ELECTROCINETIQUE DANS L'APPROXIMATION DES REGIMES QUASI-STATIONNAIRES

Lois de Kirchhoff de l'électrocinétique dans l'A.R.Q.S.

- Approximation des régimes quasi-stationnaire (A.R.Q.S.) :

Régime continu ou lentement variable pour lequel il est possible de négliger les phénomènes de propagation des signaux électriques (voir cours Electromagnétisme).

Dans la pratique, on pourra considérer que l'on est dans le cadre de l'A.R.Q.S. si $T >> \Delta t = \frac{L}{c}$

où T est la période des signaux électriques périodiques ;
L est la dimension du conducteur ;
c la vitesse de propagation du signal = vitesse de la lumière.

Δt est alors la durée de propagation du signal électrique.

Ordre de grandeur : $L = 1$ m, $c = 3.10^8$ m.s^{-1} $\Rightarrow \Delta t = 3,3.10^{-7}$ s $\Rightarrow$ fréquence du signal $f = \frac{1}{T} << 3.10^8$ Hz (valable lors de l'utilisation en TP d'un GBF).

Les lois de l'électrocinétique rappelées dans ce document sont valables dans le cadre de l'A.R.Q.S.

- Lois de Kirchhoff

Loi des nœuds :

$$\sum_k \varepsilon_k . i_k = 0$$

où $\varepsilon_k = +1$ si l'intensité dans la branche k va vers le noeud

et $\varepsilon_k = -1$ si l'intensité dans la branche k repart du noeud.

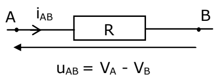
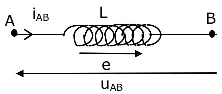
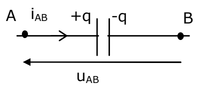
Loi des mailles :

$$\sum_k \varepsilon_k . u_k = 0$$

où $\varepsilon_k = +1$ si la tension aux bornes de la branche k est orientée dans le sens de la maille

et $\varepsilon_k = -1$ si si la tension aux bornes de la branche k est orientée dans le sens contraire

Dipôles passifs

Dipôle	notation	Relation temporelle	**Puissance instantanée reçue P(t) = u(t).i(t)** $= \frac{dW}{dt}$
Conducteur ohmique		$u_{AB} = R\, i_{AB}$ (loi d'Ohm)	$P(t) = R.i^2(t) = \frac{u^2(t)}{R}$
Bobine idéale		$u_{AB} = -e = L \times \frac{di}{dt}$	$P(t) = \frac{d}{dt}(\frac{1}{2}.L.i^2(t))$
Condensateur idéal		$u_{AB} = \frac{q}{C}$; $i = \frac{dq}{dt} = C.\frac{du_{AB}}{dt}$	$P(t) = \frac{d}{dt}(\frac{1}{2}.C.u^2(t))$

Notation complexe en régime sinusoïdal forcé

- $y(t) = Y_{max}.\cos(\omega t + \varphi) \longrightarrow$ représentation complexe, $\underline{y} = Y_{max}.e^{j(\omega t + \varphi)}$

avec :

$y(t) = \mathrm{Re}[\underline{y}]$
amplitude $Y_{max} = |\underline{y}|$
phase à l'origine $= \mathrm{Argument}(\underline{y})$.

- $\frac{dy(t)}{dt} \longrightarrow \frac{d\underline{y}}{dt} = j\omega.\underline{y} \Rightarrow$ dériver une grandeur complexe revient à la multiplier par j .

- $\int y(t).dt \longrightarrow \int \underline{y}.dt = \frac{\underline{y}}{j\omega} \Rightarrow$ intégrer une grandeur complexe revient à la diviser par j .

- Loi d'Ohm généralisée en notation complexe

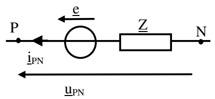
Impédance efficace : $Z_{eff} = |\underline{Z}_{AB}| = \frac{U_{max}}{I_{max}}$ avec $U_{eff} = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}}$ et $I_{eff} = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}}$, on a aussi $|\underline{Z}_{AB}| = \frac{U_{max}}{I_{max}} = \frac{U_{eff}}{I_{eff}}$

Admittance efficace : $Y_{eff} = |\underline{Y}_{AB}| = \frac{I_{max}}{U_{max}} = \frac{I_{eff}}{U_{eff}}$

φ = argument ($\underline{Z}_{AB}$) = déphasage de u(t) par rapport à i(t)

Dipôle	$\underline{u}_{AB} = \underline{Z}_{AB}.\underline{i}_{AB}$; $\underline{i}_{AB} = \underline{Y}_{AB}.\underline{u}_{AB}$	$Z_{eff} = \frac{1}{Y_{eff}}$	φ
Conducteur ohmique	$\underline{Z}_{AB} = R$; $\underline{Y}_{AB} = \frac{1}{R} = G$	$Z_{eff} = R$; $Y_{eff} = \frac{1}{R} = G$	0
Bobine idéale	$\underline{Z}_{AB} = jL\omega$; $\underline{Y}_{AB} = \frac{1}{jL\omega}$	$Z_{eff} = L\omega$; $Y_{eff} = \frac{1}{L\omega}$	$+\frac{\pi}{2}$
Condensateur idéal	$\underline{Z}_{AB} = \frac{1}{jC\omega}$; $\underline{Y}_{AB} = jC\omega$	$Z_{eff} = \frac{1}{C\omega}$; $Y_{eff} = C\omega$	$-\frac{\pi}{2}$

- Générateurs



$\underline{u}_{PN} = \underline{e} - Z.\underline{i}_{PN}$

Relations déduites des relations de Kirchhoff

- Pont diviseur

de tension :
On pose $\underline{u}_j$ la tension électrique aux bornes de l'impédance $\underline{Z}_j$. On pose $\underline{u}$ la tension électrique aux bornes des n impédances complexes.

$$\boxed{\underline{u}_j = \frac{\underline{Z}_j}{\sum_{j=1}^{n} \underline{Z}_j}.\underline{u}}$$

de courant :
On pose $\underline{i}_j$ l'intensité du courant circulant dans l'impédance $\underline{Z}_j$. On pose $\underline{i}$ l'intensité du courant circulant dans les n impédances complexes.

$$\underline{i}_j = \frac{\frac{1}{\underline{Z}_j}}{\sum_{j=1}^{n}\frac{1}{\underline{Z}_j}}.\underline{i} \quad \textit{ou encore} \quad \boxed{\underline{i}_j = \frac{\underline{Y}_j}{\sum_{j=1}^{n}\underline{Y}_j}.\underline{i}}$$

- <u>Association en série de n impédances</u> $\underline{Z}_j$ $(0 \leq j \leq n)$

$$\boxed{\underline{Z}_s = \sum_{j=1}^{n}\underline{Z}_j}$$

On déduit les associations série

de n conducteur ohmique : $R_s = \sum_{j=1}^{n} r_j$

de n conducteur bobine : $L_s = \sum_{j=1}^{n} L_j$

de n conducteur condensateur : $\frac{1}{C_p} = \sum_{j=1}^{n}\frac{1}{C_j}$

- <u>Association en parallèle de n impédances</u> $\underline{Z}_j$ $(0 \leq j \leq n)$:

$$\boxed{\frac{1}{\underline{Z}_p} = \sum_{j=1}^{n}\frac{1}{\underline{Z}_j} \Leftrightarrow \underline{Y}_p = \sum_{j=1}^{n}\underline{Y}_j}$$

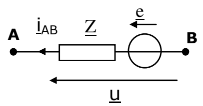
On déduit les associations parallèle

de n conducteur ohmique : $\frac{1}{R_p} = \sum_{j=1}^{n}\frac{1}{R_j}$

de n conducteur bobine : $\frac{1}{L_p} = \sum_{j=1}^{n}\frac{1}{L_j}$

de n conducteur condensateur : $C_p = \sum_{j=1}^{n} C_j$

- <u>Association en série de n générateurs</u>



$\underline{u}_{AB} = \underline{e} - \underline{Z}.\underline{i}_{AB}$

et par association de n générateurs :

$$\boxed{\underline{e} = \sum_{j=1}^{n}\underline{e}_j \text{ et } \underline{Z} = \left(\sum_{j=1}^{n}\underline{Z}j\right)}$$