linéarisé

en direct  
 $V_D = R_D I_D + V_\gamma$



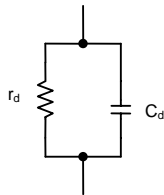
en inverse



#### Régime dynamique aux faibles signaux

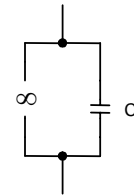
Modèle linéarisé

en direct



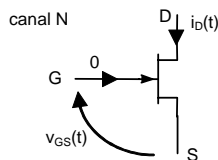
$$\begin{cases} r_d = \frac{U_T}{I_{D_0}} \\ C_d = \frac{\tau}{r_d} \end{cases}$$

en inverse



Données du constructeur :  $V_\gamma$  (tension dépendante du matériau),  $\tau$  (durée de vie moyenne des porteurs ou temps de recombinaison des porteurs minoritaires en « excès »),  $C_t$  (capacité de transition),  $U_T = \frac{kT}{q} \cong 26 \text{ mV}$  à  $27^\circ\text{C}$  (tension thermique).

### Le transistor à effet de champ (JFET)



avec  $\begin{cases} v_{GS}(t) = V_{GS} + v_{gs}(t) \\ i_D(t) = I_D + i_d(t) \end{cases}$

**Régime continu**

Modèle mathématique non linéaire

$$I_D = I_{DSS} \left( 1 - \frac{V_{GS}}{V_P} \right)^2 \quad \text{pour canal N : } V_{GS} \text{ et } V_P < 0$$

$$\text{avec } 0 \leq |V_{GS}| \leq |V_P| \quad \text{pour canal P : } V_{GS} \text{ et } V_P > 0$$

Transistors technologiquement identiques : mêmes  $I_{DSS}$  et  $V_P$ .

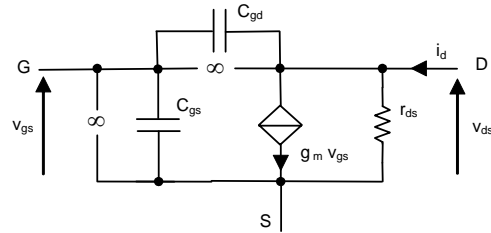
**Régime dynamique aux faibles signaux**

Modèle linéarisé

(pour  $V_{DS} > V_P$  : zone de saturation)

$$g_m = \pm \frac{2}{V_P} \sqrt{I_{D0} I_{DSS}} \quad \text{en A/V}$$

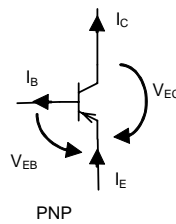
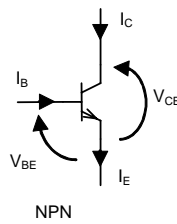
(paramètre  $g_m$  toujours >0)



Données du constructeur :  $I_{DSS}$  (courant de saturation de drain pour  $V_{GS} = 0$ ),  $V_P$  (tension de pincement),  $C_{gs}$ ,  $C_{gd}$  (capacités de transition),  $r_{ds}$  (résistance dynamique de sortie).

**Le transistor bipolaire à jonction (JBT)**

en mode actif



avec  $\begin{cases} v_{BE}(t) = V_{BE} + v_{be}(t) \\ i_B(t) = I_B + i_b(t) \end{cases}$

**Régime continu**

Modèle mathématique non linéaire (équations d'Ebers-Molls en mode actif)

$$I_C = \beta I_B = \beta I_{BS} e^{\frac{V_{BE}}{U_T}} \left( 1 + \frac{V_{CE}}{V_A} \right) \quad \text{(NPN)} \quad I_C = \beta I_B = \beta I_{BS} e^{\frac{V_{EB}}{U_T}} \left( 1 + \frac{V_{EC}}{V_A} \right) \quad \text{(PNP)}$$

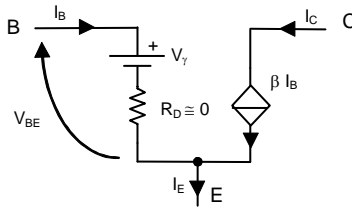
$$I_C = \beta I_B = \beta I_{BS} e^{\frac{V_{BE}}{U_T}} \quad \text{(NPN)} \quad I_C = \beta I_B = \beta I_{BS} e^{\frac{V_{EB}}{U_T}} \quad \text{(PNP)} \quad \text{(effet Early négligé)}$$

Transistors technologiquement identiques : mêmes  $\beta$  et  $I_{BS}$ .



Modèle linéarisé

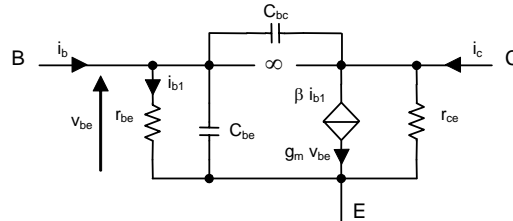
$$\begin{cases} I_E = I_B + I_C \\ I_C = \beta I_B \\ |V_{BE}| \cong 0.6 \text{ à } 0.7 \text{ V} \end{cases}$$



Régime dynamique aux faibles signaux

Modèle linéarisé

$$\begin{cases} r_{be} = \frac{U_T}{I_{B_0}} = \frac{U_T}{I_{C_0}} \beta \\ r_{ce} = \frac{V_A + V_{CE_0}}{I_{C_0}} \cong \frac{V_A}{I_{C_0}} \end{cases} \text{ et } \begin{cases} g_m = \frac{\beta}{r_{be}} \\ C_{be} + C_{bc} = \frac{I_{C_0}}{2\pi U_T f_t} \end{cases}$$



Données du constructeur :  $\beta$  (valeur typique acceptable en régimes statique et dynamique),  $C_{bc}$  (capacité de transition),  $f_t$  (fréquence de transition),  $V_A$  (tension d'Early supposée grande devant  $V_{CE_0}$ ).

Tableau récapitulatif sur le choix du modèle du composant en fonction du régime étudié

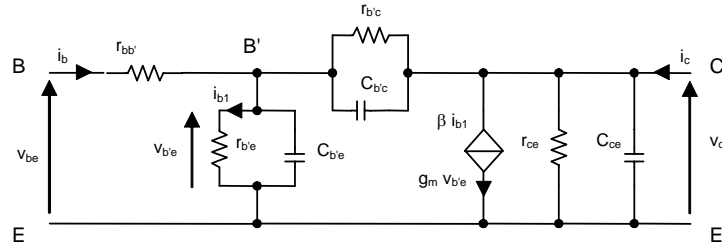
		diode	JFET	JBT
Régime continu	modèle linéaire par morceaux	$V_D = R_D I_D + V_\gamma$		$ V_{BE}  \cong 0.6 \text{ V}, I_C = \beta I_B$
	modèle mathématique	$I_D \cong I_S \left( e^{\frac{V_D}{U_T}} - 1 \right)$	$I_D = I_{DSS} \left( 1 - \left  \frac{V_{GS}}{V_P} \right  \right)^2$	$I_C \cong \beta I_{BS} e^{\frac{ V_{BE} }{U_T}}$ (mode actif direct)
Régime dynamique	modèle faibles signaux aux fréquences basses et moyennes	$r_d = \frac{U_T}{I_{D_0}}, r_i = \infty$	$g_m = \pm \frac{2}{V_P} \sqrt{I_D I_{DSS}}$ $r_{ds}$	$g_m = \frac{\beta}{r_{be}}$ $r_{be} = \frac{U_T}{I_{C_0}} \beta, r_{ce} \cong \frac{V_A}{I_{C_0}}$
	aux fréquences hautes	$C_d, C_t$	$C_{gs}, C_{gd}$	$C_{be} \cong \frac{I_{C_0}}{2\pi U_T f_t} - C_{bc}$
Données constructeur		$R_d, V_\gamma, C_d, C_t$	$I_{DSS}, V_P, r_{ds}, C_{gs}, C_{gd}$	$\beta, V_A, C_{bc}, f_t$
Hypothèses simplificatrices		$V_D \cong -V_Z$ pour zener ( $R_Z = 0$ )		$ V_{BE}  \cong V_\gamma, R_D = 0$ $V_A \gg V_{CE_0}$

- Transistors technologiquement identiques : mêmes  $\beta, I_{BS}$  pour les JBT ou mêmes  $I_{DSS}, V_P$  pour les JFET au sein du modèle non linéaire en régime continu ; pour le JBT en mode actif direct du modèle Ebers-Moll, l'expression du transfert est simplifiée

$$I_C = \beta I_{BS} e^{\frac{|V_{BE}|}{U_T}} \left( 1 + \frac{|V_{CE_0}|}{V_A} \right) \cong \beta I_{BS} e^{\frac{|V_{BE}|}{U_T}} \text{ avec } |V_{CE_0}| \ll V_A \text{ (tension d'Early).}$$

## Modèle de Giacioletto

En régime dynamique faibles signaux, le transistor bipolaire se comporte comme un quadripôle linéaire en hautes fréquences. Le schéma équivalent en montage émetteur commun, appelé encore schéma de Giacioletto, est représenté sur la figure suivante.



En premier lieu, on remarque l'introduction du point  $B'$  constituant le niveau de base vraie. On définit ainsi :

- $r_{bb'}$  comme étant la résistance extrinsèque de base située entre le foyer actif des porteurs  $B'$  et la connexion de base  $B$  ; sa valeur n'est pratiquement pas influencée par la température, ni par une variation de courant.
- $r_{cc'}$  et  $r_{ee'}$  représentation semblable au niveau des autres électrodes.

Les jonctions du transistor sont représentées sous la forme d'un schéma  $R$ - $C$  parallèle. Une capacité de jonction est la résultante de

- une capacité de transition dominante dans une polarisation inverse telle que sa valeur est d'autant plus faible que la tension aux bornes est plus grande,
- une capacité de diffusion, représentant le phénomène de diffusion des porteurs à l'intérieur de la jonction, caractérisé d'une part, par le temps de transit (ou temps moyen mis par un porteur « commandé » pour aller de l'entrée à la sortie, et d'autre part, par la dispersion du flux des porteurs, dépendante du phénomène de recombinaison et des répulsions mutuelles qui conduit, tout compte fait, à une dispersion sur le temps de transit moyen (il faut souligner ici que l'assimilation du mécanisme de diffusion à une capacité n'est admissible que pour des fréquences beaucoup plus faibles que l'inverse du temps moyen).

Ainsi, la jonction base vraie - émetteur est une jonction polarisée dans le sens passant et sa modélisation est la suivante :

- $r_{b'e}$  est la résistance dynamique de la jonction vue de la base vraie ; sa valeur est inversement proportionnelle au courant de polarisation, donc dépendante du point de repos choisi, et varie avec la température  $r_{b'e} = \frac{U_T}{I_{B_0}} = \frac{U_T}{I_{C_0}} \beta$  avec  $U_T \cong 25 \text{ mV}$ ,
- $C_{b'e}$  est la capacité de la jonction modélisant le phénomène de diffusion; sa valeur est proportionnelle au courant de polarisation, donc dépendante du point de repos choisi, et varie avec la température  $C_{b'e} \cong \frac{I_{C_0}}{2\pi f_t U_T} - C_{b'c}$ .

La jonction base vraie - collecteur est une jonction polarisée dans le sens bloquant et sa modélisation est la suivante :

- $r_{b'c}$  est la résistance dynamique de la jonction polarisée en inverse (valeur très importante),
- $C_{b'c}$  est la capacité de la jonction modélisant le phénomène de transition.

Il est intéressant de noter que ces éléments constituent le circuit de couplage entre l'entrée et la sortie du transistor.

Il ne reste plus qu'à considérer ce qui se passe entre les électrodes du collecteur et de l'émetteur. Ceci est plus délicat à modéliser puisqu'il n'y a pas de jonction :

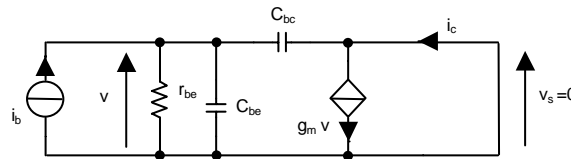
- $r_{ce}$  est la résistance dynamique qui définit grossièrement la résistance de sortie du transistor ; sa valeur peut être approchée par la tension d'Early  $V_A$  telle que  $r_{ce} \cong V_A / I_{C_0}$  si  $V_A \gg V_{CE_0}$ ,
- $C_{ce}$  est une capacité extrinsèque que l'on peut caractériser de type électrostatique (très faible).

La source de courant dépendante est liée aux variables de la branche supportant  $r_{b'e}$  illustre l'effet amplificateur du transistor. Dans cette représentation, le courant commandé est proportionnel à la tension  $v_{b'e}$  par le facteur  $g_m$  (pente interne du transistor) ou au courant traversant la résistance de jonction par le facteur  $\beta$  (gain en courant). Le relation liant les deux facteurs est  $g_m = \beta / r_{b'e}$ .

De façon pratique, cette modélisation du transistor n'est valable que pour des fréquences inférieures à la fréquence de transition, ceci à cause de la représentation du mécanisme de diffusion sous la forme d'une simple capacité. D'autre part, on considère que l'on peut négliger les influences de  $r_{b'c}$  et  $C_{ce}$  qu'on assimile à des circuits ouverts et l'influence de  $r_{bb'}$  qu'on assimile à un court-circuit. Les points B et B' étant confondus, les paramètres  $r_{b'e}$ ,  $C_{b'e}$ ,  $C_{b'c}$  s'identifient à  $r_{be}$ ,  $C_{be}$ ,  $C_{bc}$ . L'influence de la résistance  $r_{ce}$  peut être négligée qu'à condition que la charge soit faible.

**Evaluation du paramètre  $C_{be}$  du modèle**

Soit le montage émetteur commun excité en courant et chargé par un court-circuit ( $R_{ch} \ll r_{ce}$ ).



Il est nécessaire d'écrire l'expression du paramètre hybride  $h_{21_e}(\rho) = \frac{i_c}{i_b} = \beta(\rho)$

Equations de nœuds  $\rightarrow \begin{cases} i_b = v \left( \frac{1}{r_{b'e}} + C_{be}\rho + C_{bc}\rho \right) \\ i_c = v(g_m - C_{bc}\rho) \end{cases}$

$$\beta(\rho) = \beta_0 \frac{1 - \frac{\rho}{\omega_z}}{1 + \frac{\rho}{\omega_\beta}} \quad \text{avec } \omega_z = \frac{g_m}{C_{bc}} \quad \text{et } \omega_\beta = \frac{1}{r_{be}(C_{be} + C_{bc})} \quad (\omega_\beta \ll \omega_z)$$

La fréquence de transition  $f_t$  est la fréquence à laquelle le gain en courant en court-circuit d'un émetteur commun a une amplitude unité :

$$\beta(\rho) \cong \frac{\beta_0}{1 + \frac{\rho}{\omega_\beta}} \quad \text{pour } \omega \leq \omega_t \quad \Rightarrow \quad |\beta(j\omega_t)| \cong \frac{\beta_0}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega_t}{\omega_\beta}\right)^2}} \quad \Rightarrow \quad 1 \cong \beta_0 \frac{\omega_\beta}{\omega_t} \quad \text{car } \omega_\beta \ll \omega_t$$

soit  $1 \cdot f_t \cong \beta_0 f_\beta$  (produit gain en courant x fréquence de coupure haute constant pour un système passe-bas du premier ordre), d'où l'expression de la capacité de diffusion :

$$C_{be} \cong \frac{g_m}{2\pi f_t} - C_{bc} \quad (\beta, f_t, C_{bc} \text{ données constructeur}).$$

### Méthode de travail pour la caractérisation linéaire d'un étage différentiel

Cette méthode de travail est valable pour un étage différentiel à structure symétrique (charges identiques). Si les charges sont différentes (résistances ou miroir de courant), la méthode reste valable à condition que les transistors attaquent les charges en courant ( $r_{ce} = \infty$ ).

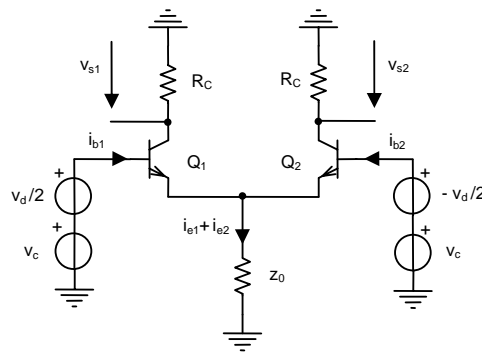
Les sources de tension à l'entrée de l'étage se décomposent chacune en deux sources mises en série, faisant apparaître des composantes propres à un régime différentiel et à un régime de mode commun :

$$v_1 = \frac{V_1 - V_2}{2} + \frac{V_1 + V_2}{2} = \frac{V_d}{2} + V_c, \quad v_2 = -\frac{V_1 - V_2}{2} + \frac{V_1 + V_2}{2} = -\frac{V_d}{2} + V_c.$$

Le circuit étant linéaire, ces deux régimes sont étudiés séparément par application du théorème de superposition en effectuant deux étapes :

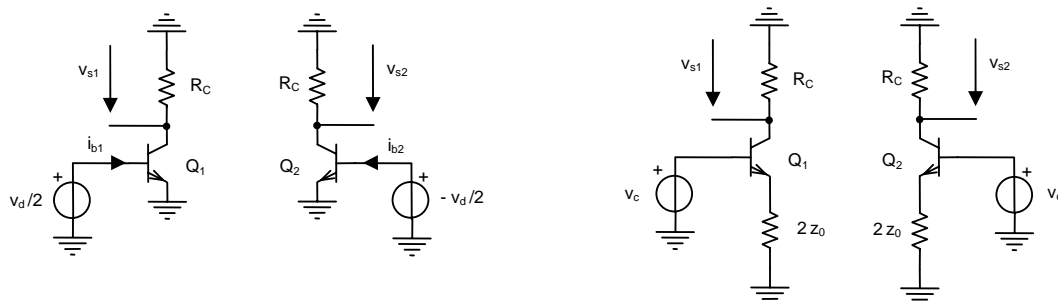
- ① l'étude du régime différentiel issu d'une attaque symétrique ( $\pm v_d/2$ ), les sources de mode commun étant éteintes ( $v_c = 0$ ), permettant de caractériser les performances  $A_d, Z_d, Z_s$ ,
- ② l'étude du régime de mode commun issu d'une attaque parallèle ( $+v_c$ ), les sources différentielles étant éteintes ( $v_d = 0$ ), permettant de caractériser les performances  $A_c, Z_c$ .

➤ Exemple d'un amplificateur différentiel classique (résistances de charge identiques)



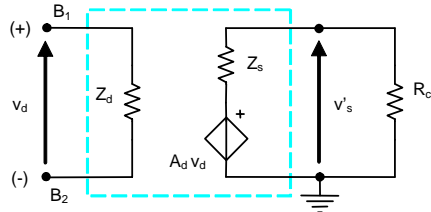
Les transistors  $Q_1, Q_2$  étant supposés technologiquement identiques, les courants d'entrées se retrouvent, à une même proportionnalité près, sommés dans la résistance commune d'émetteur  $z_0$ . Si les courants sont issus d'une attaque en tension symétrique ( $i_{b1} = -i_{b2}$ ), il ne passe aucun courant dans  $z_0$  et les émetteurs des transistors sont à la masse. Si les courants sont issus d'une attaque en tension parallèle ( $i_{b1} = i_{b2}$ ), le courant dans  $z_0$  est égal à  $2i_e$ , en posant  $i_{e1} = i_{e2} = i_e$ , et la résistance vue par le courant d'émetteur de  $Q_1$  ou  $Q_2$  est  $2z_0$ .

Cela fait apparaître deux demi-schémas dans chacun des régimes.

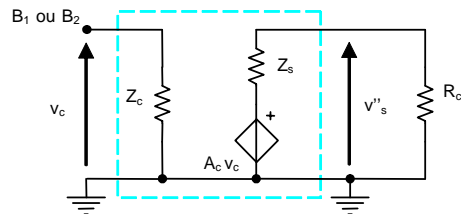


De façon générale, pour chacune des études, le choix du demi-schéma s'imposera selon la sortie envisagée (sortie vers l'étage suivant par exemple). Dans le cas présent où les charges de collecteurs sont égales, il n'apparaît qu'une différence dans les performances, à savoir le signe du gain en tension sur le schéma de gauche.

La représentation de l'amplificateur dans son régime purement différentiel est une source de tension contrôlée par la tension différentielle appliquée sur la branche contrôlante supportant  $Z_d$ .



De même, la représentation de l'amplificateur dans son régime de mode commun est une source de tension contrôlée par la tension de mode commun appliquée sur la branche contrôlante supportant  $Z_c$ , schéma vu des bases de  $Q_1$  ou  $Q_2$ .



## Méthode de travail pour la caractérisation linéaire d'un circuit complexe

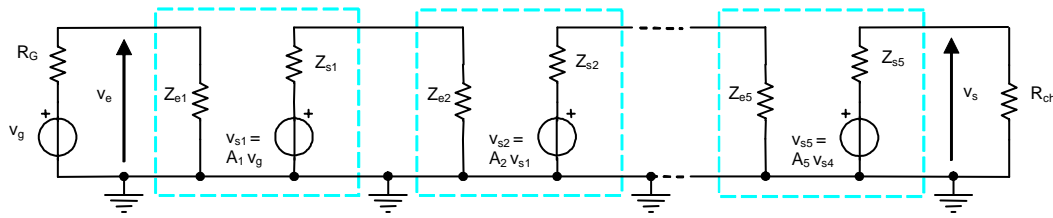
Dans le cadre d'étude en régime dynamique (faibles signaux), la méthode consiste à découper le circuit en étages élémentaires. Pour chaque étage en cascade, le dipôle de sortie, représenté par son schéma équivalent de Thévenin ou Norton à vide, est à l'image d'un générateur d'attaque pour l'étage suivant et ainsi de suite.

Deux étapes sont nécessaires :

- ① La première étape permet l'évaluation du transfert en tension à vide, ou du courant de court-circuit selon le cas, et la résistance de sortie du circuit, fournissant ainsi un dipôle équivalent sous la forme Thévenin ou Norton. La procédure commence par l'obtention du dipôle équivalent relatif au premier étage attaqué par l'équivalent de Thévenin ou Norton, l'étage suivant étant non connecté. Le dipôle obtenu attaque l'étage suivant dans les mêmes conditions de charge et la procédure se poursuit jusqu'au dernier étage non chargé.
- ② La deuxième étape permet l'évaluation de la résistance d'entrée du circuit. La procédure de calcul considère le dernier étage chargé dont on évalue la résistance d'entrée (résistance de Thévenin ou Norton du dipôle). La résistance obtenue servira de charge pour l'étage précédent dont on évalue la résistance d'entrée et la procédure se poursuit jusqu'au premier étage.

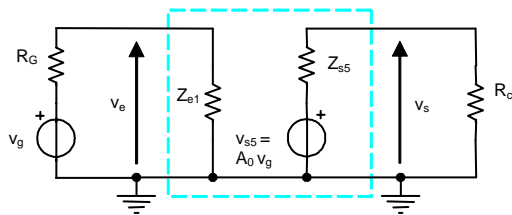
Ainsi, la résistance d'entrée du premier étage est la résistance d'entrée du circuit, la résistance de sortie du dernier étage est la résistance de sortie du circuit non chargé et le transfert à vide ou en court-circuit en sortie du montage est le produit des gains élémentaires puisque l'atténuation inter-étages a été prise en compte par la présence de la résistance du dipôle d'attaque.

Exemple d'un amplificateur de tension à cinq étages en cascade



Le circuit d'attaque est représenté sous la forme d'un dipôle de Thévenin ( $R_G, v_g$ ) et la résistance  $R_{ch}$  est la charge terminale.

Nous aboutissons au schéma suivant produisant une résistance d'entrée fermant la maille du circuit d'attaque et un dipôle de Thévenin branché sur la charge.



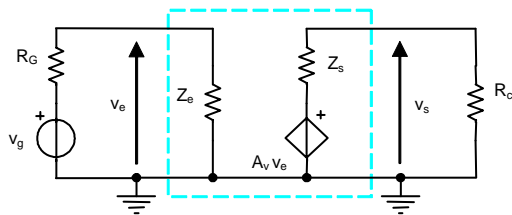
Les impédances d'entrée et de sortie de l'amplificateur sont respectivement  $Z_e = Z_{e1}$  et  $Z_s = Z_{s5}$ .

Le gain en tension est  $A_0 = \frac{v_{s5}}{v_g} = \prod_{i=1}^5 A_i$  à vide et  $v_s = A_0 v_g \frac{R_{ch}}{R_{ch} + Z_s}$  en charge.

La représentation d'un amplificateur à transfert quelconque (tension, courant, résistance de transfert, conductance de transfert) fait apparaître un modèle utilisant une source contrôlée de tension ou de courant, associée à une branche contrôlante supportant une impédance.

Exemple de l'amplificateur de tension précédent

Dans ce cas, la source liée de tension est commandée par  $v_e$ , tension aux bornes de la branche contrôlante supportant la résistance d'entrée  $Z_e$  du quadripôle.



Le transfert en tension doit être calculé à nouveau en tenant compte du pont résistif en entrée.

$$A_0 v_g = A_0 \frac{Z_e + R_G}{Z_e} v_e \Rightarrow A_v = A_0 \left( 1 + \frac{R_G}{Z_e} \right) \text{ (non chargé)}$$

## Méthode de travail pour la réponse en fréquence (approximation du pôle dominant)

La méthode, dite par « approximation du pôle dominant » proposée ici, permet une détermination plus directe de la bande passante d'un amplificateur à large bande dans le cadre d'une étude en régime dynamique aux faibles signaux. La stabilité du système peut aussi être discutée dans le cadre de la réponse aux fréquences hautes (marge de phase).

Considérons un circuit linéaire constitué de résistances, de condensateurs et de sources liées. Le nombre de pôles de la fonction de transfert associée au circuit égale le nombre de condensateurs indépendants (ordre du système). Dans le cas d'une fonction de transfert à pôles réels, celle-ci s'écrit pour un ordre  $n$  :

$$H(p) = H_0 \frac{N(p)}{\left(1 + \frac{p}{\omega_1}\right) \left(1 + \frac{p}{\omega_2}\right) \left(1 + \frac{p}{\omega_3}\right) \dots} = H_0 \frac{N(p)}{1 + a_1 p + a_2 p^2 + a_3 p^3 + \dots}$$

avec  $a_1 = \frac{1}{\omega_1} + \frac{1}{\omega_2} + \dots$ ,  $a_2 = \frac{1}{\omega_1 \omega_2} + \frac{1}{\omega_1 \omega_3} + \frac{1}{\omega_2 \omega_3} + \dots$ , etc et  $N(p)$  polynôme d'ordre  $\leq n$ .

Nous ne nous intéressons qu'aux coefficients  $a_1$  et  $a_2$  en vue de l'application de la méthode dite de l'« approximation du pôle dominant » détaillée plus bas. La forme analytique ci-dessus montre que ces coefficients sont égaux respectivement à une somme et à un produit de constantes de temps qui peuvent s'écrire de la manière suivante :

$a_1 = \sum_{i=1}^k R_i^0 C_i$  : somme de toutes les constantes de temps à vide du circuit, avec  $k$  le nombre de tous

les condensateurs du schéma et  $R_i^0$  la résistance vue par  $C_i$  à fréquence nulle. La notation adoptée pour les résistances  $R_i^0$  est la suivante : l'indice donne la référence de la capacité  $C_i$  aux bornes de laquelle la résistance est calculée et l'exposant indique que le calcul est effectué à fréquence nulle, tous autres les condensateurs étant assimilés à des circuits ouverts.

$a_2 = \sum R_i^0 C_i \cdot R_j^i C_j$  avec  $R_i^0 C_i \cdot R_j^i C_j = R_j^0 C_j \cdot R_i^j C_i$  : somme pour toutes les paires possibles de capacités avec  $R_j^i$  la résistance vue par  $C_j$  lorsque  $C_i$  est court-circuitée, les autres condensateurs étant assimilés à des circuits ouverts. La notation adoptée pour les résistances  $R_j^i$  est la suivante : l'indice donne la référence de la capacité  $C_j$  aux bornes de laquelle la résistance est calculée et l'exposant indique que le calcul est effectué à fréquence nulle, tous les autres condensateurs étant assimilés à des circuits ouverts à l'exception du condensateur  $C_j$  assimilé à un court-circuit. Quant au choix de la constante de temps à vide  $R_j^0 C_j$  ou en court-circuit  $R_i^j C_j$ , il résulte de la topologie du circuit présentant le calcul le plus commode.

Notons enfin que les expressions analytiques de ces coefficients correspondent exactement à celles obtenues par la méthode traditionnelle de mise en équations. Ainsi, l'écriture d'une fonction de transfert du second ordre est plus rapide par cette méthode des constantes de temps.

### Approximation du pôle dominant

Hypothèse : la fonction de transfert est supposée à pôles réels et présente une pulsation  $\omega_1$ , issue du pôle provoquant la coupure à  $-3$  dB, nettement éloignée des pulsations issues des autres pôles et zéros.

- Exemple d'un système passe-bas du second ordre (réponse aux fréquences hautes)

La fonction de transfert est de la forme

$$H(p) = \frac{H_0}{\left(1 + \frac{p}{\omega_1}\right)\left(1 + \frac{p}{\omega_2}\right)} = \frac{H_0}{1 + a_1 p + a_2 p^2} \quad \text{avec } a_1 = \frac{1}{\omega_1} + \frac{1}{\omega_2} \text{ et } a_2 = \frac{1}{\omega_1 \omega_2}.$$

$$\text{Posons } \varepsilon = \frac{\omega_1}{\omega_2} \Rightarrow \begin{cases} a_1 = \frac{1}{\omega_1}(1 + \varepsilon) \\ a_2 = \frac{a_1}{\omega_2(1 + \varepsilon)} \end{cases}, \text{ si } \omega_1 \ll \omega_2 \ (\varepsilon \ll 1) \Rightarrow \begin{cases} \omega_1 \cong \frac{1}{a_1} \\ \omega_2 \cong \frac{a_1}{a_2} \end{cases}.$$

Notons que l'hypothèse  $\omega_1 \ll \omega_2$  sous-estime la valeur du pôle dominant  $\omega_1$  et surestime la valeur de  $\omega_2$ . L'approximation sera d'autant plus précise que  $\omega_1$  est distant des autres pôles et zéros (les zéros étant au-delà de deux décades du pôle dominant).

Dans le cas présent où le circuit présente deux condensateurs indépendants  $C_1$  et  $C_2$ , les coefficients s'écrivent  $a_1 = R_1^0 C_1 + R_2^0 C_2$  et  $a_2 = R_1^0 C_1 R_2^1 C_2 = R_1^2 C_1 R_2^0 C_2$ .

$$f_1 \cong \frac{1}{2\pi(R_1^0 C_1 + R_2^0 C_2)} \ (f_h \cong f_1) \text{ et } f_2 \cong \frac{1}{2\pi} \frac{R_1^0 C_1 + R_2^0 C_2}{R_1^0 C_1 R_2^1 C_2} = \frac{1}{2\pi} \frac{R_1^0 C_1 + R_2^0 C_2}{R_1^2 C_1 R_2^0 C_2} = \frac{1}{2\pi R_2^1 C_2} + \frac{1}{2\pi R_1^2 C_1}.$$

L'inverse de la fréquence de coupure haute  $f_h$  à 3 dB est approché par la somme des inverses des fréquences de coupure produites par chaque capacité, les autres étant assimilées à un circuit ouvert.

• Exemple d'un système passe-haut du second ordre (réponse aux fréquences basses)

La fonction de transfert est de la forme

$$H(p) = H_0 \frac{\left(1 + \frac{p}{\omega_3}\right) \frac{p}{\omega_4}}{\left(1 + \frac{p}{\omega_1}\right)\left(1 + \frac{p}{\omega_2}\right)} = H_0 \frac{\left(1 + \frac{p}{\omega_3}\right) \frac{p}{\omega_4}}{1 + a_1 p + a_2 p^2} \quad \text{avec } a_1 = \frac{1}{\omega_1} + \frac{1}{\omega_2}, \ a_2 = \frac{1}{\omega_1 \omega_2}, \ \omega_1 \omega_2 = \omega_3 \omega_4.$$

$$\text{si } \omega_1 \gg \omega_2 \Rightarrow \omega_1 \cong \frac{a_1}{a_2} \text{ (surestimé)}, \ \omega_2 \cong \frac{1}{a_1} \text{ (sous-estimé)}$$

Nous obtenons les expressions duales du cas précédent :

$$f_1 \cong \frac{1}{2\pi} \frac{R_1^0 C_1 + R_2^0 C_2}{R_1^1 C_1 R_2^1 C_2} = \frac{1}{2\pi R_2^1 C_2} + \frac{1}{2\pi R_1^1 C_1} \ (f_b \cong f_1) \text{ et } f_2 \cong \frac{1}{2\pi(R_1^0 C_1 + R_2^0 C_2)}$$

La fréquence de coupure basse  $f_b$  à 3 dB est approchée par la somme des fréquences de coupure associées à chaque condensateur, l'autre étant assimilé à un court-circuit. En généralisant à plus de deux condensateurs, nous pouvons écrire l'équation suivante :

$$f_b \cong \sum_{i=1}^n \frac{1}{2\pi R_i^\infty C_i} = \sum_{i=1}^n f_{b_i}$$

où  $R_i^\infty$  est la résistance vue par  $C_i$  lorsque les autres condensateurs sont court-circuités (calcul effectué à fréquence infinie). La fréquence de coupure à 3 dB est approchée par simple addition des fréquences de coupure à 3 dB produites indépendamment par chaque condensateur du circuit.



## Méthode de travail pour l'étude de la stabilité des systèmes bouclés

### Définition

Un système asservi linéaire est dit stable si, lorsqu'il est écarté momentanément de l'état d'équilibre par une perturbation, il y revient lorsque la perturbation disparaît.

### Conditions réelles d'un bon fonctionnement

Les conditions précitées ne sont valables que dans le domaine de la théorie et en régime établi. Un système asservi doit conserver ses performances en régime transitoire, ce qui impose de nouvelles conditions que l'on peut présenter par deux méthodes d'études couramment rencontrées.

**1° méthode** : étude des diagrammes de Bode de la fonction en boucle ouverte  $G(j\omega)B(j\omega)$ . Le système est en boucle ouverte. Pour  $|G(j\omega)B(j\omega)| = 1$ , il faut une marge de phase  $\phi_M$  minimale de  $45^\circ$ , c'est-à-dire  $\arg[G(j\omega)B(j\omega)] \leq -135^\circ$ . On peut aussi utiliser la marge de gain de  $-10$  dB lorsque  $\arg[G(j\omega)B(j\omega)] = -180^\circ$ , qui est plus rarement utilisée en électronique.

**2° méthode** : étude de la fonction de transfert en boucle fermée  $H(p)$ . Le système est en boucle fermée et la méthode demande de connaître l'analytique de la fonction  $H(p)$ . Si l'ordre de la fonction est important, l'étude devient rapidement difficile et on se rabat vers le tracé de Bode. Sinon, toute fonction réelle peut se décomposer en produits de fonctions du premier et du second ordre (formes canoniques) :

$$H(p) = \frac{\prod \left( 1 + \frac{p}{\omega_i} \right) \left( 1 + \frac{2\zeta_l p + \frac{p^2}{\omega_l^2}}{\omega_l} \right)}{\prod \left( 1 + \frac{p}{\omega_j} \right) \left( 1 + \frac{2\zeta_k p + \frac{p^2}{\omega_k^2}}{\omega_k} \right)}$$

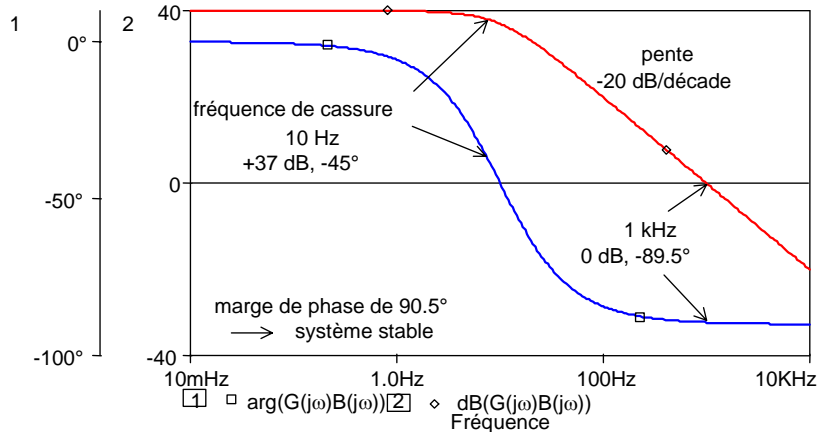
Les coefficients d'amortissement  $\zeta$  des fonctions du second ordre doivent être plus grands ou égaux à 0.5 (pour les circuits électroniques). Ainsi, pour  $\phi_M = 45^\circ$  (1° méthode) correspond à peu près  $\zeta = 0.5$  (2° méthode) et la réponse impulsionnelle du système asservi produit un dépassement (overshoot) d'un peu moins de 20% de l'impulsion excitatrice (ou éventuellement d'un échelon).

☛ Exemple d'un amplificateur linéaire intégré en contre-réaction tension-tension

$$G(p) = \frac{10^5}{1 + \frac{p}{62.8}}, \quad B(p) = \frac{1}{1000}$$

**1° méthode**  $G(p)B(p) = \frac{100}{1 + \frac{p}{62.8}}$

A la fréquence de 1 kHz (0 dB), la marge de phase est  $\phi_M = 90^\circ$ . Le système est stable (on ne peut définir une marge de gain car la phase ne peut atteindre  $-180^\circ$ ).



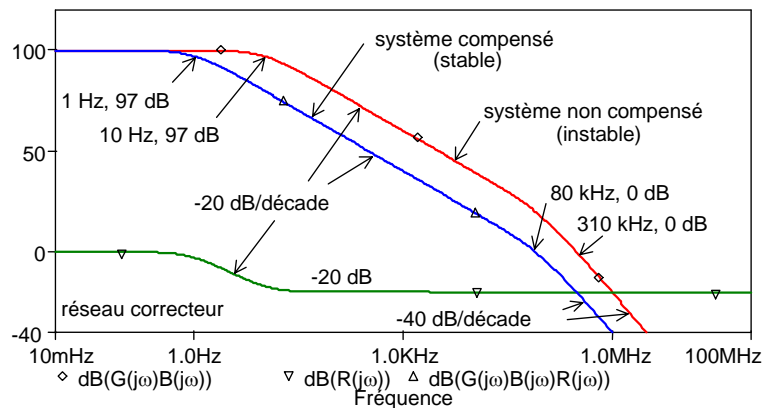
2° méthode 
$$H(p) = \frac{10^5}{101 + \frac{p}{62.8}} \cong \frac{1000}{1 + \frac{p}{6280}}$$

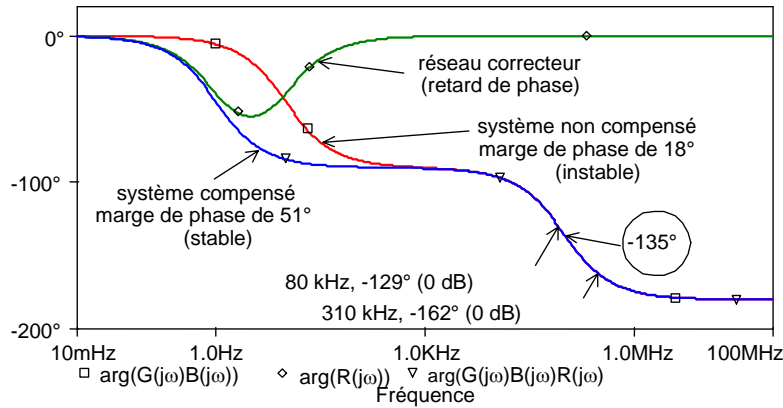
Un système asservi du premier ordre est inconditionnellement stable.

☛ Exemple d'un amplificateur linéaire intégré de tension monté en suiveur

$$G(p) = \frac{10^5}{\left(1 + \frac{p}{62.8}\right)\left(1 + \frac{p}{6.28 \cdot 10^5}\right)}, \quad B(p) = 1$$

1° méthode 
$$G(p)B(p) = \frac{10^5}{\left(1 + \frac{p}{62.8}\right)\left(1 + \frac{p}{6.28 \cdot 10^5}\right)}$$





A la fréquence de 310 kHz (0 dB), la marge de phase est  $\phi_M = 18^\circ$ , donc très inférieure à  $45^\circ$ . Le système est inutilisable car oscillatoire amorti.

**2° méthode** 
$$H(p) = \frac{10^5}{1 + 10^5 + \frac{p}{62.8} + \frac{p}{6.28 \cdot 10^5} + \frac{p^2}{6.28^2 \cdot 10^6}} \cong \frac{1}{1 + \frac{p}{62.8 \cdot 10^5} + \frac{p^2}{6.28^2 \cdot 10^{11}}}$$

On identifie à la forme canonique :  $\omega_n = 210^6 \text{ rad/s}$  ou encore  $f_n = 316 \text{ kHz}$  et  $\zeta \cong 0.16$ . La faible valeur de  $\zeta$  indique que le système est oscillatoire amorti. La fonction de transfert  $H(p)$  du système asservi correspond à un amplificateur opérationnel monté en suiveur (retour unitaire) instable (rapide).

Cette deuxième application montre un système instable présentant deux pôles au-dessus de l'axe 0 dB (sans présence de zéro). La stabilité peut être retrouvée, par exemple, par déplacement des pôles en utilisant des réseaux correcteurs afin d'obtenir une marge de phase correcte ( $\phi_M \geq 45^\circ$ ). L'utilisation d'un réseau correcteur passif  $R(p)$ , dit à retard de phase, est la solution retenue ici. Mis en cascade avec les autres blocs, le but est de positionner le deuxième pôle de  $G(p)B(p)$  sur l'axe 0 dB ( $-135^\circ$ ). Pour cela, le zéro de  $R(p)$  inhibe le premier pôle de  $G(p)B(p)$  et le pôle de  $R(p)$  devient le nouveau premier pôle de  $G(p)B(p)$  à déplacer vers la gauche (ici d'une décade).

On vérifie la stabilité du système par les deux méthodes.

**1° méthode** 
$$G(p)B(p)R(p) = \frac{10^5}{\left(1 + \frac{p}{6.28}\right)\left(1 + \frac{p}{6.28 \cdot 10^5}\right)} \text{ avec } R(p) = \frac{1 + \frac{p}{62.8}}{1 + \frac{p}{6.28}}$$

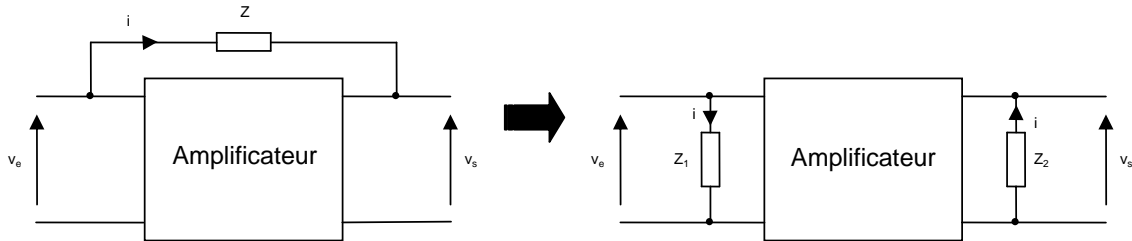
La marge de phase est alors  $\phi_M = 51^\circ$  (voir tracés précédents).

**2° méthode** 
$$H(p) = \frac{10^5}{1 + 10^5 + \frac{p}{6.28} + \frac{p}{6.28 \cdot 10^5} + \frac{p^2}{6.28^2 \cdot 10^5}} \cong \frac{1}{1 + \frac{p}{6.28 \cdot 10^5} + \frac{p^2}{6.28^2 \cdot 10^{10}}}$$

On identifie à la forme canonique :  $\omega_n = 6.28 \cdot 10^5 \text{ rad/s}$  ou encore  $f_n = 100 \text{ kHz}$  et  $\zeta = 0.5$ . La valeur de  $\zeta$  est bien en accord avec la marge de phase.

### Transformation de schéma par application du théorème de Miller

Le théorème de Miller s'applique sur une topologie très spécifique reconnaissable par une impédance branchée entre l'entrée et la sortie d'un amplificateur attaqué en tension. L'application du théorème transforme le schéma original en un schéma plus simple à traiter analytiquement grâce à la disparition de la contre-réaction. La mise en équations du circuit sera alors plus directe pour le calcul du transfert et de l'impédance d'entrée du circuit considéré.

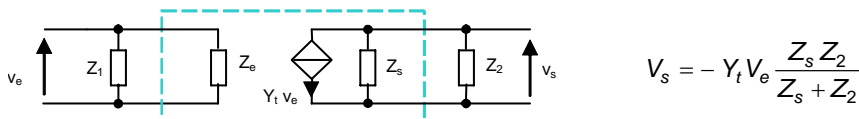


$$\begin{cases} V_e(p) - V_s(p) = Z(p)I(p) \\ a_v(p) = \frac{V_s(p)}{V_e(p)} \end{cases} \quad V_e(p)[1 - a_v(p)] = Z(p)I(p) \Rightarrow Z_1(p) = \frac{V_e(p)}{I(p)} = \frac{Z(p)}{1 - a_v(p)}$$

$$-V_s(p) \left[ 1 - \frac{1}{a_v(p)} \right] = Z(p)I(p) \Rightarrow Z_2(p) = \frac{V_s(p)}{-I(p)} = \frac{Z(p)}{1 - \frac{1}{a_v(p)}}$$

L'attaque en tension ne peut correspondre qu'à un amplificateur de tension ou un amplificateur à admittance de transfert.

Si l'amplificateur est caractérisé par ses paramètres d'admittance de transfert ( $Z_e, Z_s, Y_t$ ), nous obtenons (en allégeant la notation de Laplace ne faisant pas apparaître le terme (p) des variables) :

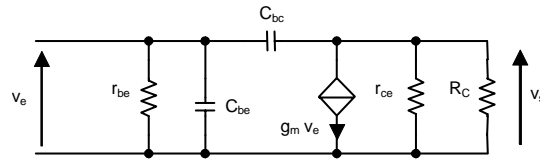


$$a_v = \frac{V_s}{V_e} = -Y_t \frac{Z_s Z}{\left(1 - \frac{1}{a_v}\right) Z_s + Z} \Rightarrow a_v = \frac{-Y_t Z_s Z + Z_s}{Z_s + Z} \text{ et } Z_1 = \frac{Z}{1 - \frac{-Y_t Z_s Z + Z_s}{Z_s + Z}} = \frac{Z}{1 + Y_t Z_s} + \frac{Z_s}{1 + Y_t Z_s}$$

L'impédance ramenée à l'entrée est l'association en série de deux impédances. Il est important de constater que  $Z_2$ , impédance de la branche ramenée en sortie, n'a d'utilité que pour définir le transfert en tension  $a_v$ . Le schéma transformé par le théorème de Miller ne conduit donc qu'aux expressions du transfert en tension  $a_v$  et de l'impédance d'entrée  $Z_1 // Z_e$ . L'impédance de sortie du circuit ne peut être calculée qu'à partir du circuit original.

☛ Exemple d'un émetteur commun en H.F.

$$\text{Identification : } Z = \frac{1}{C_{bc} p}, Y_t = g_m, Z_s = r_{ce} // R_C \cong R_C \text{ et } Z_e = r_{be} // \frac{1}{C_{be} p}$$



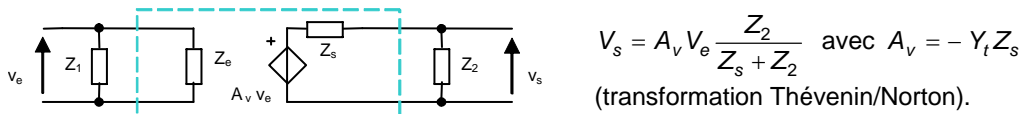
En régime sinusoïdal ( $p = j\omega$ ),

$$a_v(j\omega) = -g_m R_C \frac{1 - j\frac{\omega}{\omega_2}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_1}} \text{ avec } \omega_1 = \frac{1}{R_C C_{bc}} \text{ (p\^ole)}, \omega_2 = \frac{g_m}{C_{bc}} \text{ (z\^ero)} \text{ et } \omega_1 < \omega_2$$

d'où  $Z_1(j\omega) = \frac{1}{j\omega C_{bc}(1 + g_m R_C)} + \frac{R_C}{1 + g_m R_C}$ , association série d'une capacité  $C_1 = C_{bc}(1 + g_m R_C)$  et d'une résistance  $R_1 = \frac{R_C}{1 + g_m R_C}$ , branche en parallèle sur  $Z_e(j\omega)$ .

Pour des fréquences telles que  $f < f_1$ ,  $a_v = -g_m R_C$  (gain réel) et  $Z_1(j\omega) \cong \frac{1}{j\omega C_{bc}(1 + g_m R_C)}$ , c'est-à-dire que la capacité  $C_1 = C_{bc}(1 + g_m R_C)$  est uniquement ramenée en entrée.

Si l'amplificateur est caractérisé par ses paramètres de tension ( $Z_e, Z_s, A_v$ ), nous obtenons



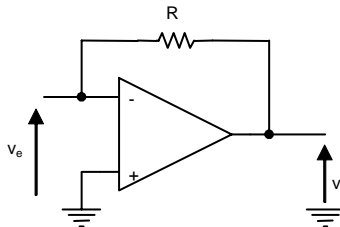
$$V_s = A_v V_e \frac{Z_2}{Z_s + Z_2} \text{ avec } A_v = -Y_t Z_s \text{ (transformation Thévenin/Norton).}$$

Cette même expression de départ conduit évidemment aux mêmes résultats qui s'écrivent

$$a_v = \frac{A_v Z + Z_s}{Z_s + Z} \text{ et } Z_1 = \frac{Z + Z_s}{1 - A_v}.$$

Ce dernier cas est plus explicite puisqu'il montre que l'impédance ramenée en entrée est l'impédance de sortie  $Z_s$  du quadripôle en série avec  $Z$ , divisée chacune par le terme  $(1 - A_v)$  où  $A_v$  est le gain en tension à vide du quadripôle non contre-réactionné.

• Exemple d'un amplificateur différentiel de tension



Identification :  $Z = R$ ,  $A_v = -A_d$ ,  $Z_s = R_s$  avec  $R_s \ll R$  et  $A_d \gg 1$

$$a_v = \frac{-A_d R + R_s}{R_s + R} \cong -A_d, R_1 = \frac{R + R_s}{1 + A_d} \cong \frac{R}{A_d} \text{ et faible résistance d'entrée } \frac{R}{A_d} // R_d \cong \frac{R}{A_d}$$

## Ouvrages spécialisés

- « Microélectronique », Tome 3 et 4, par J. Millman et A. Grabel (Mc Graw-Hill)
- « Principes et pratique de l'électronique », Tome 1, par F. de Dieuleveult et H. Fanet (Dunod)
- « Composants actifs discrets », Tomes 1 et 2, par M. Girard (Mc Graw-Hill)
- « Amplificateurs opérationnels », Tomes 1 et 2, par M. Girard (Mc Graw-Hill)
- « Amplificateurs de puissance », par M. Girard (Mc Graw-Hill)
- « Filtres actifs », par P. Bildstein (Editions Radio)

## Principaux symboles utilisés

$A_v$	gain d'un amplificateur de tension
$A_i$	gain d'un amplificateur de courant
$Z_t$	gain d'un amplificateur à résistance (impédance) de transfert
$Y_t$	gain d'un amplificateur à conductance (admittance) de transfert
$Z_e$	résistance (impédance) d'entrée d'un amplificateur
$Z_s$	résistance (impédance) de sortie d'un amplificateur
$\zeta$	coefficient d'amortissement
$\tau$	constante de temps de filtre
$\omega_n$	pulsation naturelle (pulsation propre non amortie)
$\omega_c$	pulsation de coupure à $-3$ dB
$\omega_{rip}$	pulsation définissant la bande d'ondulation d'un filtre passe-bas
$B(p)$	fonction de transfert de la chaîne de retour
$G(p)$	fonction de transfert de la chaîne directe
$H(p)$	fonction de transfert en boucle fermée
$R_G$	résistance de générateur
$v_G(t), i_G(t)$	tension, courant du générateur
$v_E(t), i_E(t)$	tension, courant d'entrée du montage
$v_S(t), i_S(t)$	tension, courant de sortie du montage

## Notations de variables

Superposition des régimes continu et dynamique aux faibles signaux :  $i_E(t) = I_{E_0} + i_e(t)$ ,  $v_E(t) = V_{E_0} + v_e(t)$ , .... avec  $I_{E_0}, V_{E_0}, \dots$  valeurs des variables en régime continu (polarisation),  $i_e(t), v_e(t), \dots$  variations (faibles signaux) des variables en régime dynamique.

Etude du régime pseudo-continu :  $I_E, V_E, V_D, \dots$  variations non linéaires des variables en régime continu (forts signaux)

Etude fréquentielle dans le plan de Bode ( $p = j\omega$ ) :  $I_E(p), V_E(p), \dots, Z_1(p), Y_1(p), \dots$  variables complexes et  $G(p), B(p), H(p)$  fonctions de transfert.