Chapitre IV

Electrocinétique, conduction électrique

Université Djillali Liabès de Sidi Bel Abbès

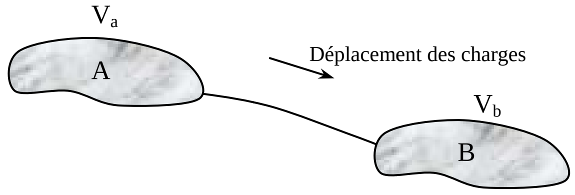
I. Introduction au courant électrique

I.1. Rupture d'un équilibre électrostatique, courant électrique

Soient deux conducteurs A et B en équilibre électrostatique.

Soient V_a et V_b leurs potentiels

(V_a>V_b) Q_a et Q_b leurs charges.

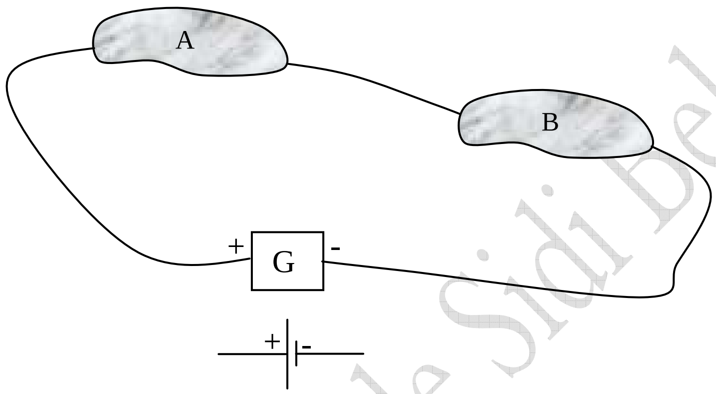


Si on relie les conducteurs A et B à l'aide d'un fil conducteur, l'ensemble A, B et le fil constitue un conducteur unique, pour lequel l'état précédent n'est plus en état d'équilibre.

Sous l’influence du champ électrostatique qui règne dans le fil, les charges se mettent en mouvement. Il y’a donc apparition d’un courant électrique qui cesse de circuler (s’annule) une fois l’équilibre est atteint.

I. 2. Obtention d’un régime permanent

Pour entretenir ce mouvement des charges, on apporte continuellement des charges sur l’un des conducteurs, ceci est possible grâce à l’emploi de générateur.



I.3. propriétés principales du courant électrique

Le passage du courant électrique se traduit principalement par les effets physiques suivants

× Effet joule (Chaleur)

× Effet chimique (Electrolyse)

× Effet Magnétique (Déviation d’une aiguille aimentée)

× etc ……….

La plupart de ces effets dépendent de la manière dont on a branché le générateur car le courant électrique a un sens.

<u>Sens conventionnel du courant électrique</u>

Le sens conventionnel du courant

+ vers – à l’extérieur du générateur

- vers + à l’intérieur du générateur

II. Vecteur densité de courant

II. 1. Définitions

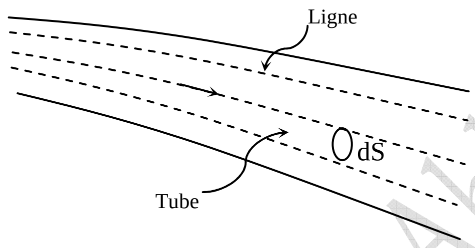
× On appelle ligne de courant, la trajectoire orientée des charges positives en mouvement (fictif en général).

× On appelle tube de courant, l’ensemble de ces lignes s’appuyant sur un contour fermé quelconque.

Université Djillali Liabès de Sidi Bel Abbès

× En chaque point M d'un milieu où se déplacent des charges électriques, on peut introduire un vecteur $\vec{J}$ (appelé vecteur densité de courant) défini par :

$$\vec{J} = \rho \vec{v}$$



$\vec{v}$: vitesse de déplacement des charges

ρ : densité volumique de charge

II. 2. Intensité du courant électrique

On considère un tube de courant, de section droite dS, à travers laquelle circule un courant électrique de vecteur densité de courant $\vec{J} = \rho \vec{v}$.

On peut évaluer la charge dq qui traverse la surface dS pendant le temps dt.

$$dq = \rho v \, dt \, dS$$

$$\frac{dq}{dt} = \vec{J}\,\overrightarrow{dS}$$

Si l'on considère maintenant une surface donné S, la charge dQ qui la traverse pendant l'intervalle de temps dt s'obtient par :

$$I = \frac{dQ}{dt} = \iint_S \vec{J}\,\overrightarrow{dS}$$

I : est l'intensité du courant à travers la surface S.

III. Loi d'Ohm, Loi de Joule

III. 1. Expression de la loi d'Ohm

La loi d'Ohm s'exprime de la façon suivante :

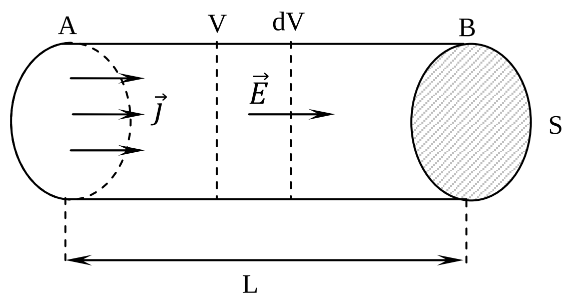
$$\vec{J} = \gamma \vec{E} \quad \text{(ou encore V=R I)}$$

$\vec{J}$: Densité de courant ;

$\vec{E}$: Champ électrique ;

γ : Conductivité. $\gamma = \frac{1}{r}$ r : résistivité (notée souvent ρ)

<u>Calcul de la résistance d'un conducteur</u> : exemple d'un conducteur cylindrique homogène



$$\vec{J} = \gamma \vec{E}$$

Partant de la loi d'Ohm, on peut écrire :

$$J = \gamma E = -\gamma \frac{dv}{dx} = \frac{I}{S}$$

$$\Rightarrow \quad dv = -\frac{1}{\gamma}\frac{I}{S}\,dx \quad \Rightarrow \quad \int_A^B dv = -\frac{1}{\gamma}\int_0^L \frac{I}{S}\,dx$$

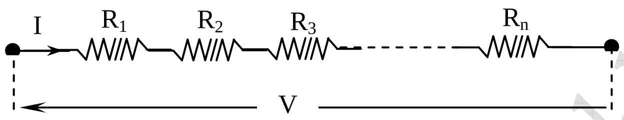
Université Djillali Liabès de Sidi Bel Abbès

$V_B - V_A = -\frac{1}{\gamma}\ \frac{I}{S}\ L$ ou encore $V_A - V_B = \rho\ \frac{I}{S}\ L$ (V=R.I)

d'où $R = \rho\frac{L}{S}$ $[R]$=Ohm (Ω)

III.2. Association des résistances

<u>*Association en série*</u>



$$\left.\begin{array}{l} V_A - V_B = R_1\, I \\ V_B - V_C = R_2 I \\ \vdots \\ . \\ V_E - V_F = R_n I \end{array}\right\} \quad \begin{array}{l} V = \sum R_i\, I \qquad V = R_{éq} I \\ donc \quad R_{éq} = \sum R_i\, I \end{array}$$

<u>*Association en parallèle*</u>

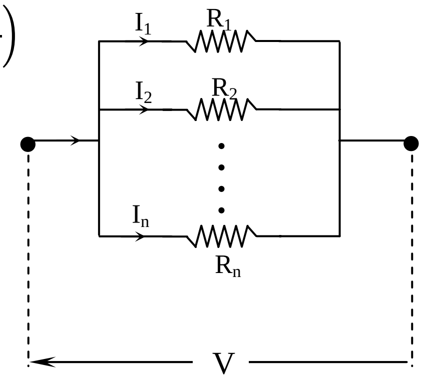
$I = I_1 + I_2 + I_3 + .\ .\ .\ .\ . + I_n$

Or $I_1 = \frac{V}{R_1}$, $I_2 = \frac{V}{R_2}$, $I_3 = \frac{V}{R_3}$ .. . . . . $I_n = \frac{V}{R_n}$

$$\Rightarrow \quad I = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} + .\ \ .\ \ .\ . + \frac{V}{R_n} = V\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + .\ \ .\ \ . + \frac{1}{R_n}\right)$$

$$I = \frac{1}{R_{éq}} V$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{R_{éq}} = \sum\left(\frac{1}{R_i}\right)$$



IV. Loi de Joule

Energie w=R I^2 t (Joule)

Puissance P=R I^2=V I= V^2/R (Watt)

V. Circuits électriques

Un circuit électrique est constitué principalement par une association série ou parallèle de composants suivants :

× Composants passifs : (résistances, bobines, condensateurs, etc………)

× Composants actifs : (diodes, circuits intégrés, etc ….)

× Des forces électromotrices fem (ou générateurs continus ou alternatifs)

× Des forces contre électromotrices fcem (moteurs, etc..)

Université Djillali Liabès de Sidi Bel Abbès

V.1. Force électromotrice et générateur

C'est un dispositif capable de délivrer un courant dans le circuit extérieur sous une tension généralement continue.

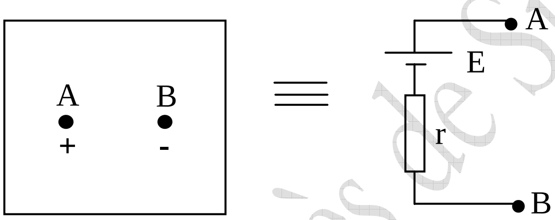
In existe plusieurs types de générateur :

- Générateur électrostatique
- Générateur électrochimique (pile)

Quelque soit le type de générateur, il présente à ses bornes une fem ou ddp qui s'exprime en volt.

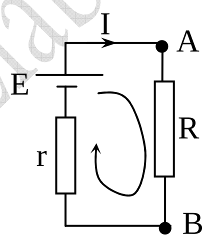
Schéma équivalent d'une pile

On peut représenter un générateur par un circuit équivalent constitué d'une fem en série avec une résistance r, appelée résistance interne du générateur.



E : fem
r : résistance interne

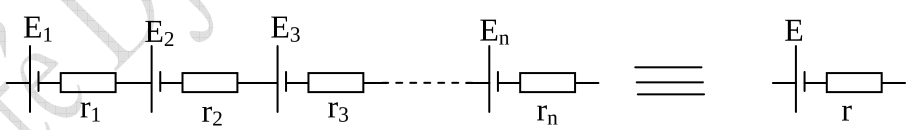
Lorsqu'on branche aux bornes du générateur une résistance R, il débitera un courant I.



$$(V_A - V_B) = E - rI$$

$$\Rightarrow E = (V_A - V_B) + rI$$

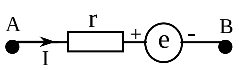
Association des générateurs



$E = \sum E_i$ et $r = \sum r_i$

V.2. force contre électromotrice d'un récepteur

Les récepteurs sont des appareils qui ont pour but de transformer l'énergie électrique en une autre forme d'énergie (moteur, accumulateur en charge…….). On ne peut réaliser cette opération sans perte d'énergie par effet joule dans le récepteur de résistance r.



e : fcem

Université Djillali Liabès de Sidi Bel Abbès

V.3. Loi d'Ohm appliquée à un circuit fermé

Soit un circuit *fermé* comprenant des générateurs($\sum E$), des récepteurs ($\sum e$) et des résistances ($\sum R$).

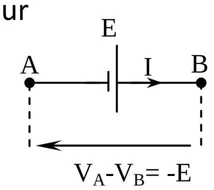
On peut écrire, selon le contour fermé du circuit :

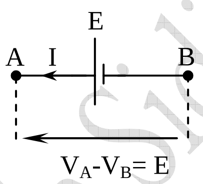
$$\sum E + \sum e + \sum R\, I = 0$$

V.4. Application de la loi d'Ohm à une portion de circuit

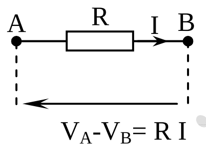
Un circuit fermé (ou une branche de circuit) est parcouru par un courant I. considérons une portion de circuit AB parcourue par le courant I de A vers B. si AB comporte un générateur et une résistance, une ddp existe entre A et B.

- Générateur

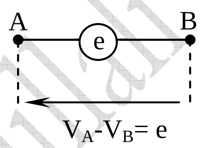




- Résistance

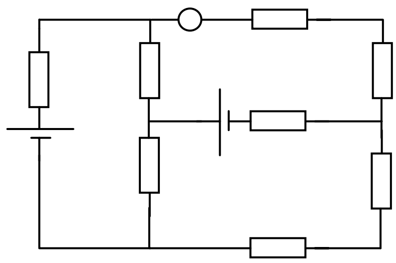


- Récepteur par de fcem « e »



V.5. Généralisation de la loi d'Ohm : Loi de KIRCHOFF

<u>*Définitions*</u> : considérons un réseau constitué de générateurs, de récepteurs et de résistances mortes.



× On appelle *Nœud* tout point où aboutissent plus de deux conducteurs reliant les éléments entre eux ;

Université Djillali Liabès de Sidi Bel Abbès

× On appelle *Branche*, l'ensemble des éléments situés entre deux nœuds consécutifs ;

× On appelle *Maille,* tout contour fermé, formé d'une suite de branches.

Lois de Kirchoff

× Loi des Nœuds : $\sum I = 0$

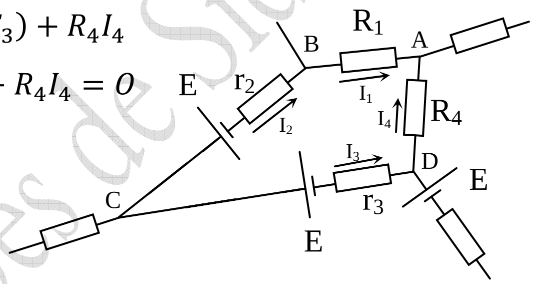
× Loi des Mailles : $\sum E - \sum RI = 0$

V.6. Application à un réseau (mise en équation)

On définit arbitrairement un sens pour les courants dans chaque branche du réseau. Puis on écrit les lois des mailles et loi des nœuds.

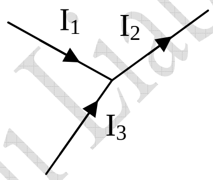
Loi des mailles (exemple)

$$V_A - V_A = (V_A - V_B) + (V_B - V_C) + (V_C - V_D) + (V_D - V_A)$$
$$= -R_1 I_1 - (r_2 I_2 + E_2) + (r_3 I_3 + E_3) + R_4 I_4$$
$$= -E_2 + E_3 - R_1 I_1 - r_2 I_2 + r_3 I_3 + R_4 I_4 = 0$$



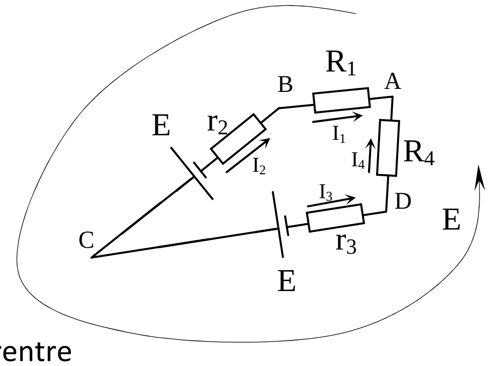
Loi des nœuds (exemple)

$$I_1 + I_3 - I_2 = 0$$



Règles

Loi des mailles



× On définit un sens arbitraire des courants

× On définit un sens arbitraire des parcours

× Pour les fem, on attribue le signe par lequel on rentre

× Pour les chutes de tension RI, on attribue un signe + si le sens de parcours coïncide avec le sens des courants, un signe – si le sens de parcours est différent du sens du courant

$$\sum E - \sum RI = 0 \quad \Rightarrow -E_2 + E_3 - R_1 I_1 - r_2 I_2 + r_3 I_3 + R_4 I_4 = 0$$

Identique à celle trouvée auparavant

Université Djillali Liabès de Sidi Bel Abbès

Loi des Nœuds

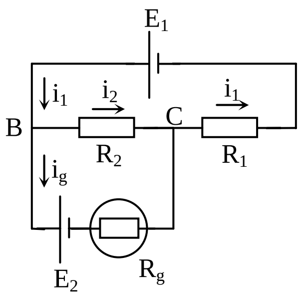
× $\sum I \quad = 0$

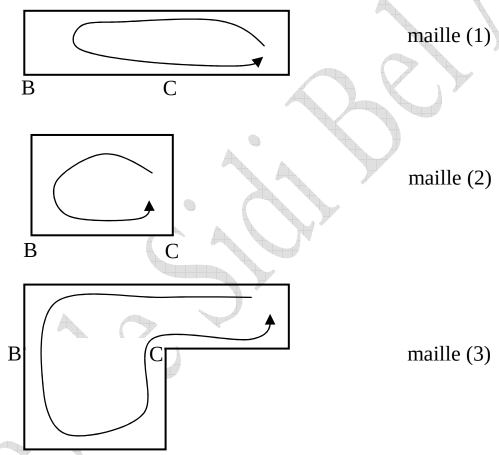
× On choisit comme signe + pour les courants entrant,

× on choisit comme signe – pour les courants sortant.

Application des lois de Kirchoff

On se propose de calculer la grandeur et le sens du courant i_g dans le galvanomètre G, de résistance R_g, pour des valeurs données de E_1, E_2, R_1, R_2 et R_g du circuit suivant :





Loi des nœuds

Nœud (B) : $i_1 - i_2 - i_g = 0$

$\Rightarrow \quad i_1 = i_2 + i_g$

Loi des mailles

Maille (1) : $-E_1 + R_2 i_2 + R_1 i_1 = 0$

Maille (2) : $+E_2 + R_g i_g - R_2 i_2 = 0$

Maille (3) : $-E_1 + E_2 + R_g i_g + R_1 i_1 = 0$

On obtient alors le système d'équations, suivant, à résoudre :

(1) $\quad i_1 - i_2 - i_g = 0$

(2) $\quad R_g i_g - R_2 i_2 = -E_2$

(3) $\quad R_g i_g + R_1 i_1 = E_1 - E_2$

(1) $\quad \Rightarrow \quad i_2 = i_1 - i_g$

(2) $\quad R_g i_g - R_2(\, i_1 - i_g) = -E_2$

$$(4) \quad \begin{array}{rcl|l} (R_g + R_2) i_g - R_2\, i_1 &=& -E_2 & x \quad R_1 \\ R_g i_g \quad + R_1 i_1 &=& E_1 - E_2 & x \quad R_2 \end{array}$$

$$[R_1(R_2 + R_g) + R_2 R_g] i_g \; + \; 0 = R_2(E_1 - E_2) - R_1 E_2$$

Université Djillali Liabès de Sidi Bel Abbès

Il vient : $i_g = \frac{R_2(E_1 - E_2) - R_1 E_2}{R_1 R_2 + R_1 R_g + R_2 R_g}$

Si le numérateur s'avère positif, le courant dans le galvanomètre a pour sens celui choisi arbitrairement, dans le cas contraire, il circule en sens inverse.

VI. Théorèmes généraux dans l'analyse des circuits

VI.1. Théorème de superposition

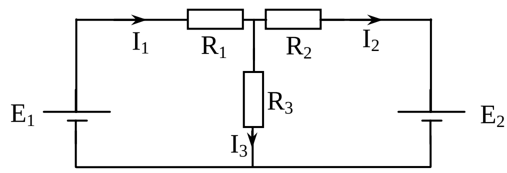
Une source quelconque d'énergie peut être considérée séparément des autres quant à son effet sur les grandeurs en jeu dans le circuit. La combinaison de tous les effets individuels donne l'effet total.

La marche à suivre comprend six opérations

1. choisir une source d'énergie
2. retirer toutes les autres sources selon la règle :
   a. les sources de tension sont court-circuitées
   b. les sources de courant sont ouvertes
3. garder dans le circuit les résistances internes des sources enlevées
4. déterminer le courant dans chaque élément, ou la tension entre les bornes de chacun d'eux. Indiquer les directions et les polarités
5. répéter les opérations de 1 à 4 pour chaque source
6. additionner algébriquement les résultats partiels

<u>Exemple</u>

Quels sont les courants dans le circuit suivant :

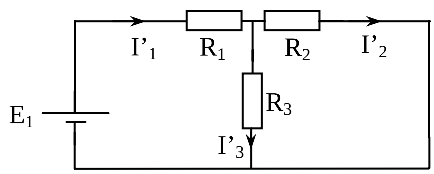


E_1=10V et E_2=20V

R_1=1,2 KΩ, R_2=1,8 KΩ et R_3=2,7 KΩ

<u>Solution</u>

Choisir une source E_1 et éteindre la source E_2, cela correspond au circuit suivant :



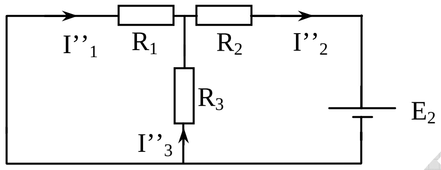
Université Djillali Liabès de Sidi Bel Abbès

$$I'_1 = \frac{E_1}{R_1+\frac{R_2R_3}{R_2+R_3}} \quad \Rightarrow \quad AN. \quad I'_1 = \frac{10}{1{,}2\ \ 10^3+\frac{1{,}8\ 10^3 2{,}7\ \ 10^3}{1{,}8\ 10^3+2{,}7\ \ 10^3}} = 4{,}386\ mA$$

$$I'_2 = I'_1\frac{R_3}{R_2+R_3} \quad \Rightarrow \quad AN. \quad I'_2 = 4{,}386\ 10^{-3}\frac{2{,}7\ 10^3}{1{,}8\ 10^3+2{,}7\ \ 10^3} = 2{,}632\ mA$$

$$I'_3 = I'_1 - I'_2 \quad \Rightarrow \quad AN. \quad I'_3 = 4{,}386 - 2{,}632 = 1{,}754\ mA$$

Choisir la source E_2 et reprendre le circuit avec E_1 éteinte, cela correspond au circuit suivant :



Calcul des courants dus à E_2

$$I''_2 = \frac{E_2}{R_2+\frac{R_1R_3}{R_1+R_3}} \quad \Rightarrow \quad AN. \quad I''_2 = \frac{20}{1{,}8\ \ 10^3+\frac{1{,}2\ 10^3 2{,}7\ \ 10^3}{1{,}2\ 10^3+2{,}7\ \ 10^3}} = 7{,}602\ mA$$

$$I''_1 = I''_2\frac{R_3}{R_1+R_3} \quad \Rightarrow \quad AN. \quad I''_1 = 7{,}602\ 10^{-3}\frac{2{,}7\ 10^3}{1{,}2\ 10^3+2{,}7\ \ 10^3} = 5{,}263\ mA$$

$$I''_3 = I''_2 - I''_1 \quad \Rightarrow \quad AN. \quad I''_3 = 7{,}602 - 5{,}263 = 2{,}339\ mA$$

Le courant, du aux deux sources (E_1 et E_2), sera :

$$I_1 = I'_1 + I''_1 \quad \Rightarrow \quad AN. \quad I_1 = 4{,}386 + 5{,}263 = 9{,}649\ mA \qquad \overset{I_1}{\rightarrow}$$

$$I_2 = I'_2 + I''_2 \quad \Rightarrow \quad AN. \quad I_2 = 2{,}632 + 7{,}602 = 10{,}23\ mA \qquad \overset{I_2}{\rightarrow}$$

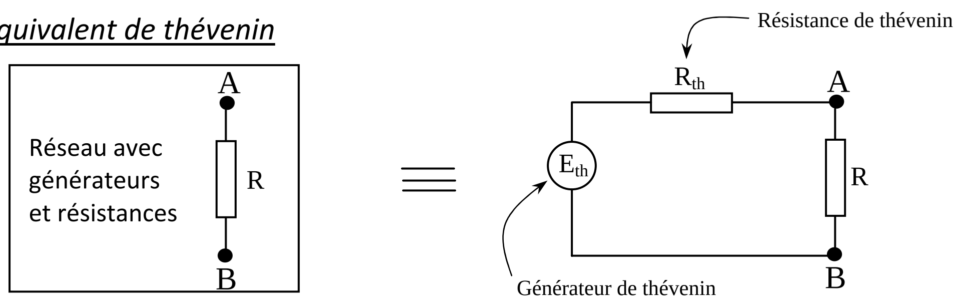
$$I_3 = I'_3 + I''_3 \quad \Rightarrow \quad AN. \quad I_3 = 2{,}339 - 1{,}754 = 0{,}585\ mA \qquad \uparrow I_3$$

VI.2. Théorème de Thévenin

Le théorème de Thévenin établit que le courant dans toute résistance R branchée entre les deux bornes d'un réseau est le même que si R était branchée à une source de tension où :

1. la fem est la tension à vide entre les bornes de R
2. la résistance interne est la résistance du réseau entre les bornes de R, avec toutes les autres sources remplacées par des résistances égales à leurs résistances internes.

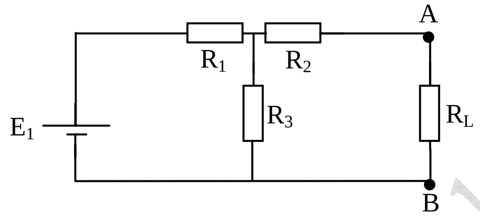
<u>Circuit équivalent de thévenin</u>



Université Djillali Liabès de Sidi Bel Abbès

Exemple

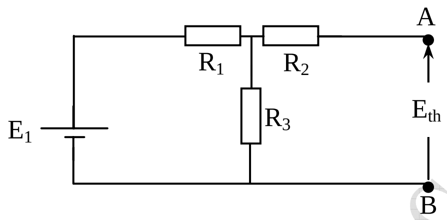
Appliquer le théorème de thévenin au circuit suivant



× *Détermination de E_{th}*

1. débrancher R_L
2. Déterminer la tension entre A et B

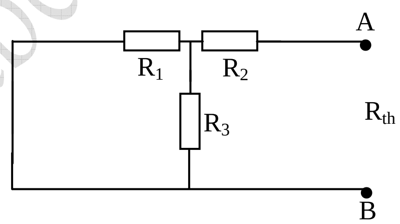
$$E_{th} = E\,\frac{R_3}{R_1+R_3}$$



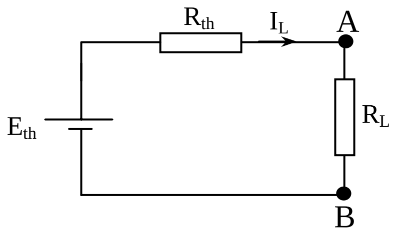
× *Détermination de R_{th}*

1. débrancher R_L
2. Eteindre la source E
3. Déterminer la résistance entre les deux bornes A et B

$$R_{th} = R_2 + \frac{R_1R_3}{R_1+R_3}$$



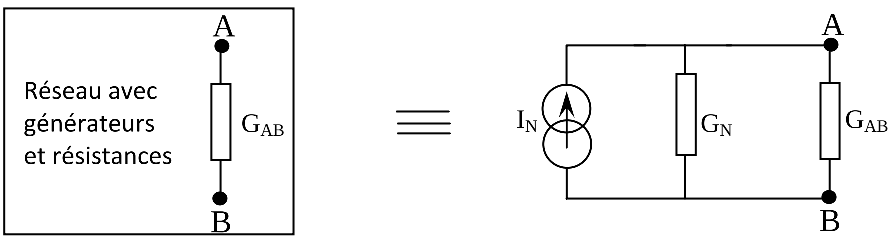
Le circuit équivalent de thevenin apparait comme suit :



$$I_L = \frac{E_{th}}{R_L+R_{th}}$$

$$I_L = \frac{E\,\frac{R_3}{R_1+R_3}}{R_2+\frac{R_1R_3}{R_1+R_3}+R_L} = \frac{E\;\;R_3}{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1+R_L(R_1+R_3)}$$

VI.3. Théorème de Norton



Université Djillali Liabès de Sidi Bel Abbès

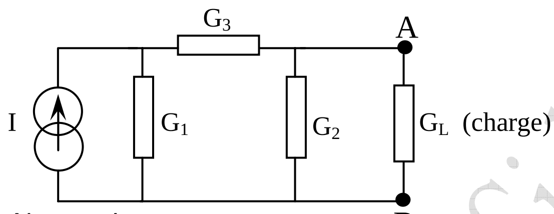
Le circuit de Norton est tel que :

I : courant de norton, est le courant du court-circuit entre les bornes AB, courant équivalent entre AB si ces points étaient reliés par un conducteur parfait.

G : conductance de norton, est la conductance entre les bornes A et B avec ces bornes ouvertes (élément G_{AB} débranché), toutes les sources étant éteinte.

Exemple

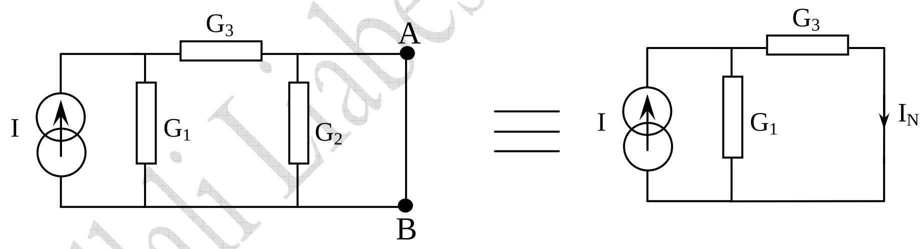
Donner le circuit équivalent de Norton du circuit suivant :



a. *Courant de Norton I_N*

Pour obtenir ce courant, on procède de la façon suivante

- Court-circuiter G_L
- Déterminer le courant dans court-circuit

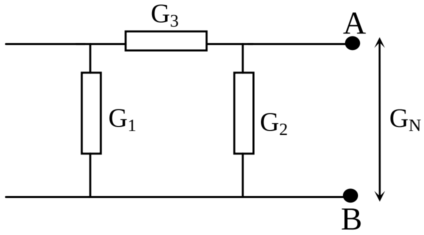


$$I_N = \frac{G_3}{G_1+G_3} I$$

b. *Conductance de Norton*

Pour obtenir la conductance de Norton G_N, on suit les étapes suivantes :

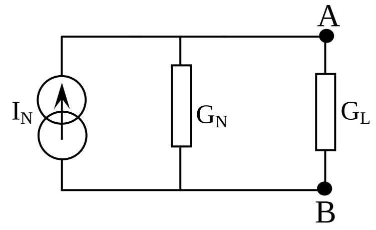
- Débrancher G_L entre A et B
- Eteindre la source I
- Déterminer la conductance entre les bornes A et B



$$G_N = G_2 + \frac{G_1 G_3}{G_1+G_3}$$

Université Djillali Liabès de Sidi Bel Abbès

- Le circuit équivalent de Norton est donné par :

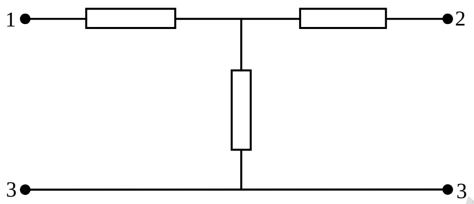


$$I_L = \frac{G_L}{G_L+G_N} I_N = I\,\frac{G_3}{G_1+G_3}\,\frac{G_L}{G_L+G_N} = I\,\frac{G_3}{G_1+G_3}\,\frac{G_L}{G_L+G_2+\frac{G_1G_3}{G_1+G_3}}$$

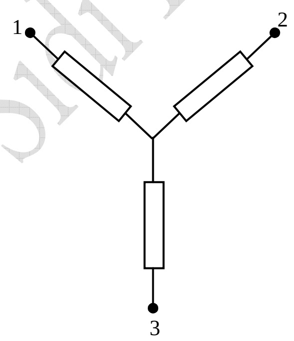
$$I_L = \frac{G_3G_L\ \ I}{G_1G_2+G_2G_3+G_1G_3+G_L(G_1+G_3)}$$

VI.4. Transformations T $\leftrightarrow$ π, Etoile $\leftrightarrow$ Triangle

a. <u>Réseau en T, π (étoile, triangle)</u>

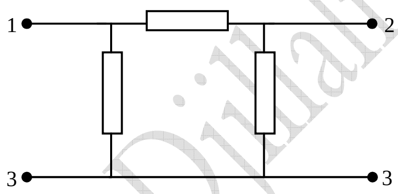


$\equiv$

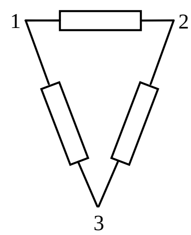


Réseau en T

Réseau en étoile ou en Y



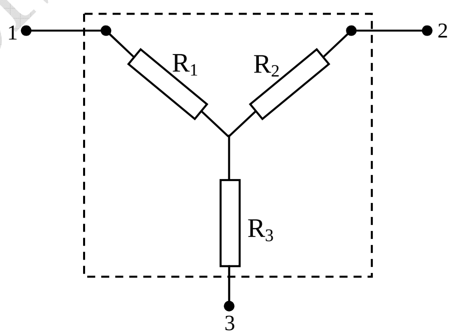
$\equiv$



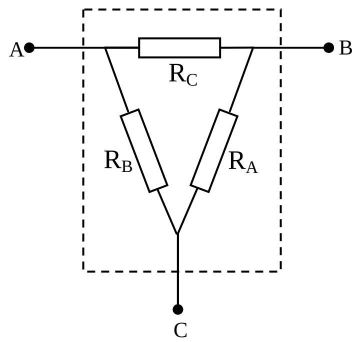
Réseau en π

Réseau en triangle ou en Δ

b. <u>Equivalence</u>



$\equiv$



Université Djillali Liabès de Sidi Bel Abbès

Les conditions d'équivalence sont :

Résistance entre 1 et 2 = Résistance entre A et B

Résistance entre 2 et 3 = Résistance entre B et C

Résistance entre 3 et 1 = Résistance entre C et A

On obtient :

$$R_1 + R_2 = (R_A + R_B) \, // \, R_C = \frac{R_A R_C + R_B R_C}{R_A + R_B + R_C} \qquad (1)$$

$$R_2 + R_3 = (R_B + R_C) \, // \, R_A = \frac{R_A R_B + R_A R_C}{R_A + R_B + R_C} \qquad (2)$$

$$R_1 + R_3 = (R_A + R_C) \, // \, R_B = \frac{R_A R_B + R_B R_C}{R_A + R_B + R_C} \qquad (3)$$

c. Transformation en de π en T

En faisant (1) + (2) + (3), on aura :

$$2(R_1 + R_2 + R_3) = \frac{2(R_A R_B + R_A R_C + R_B R_C)}{R_A + R_B + R_C}$$

$$(R_1 + R_2 + R_3) = \frac{R_A R_B + R_A R_C + R_B R_C}{R_A + R_B + R_C} \qquad (4)$$

$$(4)\text{-}(2) \Longrightarrow R_1 = \frac{R_B R_C}{R_A + R_B + R_C} \qquad (5)$$

$$(4)\text{-}(3) \Longrightarrow R_2 = \frac{R_A R_C}{R_A + R_B + R_C} \qquad (6)$$

$$(4)\text{-}(1) \Longrightarrow R_3 = \frac{R_A R_B}{R_A + R_B + R_C} \qquad (7)$$

d. Transformation en de T en π

A partir des relations (5), (6) et (7) on peut avoir,

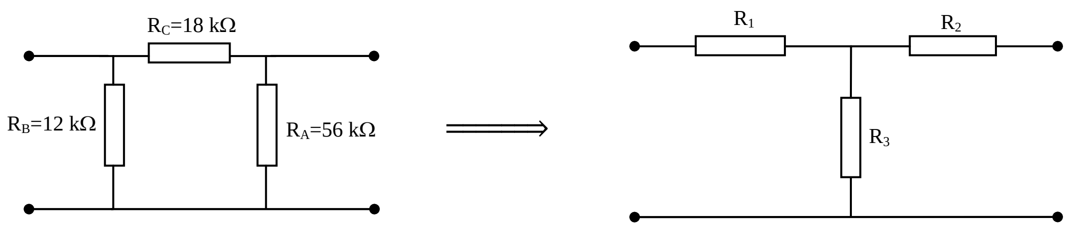
$$R_A = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_1}$$

$$R_B = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_2}$$

$$R_C = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_3}$$

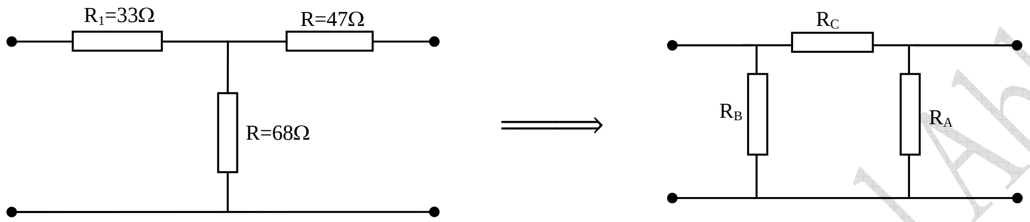
Exemples

a. Transformer le réseau en π en réseau en T

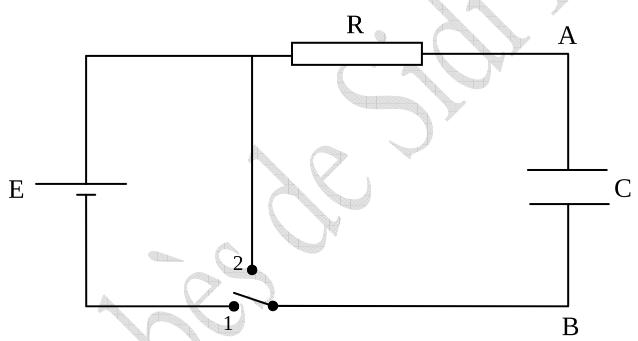


Université Djillali Liabès de Sidi Bel Abbès

b. Transformer le réseau en T en son équivalent en π



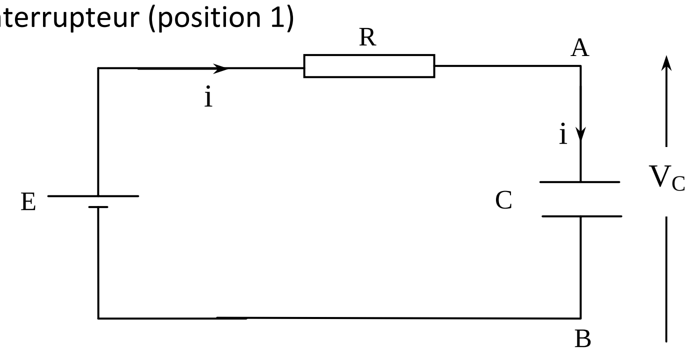
VII. Charge et décharge d'un condensateur



VIII. 1. Charge d'un condensateur

Initialement, on suppose que la ddp aux bornes du condensateur est nulle de même que sa charge

- A t=0, on ferme l'interrupteur (position 1)



Appliquons au circuit la loi d'ohm à un instant quelconque :

E=R i + V_C

Avec $i = \frac{dq}{dt}$ et $V_C = \frac{q}{C}$

Donc

$$E = R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C}$$

Université Djillali Liabès de Sidi Bel Abbès

C’est une équation différentielle du premier ordre à variables séparées qu’on peut résoudre en tenant compte des conditions initiales :

t=0 q= 0

t=∞ $q=Q_0=CE$

solution :

$$E = R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{R}\left(E - \frac{q}{c}\right) = \frac{dq}{dt} \quad \Rightarrow \quad \frac{CE - q}{RC} = \frac{dq}{dt}$$

Il vient $\frac{dq}{CE-q} = \frac{dt}{RC} \quad \Rightarrow \quad \frac{dq}{q-CE} = -\frac{dt}{RC}$

Donc

$$\ln(q - CE) = -\frac{t}{RC} + k$$

Or à t=0, q=0

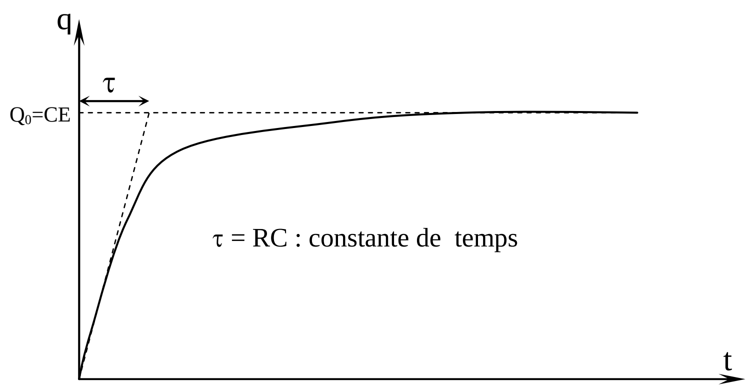
$$\ln(-CE) = k$$

$$\Rightarrow \quad \ln(q - CE) = -\frac{t}{RC} + \ln(-CE)$$

$$\Rightarrow \quad \ln\left(\frac{q - CE}{-CE}\right) = -\frac{t}{RC}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{CE - q}{CE} = e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$\Longrightarrow \quad q = CE\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

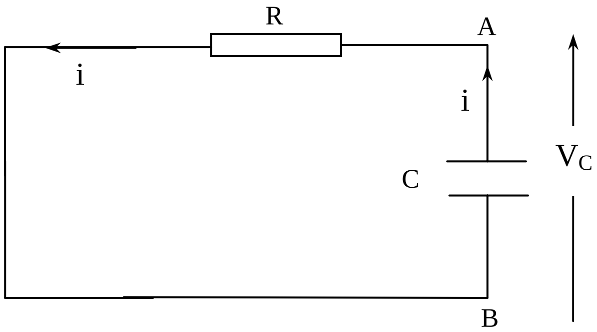


Courbe de la charge du condensateur

Université Djillali Liabès de Sidi Bel Abbès

VII. 2. Décharge d'un condensateur

Interrupteur en position 2



On considère qu'à t=0, $V_C=V_0=E$ et $Q_0=CV_0=CE$

R i + Vc=0

$\Rightarrow \quad R\frac{dq}{dt}+\frac{q}{C}=0 \quad \Rightarrow \quad \frac{dq}{q}=-\frac{dt}{RC} \quad \Rightarrow \ln q=-\frac{t}{RC}+constante$

Il vient

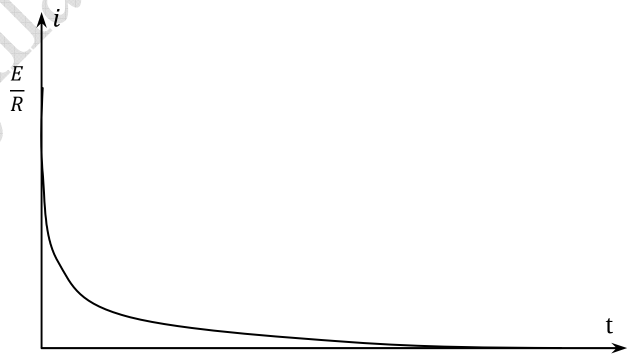
$q=k\ e^{-\frac{t}{RC}}$ k : constante

Or à t=0 $q=Q_0=CV_0=CE$,

On obtient donc

$$q=CV_0\,e^{-\frac{t}{RC}}=CE\,e^{-\frac{t}{RC}}$$

d'où $i=-\frac{dq}{dt}=\frac{CV_0}{RC}e^{-\frac{t}{RC}} \quad \Rightarrow \quad i=\frac{dq}{dt}=\frac{V_0}{R}e^{-\frac{t}{RC}}=\frac{E}{R}e^{-\frac{t}{RC}}$



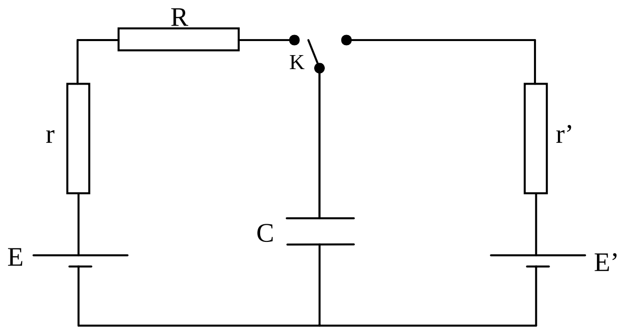
VIII. Application

Exercice

Soit le circuit la figure ci-dessous. L'interrupteur K est initialement en position 0 et le condensateur C initialement déchargé.

On donne E=6 V, E'=3 V, R=r=r'=500 Ω et C=1μF.

Université Djillali Liabès de Sidi Bel Abbès



1. A l'instant t=0, on met l'interrupteur K en position 1.
    a. Quelle est l'équation différentielle donnant la ddp V_C aux bornes du condensateur.
    b. Quelle est la constante de temps τ du circuit ?
    c. Donner l'expression de V_C en fonction du temps.
    d. Calculer V_C pour $t=0$, τ, 2τ, 3τ, 4τ et 5τ.
    e. Représenter l'allure de la tension $V_C(t)$.
2. En réalité, à l'instant $t_1=2\tau$, on met l'interrupteur K en position 2.
    a. Quelle est l'équation différentielle donnant la ddp V_C aux bornes du condensateur ?
    b. Quelle est la nouvelle constante de temps τ' du circuit ?
    c. Donner l'expression de V_C en fonction du temps.
    d. Calculer V_C pour $(t-t_1)=0$, τ', $2\tau'$, $3\tau'$, $4\tau'$ et $5\tau'$.
    e. Représenter la variation de V_C au cours du temps sur le même graphe qu'en 1-e.
    f. Dans quel sens circule le courant ?

Université Djillali Liabès de Sidi Bel Abbès