

Polytech'Montpellier
Département Electronique, Robotique &
Informatique Industrielle

Systèmes Electroniques Analogiques III

Pascal Nouet / 2009-2010

nouet@lirmm.fr



Objectifs

2



- **Rappels ERII 3**
 - Bases indispensables pour l'ingénieur électronicien
- **Conception de Systèmes Electroniques Analogiques**
 - Synthèse de filtres analogiques d'ordre supérieur à 2
 - Stabilité des systèmes électroniques rebouclés
 - techniques d'analyse
 - correction

Polytech'Montpellier
Département MicroElectronique &
Automatique

Systèmes Electroniques Analogiques III

Chapitre I : rappels ERII 3

Pascal Nouet / 2009-2010

nouet@lirmm.fr



Chapitre I : rappels ERII 3

4



- Généralités sur les systèmes électroniques analogiques
 - Notions élémentaires
 - Fonctions linéaires élémentaires
 - Fonction de transfert et représentations d'un système linéaire
 - Propriétés des systèmes bouclés
- Filtres actifs à base d'AOP
 - Cellules de Sallen & Key

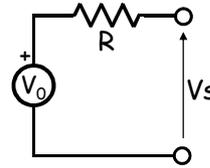
Sources indépendantes

5

Polytech'Montpellier
Niveau Polytech

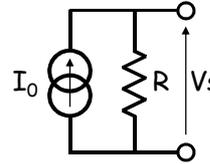
• Source de tension / générateur de Thévenin

- Générateur idéal
- Générateur réel
 - Résistance de sortie non nulle



• Source de courant / générateur de Norton

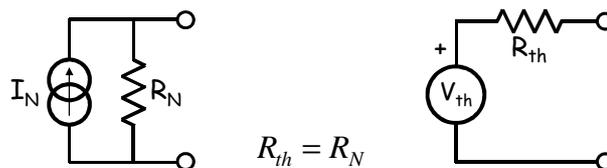
- Générateur idéal
- Générateur réel
 - Résistance de sortie finie



Equivalence Thévenin / Norton

6

Polytech'Montpellier
Niveau Polytech



$$V_{th} = R_N \cdot I_N = R_N \cdot I_{CC} = V_{CO}$$

- Exemple :

Chapitre I : rappels ERII 3

7

Polytech'Montpellier
Niveau Polytech

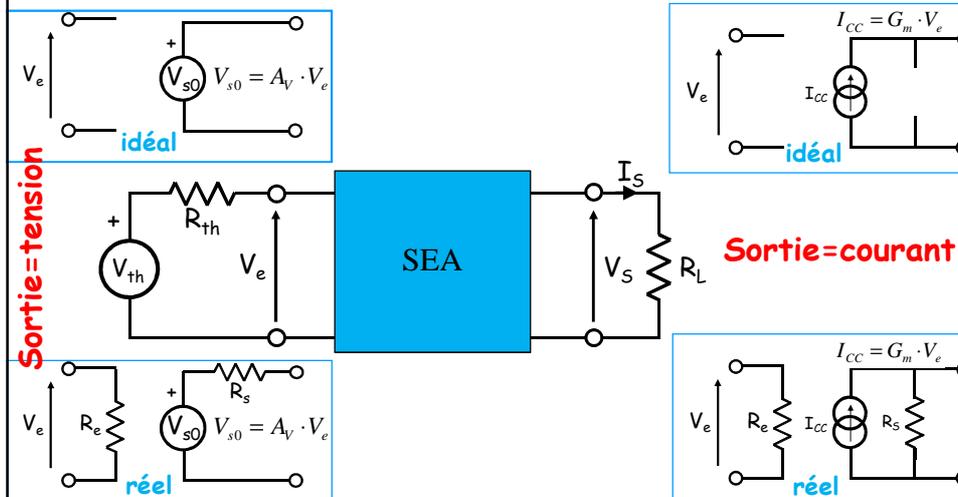
- Généralités sur les systèmes électroniques analogiques
 - Notions élémentaires
 - Fonctions linéaires élémentaires
 - Fonction de transfert et représentations d'un système linéaire
 - Propriétés des systèmes bouclés
- Filtres actifs à base d'AOP

Sources contrôlées

8

Polytech'Montpellier
Niveau Polytech

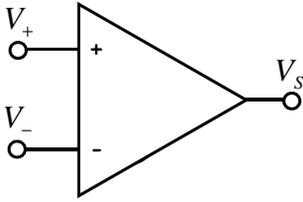
Les représentations (modélisations) d'un Système Electronique Analogique (Entrée=tension)



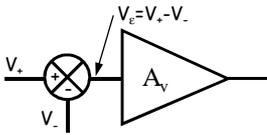
11

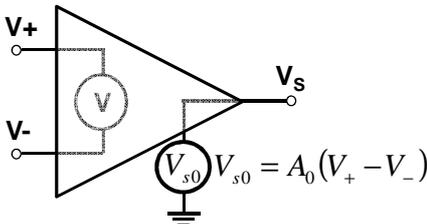
Polytech'Montpellier
Niveau Polytech

Cas particulier : l'AOP



Idéal :





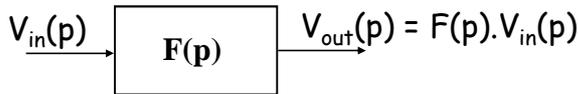
Réel ?

12

Polytech'Montpellier
Niveau Polytech

Filtrage

- Fonction de transfert



- Notion de gabarit
 - Passe-bas, passe-haut, passe-bande, réjecteur
- Ordre du filtre
- Type de filtre

Fonctions analogiques linéaires

13

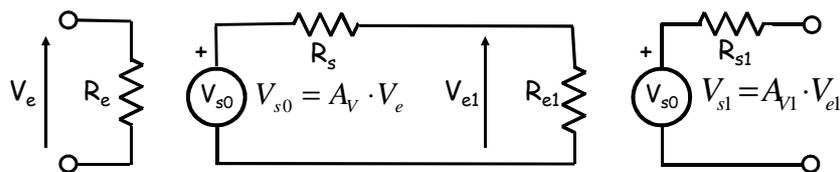
Polytech'Montpellier
Niveau Polytech

- Vu de l'extérieur un système :
 - est vu comme une résistance (impédance) par l'étage précédent
 - se comporte comme un générateur de Thévenin (Norton) pour l'étage suivant
- Limitations usuelles
 - Amplitude du signal de sortie (slew-rate, non linéarité, saturations, ...)
 - Fonction de la fréquence (filtrage, amplification sélective, produit gain-bande, ...)
 - Résistances de sorties et capacités parasites...

Transmission du signal et adaptation d'impédance

14

Polytech'Montpellier
Niveau Polytech



$$V_{el} = V_{s0} \frac{R_{el}}{R_{el} + R_s} \quad I_{el} = \frac{V_{s0}}{R_{el} + R_s} \quad P_{el} = (V_{s0})^2 \frac{R_{el}}{(R_{el} + R_s)^2}$$

- Cas où le signal à transmettre est une tension

$$V_{el} \text{ max} \Rightarrow R_{el} \rightarrow \infty$$

- Cas où le signal à transmettre est une puissance

$$P_{el} \text{ max} \Rightarrow R_{el} = R_s$$

Chapitre I : rappels ERII 3

15



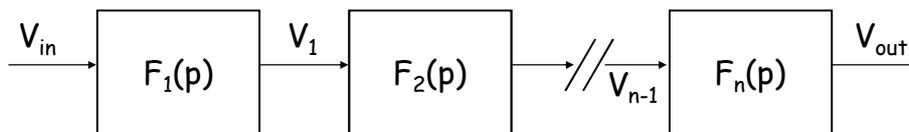
- Généralités sur les systèmes électroniques analogiques
 - Notions élémentaires
 - Fonctions linéaires élémentaires
 - Fonction de transfert et représentations d'un système linéaire
 - Propriétés des systèmes bouclés
- Filtres actifs à base d'AOP

Architecture d'un système linéaire

16



- Mise en cascade de systèmes (signal tension)



- Résistances d'entrées élevées
- Résistances de sorties nulles

$$F(p) = \frac{V_{out}(p)}{V_{in}(p)} = \prod_n^1 F_i(p)$$

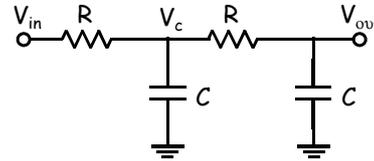
Architecture d'un système linéaire

17



- Exemple :

$$F(p) = \frac{1}{(1 + \tau p)^2}$$



- Condition d'impédance non vérifiée !!!
- Résultat : fonction de transfert obtenue ?
- Solution : utilisation d'un étage suiveur

$$\frac{Z_{out}(p)}{Z_{in}(p)} = \frac{\tau p}{(1 + \tau p)^2} \rightarrow \frac{1}{2} \quad p \rightarrow \frac{j}{\tau} \quad F(p) = \frac{1}{(1 + \tau p)^2 + \tau p}$$

Représentations d'une fonction de transfert

18



- Représentations d'un système

- Polynomiale : $F(p) = k \frac{1 + a_1 p + a_2 p^2 + \dots + a_n p^n}{1 + b_1 p + b_2 p^2 + \dots + b_m p^m}$

- Représentation avec pôles et zéros

$$F(p) = k \frac{\prod_n^1 \left(1 - \frac{p}{z_i}\right)}{\prod_m^1 \left(1 - \frac{p}{p_j}\right)}$$

- k est le gain statique

Représentations d'une fonction de transfert

$$F(p) = k \frac{\prod_n^1 \left(1 - \frac{p^{19}}{z_i}\right)}{\prod_m^1 \left(1 - \frac{p}{p_j}\right)}$$

- Diagramme de gain

$$|F(\omega)|_{dB} = 20 \log |F(\omega)|$$

$$|F(\omega)|_{dB} = 20 \cdot \left(\log(k) + \sum_n^1 \log \left| 1 - j \frac{\omega}{z_i} \right| - \sum_m^1 \log \left| 1 - j \frac{\omega}{p_j} \right| \right)$$

Transforme
les produits
en sommes

- Diagramme de phase

$$\Phi(F(\omega)) = \sum_n^1 \Phi \left(1 - j \frac{\omega}{z_i} \right) - \sum_m^1 \Phi \left(1 - j \frac{\omega}{p_j} \right)$$

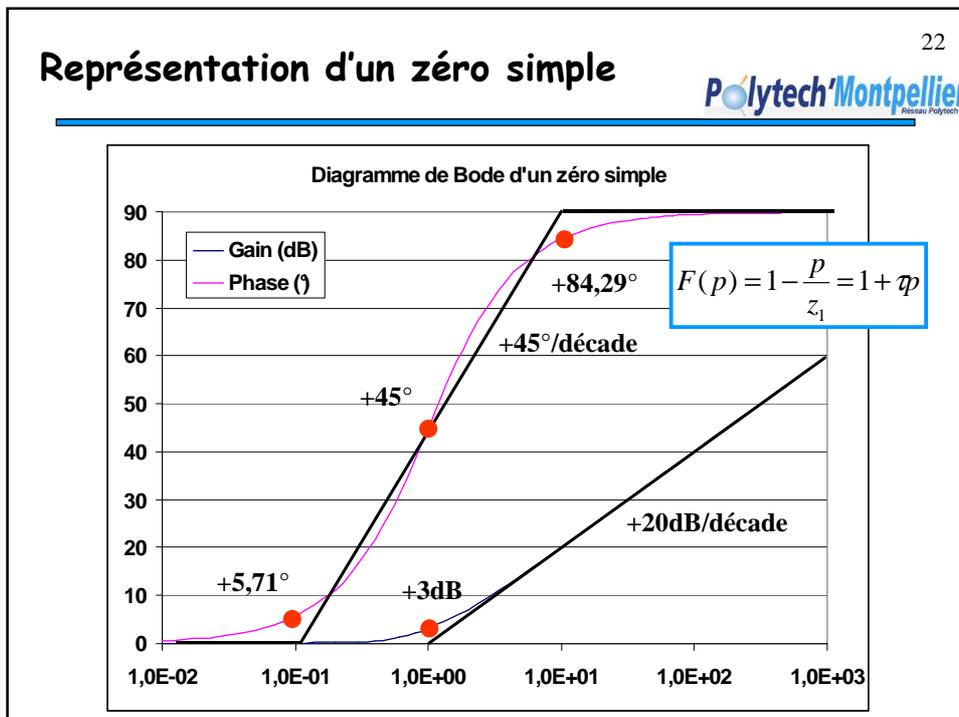
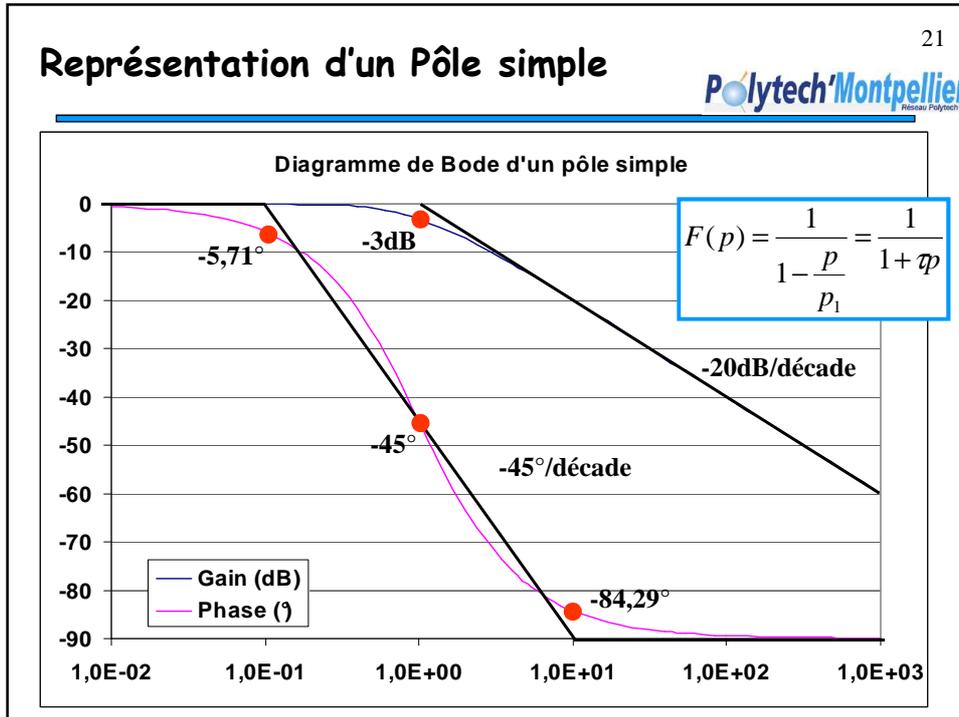
$$\Phi(a + jb) = \text{Arctg} \left(\frac{b}{a} \right) \text{ définie dans l'intervalle } [-90^\circ; +90^\circ] \text{ modulo } 180^\circ$$

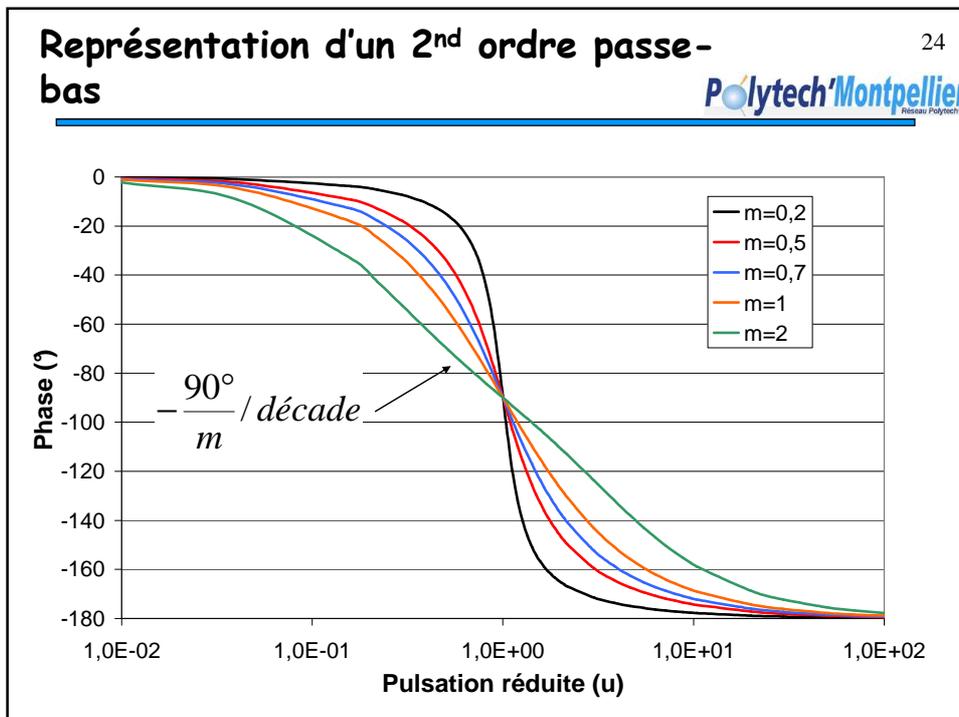
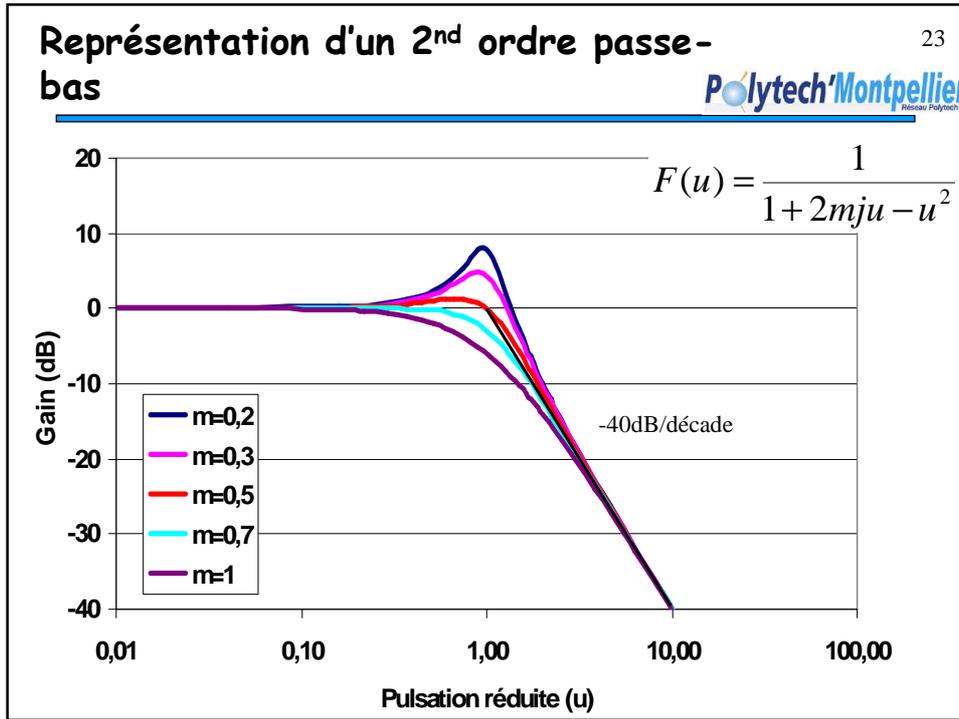
Représentations d'une fonction de transfert

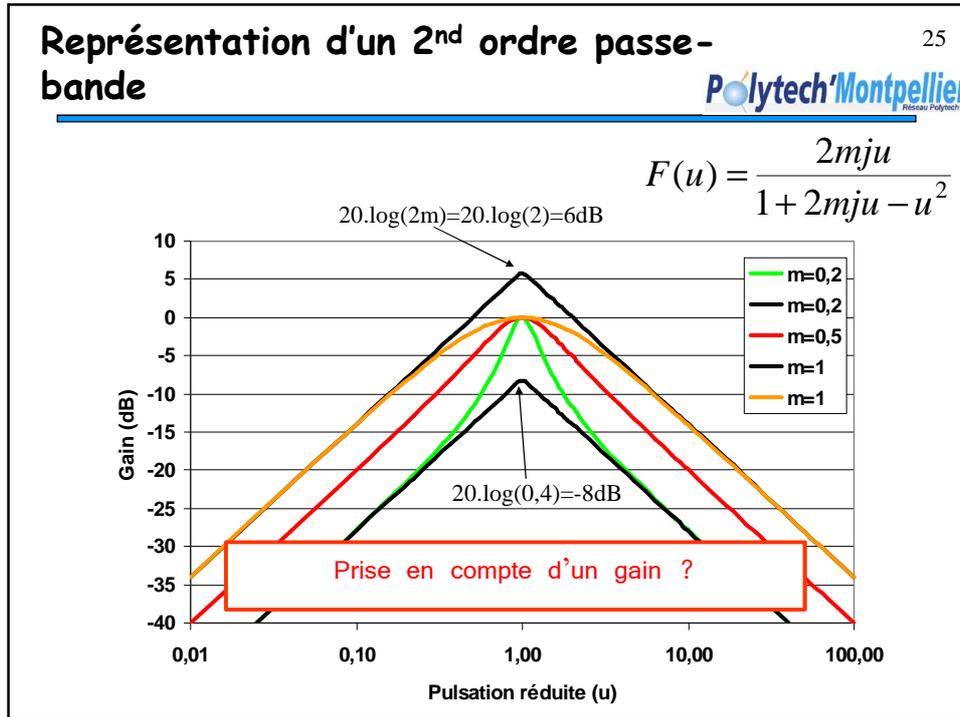
20

Polytech'Montpellier
Niveau Polytech

- Régime harmonique : $p = j\omega$
- Diagramme de Bode
 - Diagramme de gain : module en dB
 - Diagramme de phase : argument
- Diagramme de Nyquist
 - Partie imaginaire en fonction de la partie réelle
 - Étude de stabilité
- Diagramme de Black
 - déphasage en fonction du gain (module)
 - automatique







Chapitre I : rappels ERII 3 26

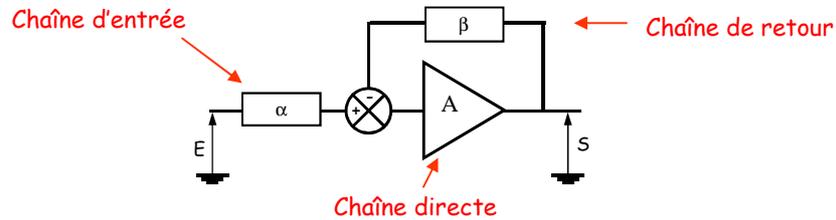
Polytech'Montpellier
Niveau Polytech

- Généralités sur les systèmes électroniques analogiques
 - Notions élémentaires
 - Fonctions linéaires élémentaires
 - Fonction de transfert et représentations d'un système linéaire
 - Propriétés générales des systèmes bouclés
- Filtres actifs à base d'AOP

Système rebouclé (ou asservi)

27

Polytech'Montpellier
Niveau Polytech



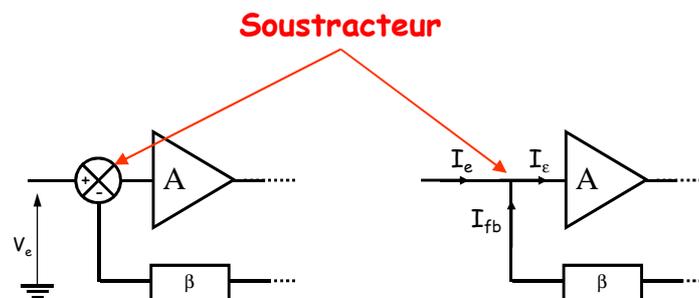
- Cas général
 - E et S sont des grandeurs physiques quelconques
 - $A\beta$ est sans dimension
 - $E\alpha$ et βS sont de même dimensions
- En électronique
 - E et S sont une tension et un courant

Configurations possibles

28

Polytech'Montpellier
Niveau Polytech

- Si l'amplificateur est contrôlé en **tension** l'entrée est dite **série**
- Si l'amplificateur est contrôlé en **courant** l'entrée est dite **parallèle**

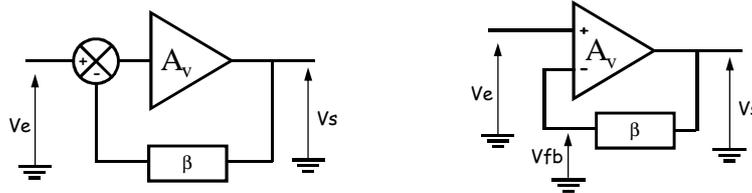


Configurations possibles

29

Polytech'Montpellier
Niveau Polytech

- Sortie en tension contrôlée en tension (Série/Parallèle) = Amplificateur de tension



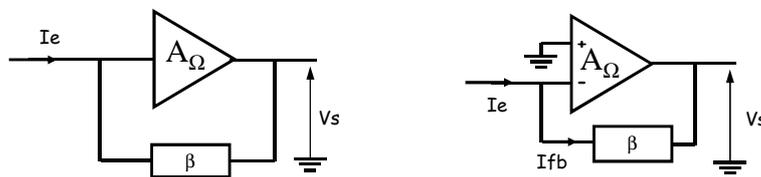
$$G = \frac{V_s}{V_e} = \frac{A_v}{1 + \beta A_v}$$

Configurations possibles

30

Polytech'Montpellier
Niveau Polytech

- Sortie en tension contrôlée en courant (Parallèle/Parallèle) = Convertisseur courant / tension



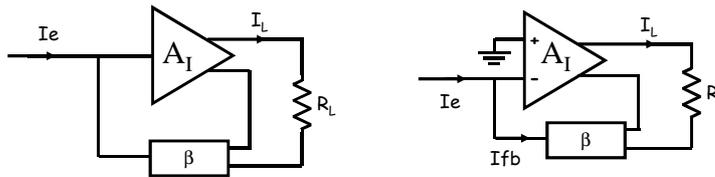
$$G = \frac{V_s}{I_e} = \frac{A_\Omega}{1 + \beta A_\Omega}$$

Configurations possibles

31

Polytech'Montpellier
Niveau Polytech

- Sortie en courant contrôlée en courant (Parallèle/Série) = Amplificateur de courant



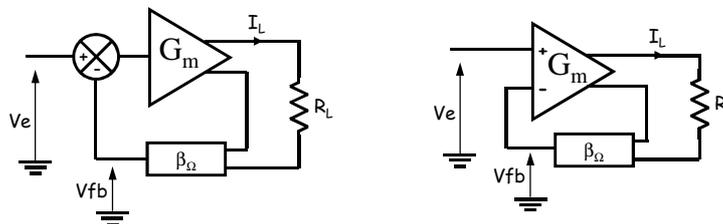
$$G = \frac{I_L}{I_e} = \frac{A_I}{1 + \beta A_I}$$

Configurations possibles

32

Polytech'Montpellier
Niveau Polytech

- Sortie en courant contrôlée en tension (Série/Série) = Convertisseur tension / courant (amplificateur de transconductance, G_m)



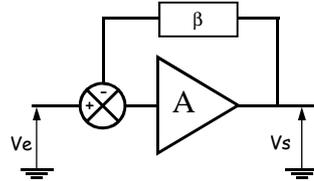
$$G = \frac{I_L}{V_e} = \frac{G_m}{1 + \beta_\Omega G_m}$$

Propriétés générales des systèmes bouclés

33



- Cas d'une Contre-réaction tension / tension



$$G = \frac{V_s}{V_e} = \frac{A}{1 + \beta A}$$

- Stabilisation du gain

$$dG = \frac{1}{(1 + \beta A)^2} dA$$

$$\frac{dG}{G} = \frac{1}{1 + \beta A} \frac{dA}{A}$$

Propriétés générales des systèmes bouclés

34



- Elargissement de la bande passante
 - l'amplificateur est un passe-bas dominé par son premier pôle

$$A(p) = \frac{A}{1 + \tau p} \quad G(p) = \frac{A}{1 + A\beta} \cdot \frac{1}{1 + \tau' p} \quad \tau' = \frac{\tau}{1 + A\beta}$$

- Conservation du produit gain-bande

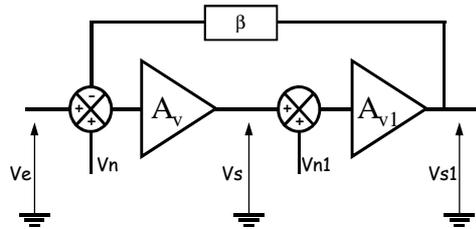
- Amélioration de la linéarité

$$G = \frac{A(1 + \lambda \varepsilon)}{1 + A(1 + \lambda \varepsilon)\beta} = \frac{A}{1 + A\beta} \cdot \frac{1 + \frac{\lambda}{1 + A\beta} V_1}{1 + \frac{\lambda \beta A}{(1 + A\beta)^2} V_1} = \frac{A}{1 + A\beta} \cdot \left(1 + \frac{\lambda}{(1 + A\beta)^2} V_1 \right)$$

Propriétés générales des systèmes bouclés

35

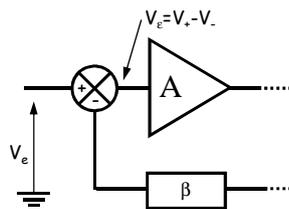
- Réjection du bruit



$$V_{s1} = \frac{A_v A_{v1}}{1 + A_v A_{v1} \beta} \left(V_e + V_n + \frac{V_{n1}}{A_v} \right)$$

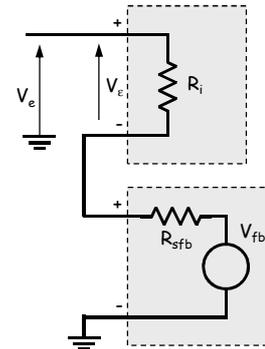
Résistance d'entrée d'un ampli contrôlé en tension (série)

36



$$V_e = V_{fb} + (R_i + R_{sfb}) I_e$$

$$V_{fb} = A \beta \cdot V_\varepsilon = A \beta \cdot R_i I_e$$

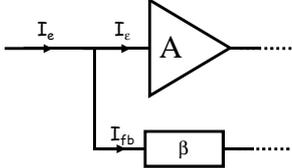
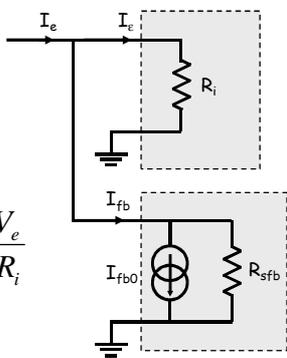


$$R_e = \frac{V_e}{I_e} = R_i \cdot (1 + A \beta) + R_{sfb} \cong R_i \cdot (1 + A \beta)$$

Résistance d'entrée d'un ampli contrôlé en courant (parallèle)

37



$$I_e = I_{fb0} + \frac{V_e}{R_i} + \frac{V_e}{R_{sfb}} \text{ avec } I_{fb0} = A\beta \cdot I_e = A\beta \cdot \frac{V_e}{R_i}$$

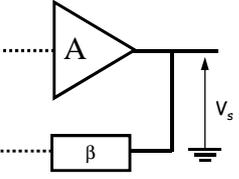
$$R_e = \frac{V_e}{I_e} = \frac{R_i R_{sfb}}{R_{sfb} \cdot (1 + A\beta) + R_i}$$

$R_{sfb} \gg R_i \Rightarrow R_e = \frac{V_e}{I_e} = \frac{R_i}{1 + A\beta}$

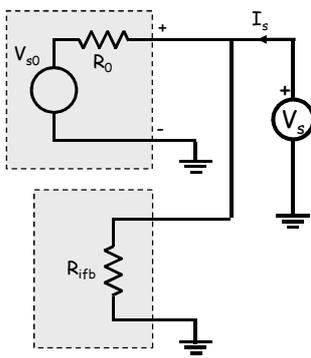
Résistance de sortie d'un ampli à tension de sortie stabilisée

38





Signal d'entrée nul
 $\Rightarrow V_{s0} = -A\beta V_s$



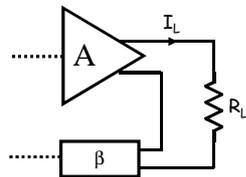
$$I_s = \frac{V_s - V_{s0}}{R_0} + \frac{V_s}{R_{ifb}} = V_s \left(\frac{1 + A\beta}{R_0} + \frac{1}{R_{ifb}} \right)$$

$$\Rightarrow R_s = \frac{V_s}{I_s} = \frac{R_0 R_{ifb}}{R_{ifb} (1 + A\beta) + R_0}$$

$R_{ifb} \gg R_0 \Rightarrow R_s = \frac{R_0}{1 + A\beta}$

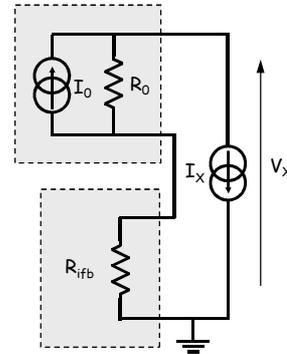
Résistance de sortie d'un ampli à courant de sortie stabilisé

39

Signal d'entrée nul

$$\Rightarrow I_0 = -A\beta I_X$$



$$V_X = -R_{ifb} I_X - R_0 (I_X - I_0)$$

$$\Rightarrow V_X = -R_{ifb} I_X - R_0 I_X (1 + A\beta)$$

$$\Rightarrow R_s = \frac{V_X}{-I_X} = R_0 (1 + A\beta) + R_{ifb}$$

$$R_{ifb} \ll R_0 \Rightarrow R_s = R_0 (1 + A\beta)$$

Propriétés générales des systèmes bouclés

40



• Résumé

- Stabilisation du gain
- Amélioration de la linéarité
- Amélioration de la résistance d'entrée
- Amélioration de la résistance de sortie
- Réjection du bruit
- Elargissement de la Bande Passante
- Conservation du produit gain-bande

- B.O. \rightarrow Gain : A_0 ; BP : $1/\tau$

- B.F. $\rightarrow G_0 = \frac{A_0}{1 + A_0\beta} \quad \frac{1}{\tau'} = \frac{1 + A_0\beta}{\tau}$

Chapitre I : rappels ERII 3

41

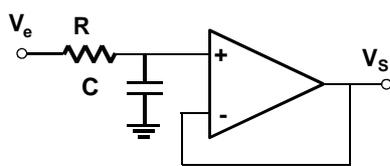
Polytech'Montpellier
Niveau Polytech

- Généralités sur les systèmes électroniques analogiques
- Filtres actifs à base d'AOP
 - Cellules passe-bas et passe-haut du 1^{er} ordre
 - Sallen-key passe-bas et passe-haut du 2nd ordre

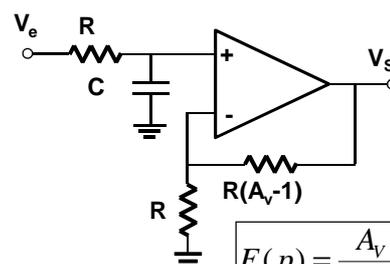
Filtres passe-bas du 1^{er} ordre

42

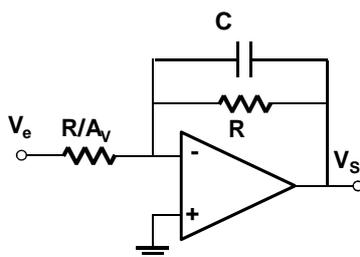
Polytech'Montpellier
Niveau Polytech



$$F(p) = \frac{1}{1 + \tau p}$$



$$F(p) = \frac{A_v}{1 + \tau p}$$



$$F(p) = -\frac{A_v}{1 + \tau p}$$

43

Filtres passe-haut du 1^{er} ordre

Polytech'Montpellier
Niveau Polytech

$$F(p) = \frac{\tau p}{1 + \tau p}$$

$$F(p) = \frac{A_v \cdot \tau p}{1 + \tau p}$$

$$F(p) = -\frac{A_v \cdot \tau p}{1 + \tau p}$$

44

Réalisation d'un 2nd ordre

Polytech'Montpellier
Niveau Polytech

- La mise en cascade de deux blocs du premier ordre conduit à une fonction de transfert du 2nd ordre :

$$F(p) = \frac{H(p)}{(1 + \tau_1 p)(1 + \tau_2 p)} = \frac{H(p)}{1 + \frac{2m}{\omega_0} p + \frac{p^2}{\omega_0^2}}$$
- Ce qui donne par identification : $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{\tau_1 \tau_2}}$

$$m = \frac{\tau_1 + \tau_2}{2\sqrt{\tau_1 \tau_2}} \text{ dont l'extremum est donné par } \frac{\partial m}{\partial \tau_1} = 0$$

$$\frac{\partial m}{\partial \tau_1} = \frac{\tau_1 \tau_2 - \tau_2^2}{4\tau_1 \tau_2 \sqrt{\tau_1 \tau_2}} = 0 \Rightarrow \tau_1 = \tau_2 \Rightarrow m = 1 \text{ (minimum)}$$

Chapitre I : rappels ERII 3

45

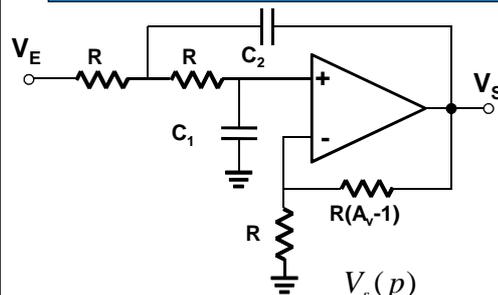
Polytech'Montpellier
Niveau Polytech

- Généralités sur les systèmes électroniques analogiques
- Filtres actifs à base d'AOP
 - Cellules passe-bas et passe-haut du 1er ordre
 - Sallen-key passe-bas et passe-haut du 2nd ordre

Cellule passe-bas de Sallen-Key

46

Polytech'Montpellier
Niveau Polytech



$$\frac{V_s(p)}{V_e(p)} = A_v \cdot \frac{\omega_0^2}{p^2 + \frac{\omega_0}{Q} p + \omega_0^2}$$

$$\frac{V_s(p)}{V_e(p)} = \frac{A_v}{R^2 C_1 C_2 p^2 + (2RC_1 + RC_2 - A_v RC_2) p + 1}$$

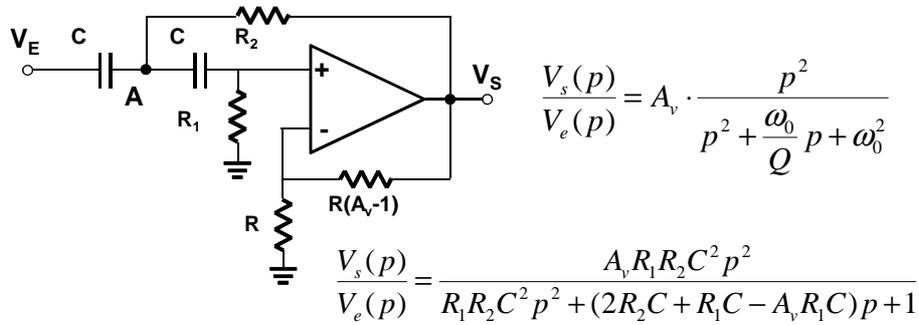
$$\boxed{A_v = 1} \Rightarrow \omega_0^2 = \frac{1}{R^2 C_1 C_2} \Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{R \sqrt{C_1 C_2}} \text{ et } Q = \frac{1}{2m} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{C_2}{C_1}}$$

$$\boxed{C_1 = C_2} \Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{RC} \text{ et } Q = \frac{1}{2m} = \frac{1}{3 - A_v}$$

Cellule passe-haut de Sallen-Key

47

Polytech'Montpellier



$$A_v = 1 \Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{C \sqrt{R_1 R_2}} \text{ et } Q = \frac{1}{2m} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{R_1}{R_2}}$$

$$R_1 = R_2 \Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{R_1 C} \text{ et } Q = \frac{1}{2m} = \frac{1}{3 - A_v}$$