TD 4 : Induction électromagnétique

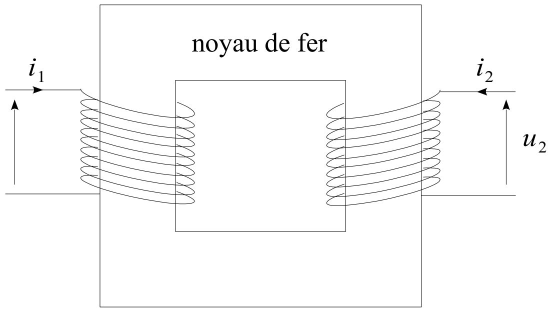
Exercice 1 : Inductance propre d'un solénoïde long idéal

Exprimer l'inductance propre d'un solénoïde long considéré comme idéal. Ses caractéristiques sont les suivantes : longueur l , nombre de spires par unité de longueur n , section circulaire de surface S .

Applications de la mutuelle-induction

Exercice 2 : Le transformateur (TD-cours)

Un transformateur est constitué de deux circuits (dont on néglige les résistances internes) dont l'un, appelé le circuit « primaire », contient une bobine de N_1 spires et l'autre, appelé le circuit « secondaire », contient une bobine de N_2 spires. Le primaire est alimenté par une tension sinusoïdale $u_1(t)$. On note $u_2(t)$ la tension aux bornes du secondaire. Les deux bobines sont traversées par un métal qui canalise les lignes de champs magnétiques permettant ainsi d'obtenir un couplage parfait : toutes les lignes de champ traversant le primaire traversent aussi le secondaire. Les intensités $i_1(t)$ et $i_2(t)$ sont telles que tous les flux sont comptés positivement (cf figure).

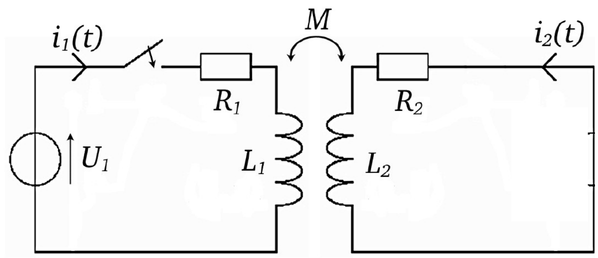


1. Exprimer le flux magnétique traversant le circuit primaire en fonction de N_1 , de B (champ magnétique traversant le noyau de fer) et de S_1 (surface d'une spire de la bobine du primaire).
   Exprimer le flux magnétique traversant le circuit secondaire en fonction de N_2 , de B et de S_2 (surface d'une spire de la bobine du secondaire).
2. En déduire l'expression de u_2 en fonction de u_1 en supposant que $S_1 = S_2$.
3. Comment choisir le nombre de spires pour avoir un transformateur 230 V/12 V ?

Exercice 3 : Couplage par mutuelle – Bilan de puissance (TD-cours)

Considérons le schéma électrique ci-contre, représentant deux circuits électriques couplés.

1. Exprimer les forces électromotrices induites apparaissant au niveau des bobines.
2. En déduire les lois des mailles des deux circuits couplés.
3. Réaliser un bilan de puissance.



Circuits mobiles dans un champ magnétique stationnaire

<u>Exercice 4</u> : Rails de Laplace (conversion méca → élec)

On reprend le dispositif des rails de Laplace (distants d'une longueur l) sans aucun générateur de tension. On note R la résistance équivalente du circuit. Le dispositif est plongé dans un champ uniforme et stationnaire vertical $\vec{B}=B\vec{e}_z$. À $t=0$, aucun courant ne parcourt le circuit et on lance la barre avec une vitesse initiale $\vec{v}_0=v_0\vec{e}_x$ ($v_0>0$).

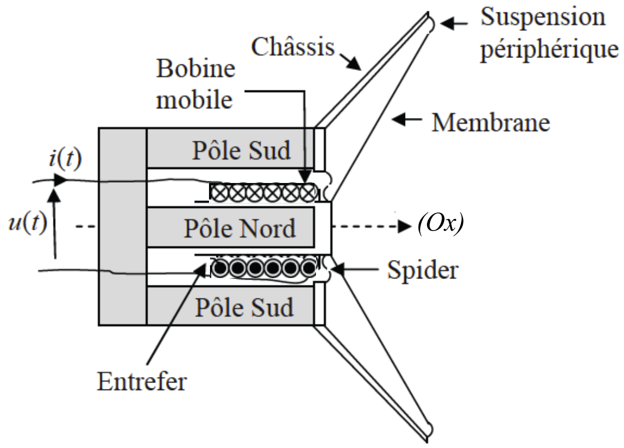
1. Que se passe-t-il ?
2. Écrire les équations électrique et mécanique du système.
3. Déterminer la vitesse $v(t)$ de la tige.
4. Effectuer un bilan de puissance. Que devient l'énergie cinétique initiale de la barre ?

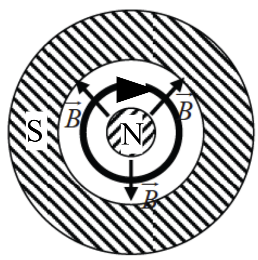
<u>Exercice 5</u> : Principe du haut-parleur (conversion élec → méca) (TD-cours)

Un haut-parleur est constitué :

- d'un aimant permanent qui crée un champ magnétique radial et stationnaire dans l'entrefer en forme d'anneau ;
- d'une bobine de longueur totale de fil l , de résistance interne R , d'inductance propre L située dans l'entrefer de l'aimant et soumise à une tension $u(t)$ d'un amplificateur ;
- d'une membrane solidaire de la bobine qui crée le son et qui est donc soumise à une force de frottement fluide $\vec{f}=-\alpha\vec{v}$.

L'ensemble mobile (bobine + membrane) a une masse m et peut osciller autour de la position $x=0$ grâce à un dispositif de rappel (le spider) schématisé par un ressort de raideur k .





vue de l'entrefer

1. Que se passe-t-il ? Comment une tension $u(t)$ sinusoïdale peut-elle engendrer une onde sonore ?
2. La bobine est parcourue par un courant d'intensité $i(t)$. Calculer la force de Laplace qu'elle subit et écrire l'équation mécanique du haut-parleur. Quelle est la puissance de la force de Laplace ?
3. En déduire l'expression de la puissance de la fem induite ainsi que l'expression de la fem induite e_{ind} . Écrire alors l'équation électrique du haut-parleur.
4. Établir un bilan global de puissance et donner la signification de chaque terme. Que devient ce bilan en valeur moyenne pour un régime périodique ? Commenter.
5. Déduire de la question précédente une définition du rendement η du haut-parleur. Comment pourrait-on l'améliorer ?
6. La tension $u(t)$ est sinusoïdale de pulsation ω . On se place en régime sinusoïdal forcé. Montrer que l'on peut écrire $\underline{u}=\underline{Z}\,\underline{i}$ avec $\underline{Z}=\underline{Z}_{élec}+\frac{1}{\underline{Y}_m}$ à exprimer. $\underline{Z}_m=\frac{1}{\underline{Y}_m}$ est « l'impédance motionnelle » du haut-parleur (i.e qui est « relative au mouvement »), elle représente le comportement électrique de l'oscillateur mécanique dont est composé le haut-parleur (par le phénomène d'induction). En déduire le schéma électrique équivalent du haut-parleur. Calculer les valeurs des composants de l'impédance motionnelle avec : $B=0{,}20\,T$, $l=20\,m$, $m=120\,g$, $k=43.10^3\,N.m^{-1}$ et $\alpha=6{,}0\,kg.s^{-1}$

Exercice 6 : Freinage par induction (CCP TSI 2013)

Un cadre carré de côté a, de masse m, de résistance totale R et d'inductance négligeable est astreint à se déplacer dans une zone de l'espace telle que :

- dans la zone définie par $z > 0$ règne un champ magnétique uniforme et orthogonal au cadre $\vec{B} = B\vec{u}_x$;
- dans la zone définie par $z < 0$, il n'existe pas de champ magnétique.

La position du cadre est repérée par l'abscisse z du côté horizontal supérieur du cadre.
Un dispositif non représenté astreint le cadre à se déplacer uniquement verticalement.
Le déplacement du cadre au cours du temps est tel qu'à tout instant, le côté horizontal inférieur se trouve dans la zone où il n'existe pas de champ magnétique et le côté horizontal supérieur se trouve dans la zone où règne le champ magnétique $\vec{B}$.
L'orientation arbitraire du cadre est indiquée sur la figure 5.

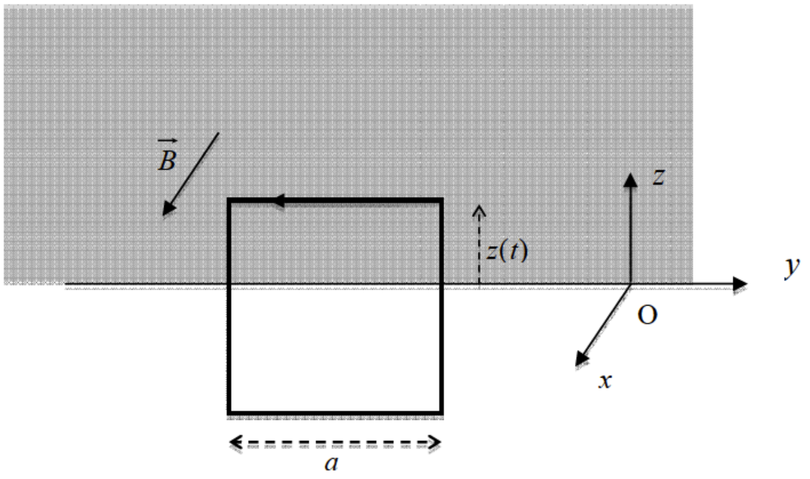


Figure 5 : spire dans le champ magnétique

Dans cette partie, on négligera tous les frottements mécaniques.

19 – On souhaite déterminer l'intensité du courant induit qui va traverser le cadre.

19.1 – Déterminer le flux $\Phi(t)$ du champ magnétique à travers le cadre lorsque il est repéré par une position $z(t)$.
19.2 – Déterminer l'expression de la force électromotrice induite $e(t)$ qui apparaît dans le cadre en fonction de a, $\dot{z}$ et B.
19.3 – En déduire l'expression de l'intensité du courant $i(t)$ qui apparaît dans le cadre en fonction de $\dot{z}$, a, R et B.
20 – Déterminer l'expression de la résultante de la force de Laplace qui s'applique sur le cadre en fonction de $\dot{z}$, a, R, B et d'un ou plusieurs vecteurs unitaires que l'on précisera.

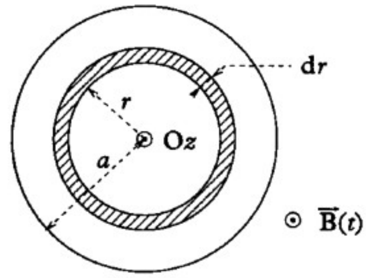
21 – Justifier le fait que le cadre ainsi constitué pourrait servir de système d'amortissement pour une suspension de véhicule. Citer certains avantages que présenterait un tel système d'amortissement par rapport aux systèmes classiques.

22 – Déterminer l'expression du champ B à appliquer pour que le cadre puisse servir d'amortisseur de coefficient de frottement h. On exprimera B en fonction de h, R et a.

23 – Pour un amortisseur de véhicule, le coefficient de frottement doit être de l'ordre de $h = 10^4$ S.I.
On se place dans le cas d'un cadre de côté $a = 10$ cm et de résistance $R = 10^{-4}\ \Omega$.
Déterminer numériquement l'ordre de grandeur du champ B qu'il faudrait appliquer au cadre pour produire un tel coefficient de frottement.
Quel est l'ordre de grandeur de l'intensité du champ magnétique que peut créer un aimant permanent ?
Pourrait-on créer un champ magnétique d'une telle intensité avec un électroaimant ?

Circuit fixe dans un champ magnétique variable

Exercice 7 : Plaque à induction

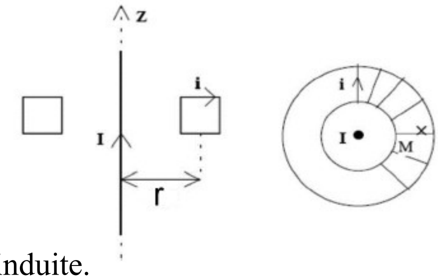


On cherche dans cet exercice à déterminer la puissance thermique reçue par le fond d'une casserole posée sur une plaque à induction. On assimile le fond de la casserole à un cylindre de rayon a, d'épaisseur h et d'axe (Oz). La plaque à induction crée en son sein un champ magnétique variable $\vec{B}(t)=B_0\cos(\omega t)\vec{u}_z$.
Pour étudier les courants induits dans le fond de la casserole (courants de Foucault), on modélise ce dernier par un ensemble de spires circulaires concentriques d'axe (Oz), d'épaisseur h et de largeur dr.
On admettra que la conductance électrique dG (inverse de la résistance électrique) d'une de ces spires, de rayon r, s'écrit $dG=\gamma h\,dr$ où γ est la conductivité électrique du métal utilisé.

1. Exprimer la force électromotrice induite de_{ind} dans une spire de rayon r.
2. En déduire le courant induit di dans une spire, assimilée à un circuit filiforme de conductance dG.
3. En déduire la puissance moyenne dP dissipée par effet Joule dans une spire.
4. Déterminer alors la puissance moyenne totale P dissipée dans le fond de la casserole en fonction B_0, ω, h, γ et a.
5. Calculer P avec $\gamma=10^7\,S.m^{-1}$, $h=5\,mm$, $a=10\,cm$, $B_0=0{,}1\,T$ et $\omega=100\pi\,rad.s^{-1}$.
6. Comment peut-on procéder, en pratique, pour faire varier la puissance reçue par la casserole ?

Pour s'entraîner …

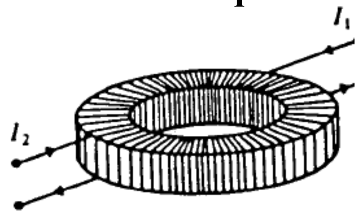
Exercice 8 : Pince ampèremétrique



Une pince ampèremétrique est constituée d'une bobine toroïdale pouvant entourer un fil conducteur rectiligne très long parcouru par un courant alternatif $I(t)=I_M\cos(\omega t)$ à mesurer.
La bobine est constituée de $N=1000\,spires$ de section $S=2\,cm^2$ dont les centres sont situés à $r=6\,cm$ du fil central.

1. Expliquer pourquoi la bobine est le siège d'une force électromotrice induite.
2. Exprimer le champ magnétique $\vec{B}$ créé par le fil au centre des spires en supposant que le Théorème d'Ampère reste vérifié.
3. En supposant que le champ magnétique varie peu au sein des spires (faible section), exprimer la force électromotrice induite apparaissant au niveau de la bobine.
4. Cette bobine est reliée à un voltmètre sensible au millivolt. Quelle est l'amplitude minimale d'une intensité de fréquence $f=50\,Hz$ détectable par l'appareil ?

Exercice 9 : Inductance propre et inductance mutuelle d'un transformateur torique



On considère un tore engendré par la rotation d'un carré de côté a dont le centre décrit un cercle de rayon R. Sur ce tore sont régulièrement bobinés N_1 tours de fil d'un premier circuit (le primaire) et N_2 tours de fil d'un second circuit (le secondaire).

1. En réalisant les mêmes approximations qu'à l'exercice précédent (on suppose que le théorème d'Ampère est applicable et que le champ magnétique est uniforme sur la section d'une spire), exprimer les inductances mises en jeu : l'inductance propre du primaire L_1, du secondaire L_2 et la mutuelle inductance M (sans utiliser de relation a priori entre ces 3 grandeurs).
2. Quelle est la relation entre ces 3 grandeurs ? Que peut-on dire du couplage ?

Exercice 10 : Inductance propre d'un câble coaxial (CCP MP 2015)

Dans un repère cartésien $\left(O,\vec{e}_x,\vec{e}_y,\vec{e}_z\right)$, un câble coaxial, considéré comme infiniment long et placé dans un milieu de perméabilité magnétique μ_0, est formé de deux armatures cylindriques de même axe $z'z$ (figure 1). L'armature intérieure (l'âme) est un cylindre creux de rayon a ; l'armature extérieure (la gaine) est un cylindre creux de rayon b. Le courant continu d'intensité I qui circule dans l'âme dans le sens de $\vec{e}_z$ revient avec la même intensité dans la gaine selon $-\vec{e}_z$; ce câble constitue ainsi un circuit fermé.
A un point M de l'espace, on associera les coordonnées cylindriques (ρ,ϕ,z) et la base orthonormée directe cylindrique $\mathcal{B}_{cyl}=\left(\vec{e}_\rho,\vec{e}_\phi,\vec{e}_z\right)$.

I.1.a) Exploiter les symétries et les invariances de la distribution de courant pour déterminer l'orientation du champ magnétostatique $\vec{B}(M)$ créé par ce câble ainsi que les variables dont il peut dépendre en un point M quelconque de l'espace.

I.1.b) Donner la valeur de $\vec{B}(M)$ pour un point M intérieur à l'âme $(\rho<a)$ ou extérieur à la gaine $(b<\rho)$. Justifier.

I.1.c) Dans la base $\mathcal{B}_{cyl}$, exprimer le champ magnétostatique $\vec{B}(M)$ créé par ce câble en tout point M situé à la distance ρ $(a<\rho<b)$ de son axe.

I.2.a) Calculer le flux de $\vec{B}(M)$ à travers la surface rectangulaire ($PQRS$) correspondant à une longueur l du câble, représentée sur la figure 1 et orientée dans le sens de $+\vec{e}_\phi$.

I.2.b) Rappeler l'expression générale qui lie le flux de $\vec{B}(M)$ à l'inductance propre (ou coefficient d'auto-inductance) et en déduire l'inductance L d'une longueur l du câble en fonction de μ_0, l, a et b.

I.2.c) Application numérique pour un câble standard : calculer L si : $l = 1$ m, $a = 1$ mm, $b = 3$ mm.

I.2.d) Application numérique pour un dispositif à compression de flux qui sera développé en troisième et quatrième parties de ce problème : calculer L si : $l = 66$ mm, $a = 1{,}0$ mm, $b = 40$ mm.

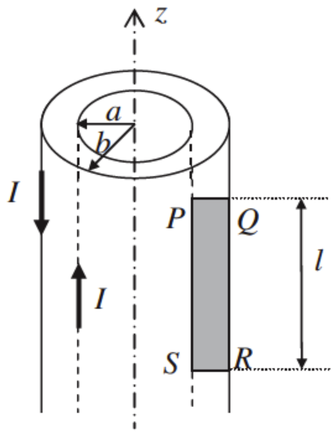
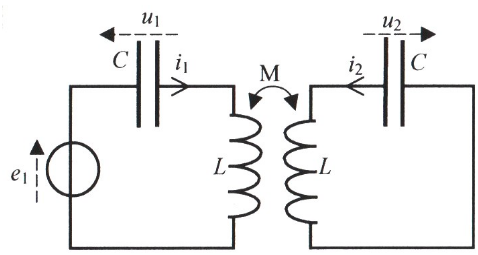


Figure 1 - Représentation schématique d'un câble coaxial. Surface rectangulaire ($PQRS$) comprise entre l'âme et la gaine.

Exercice 11 : Couplage par mutuelle – Introduction à la théorie des systèmes couplés

Soient les deux circuits électriques ci-contre.

1. Déterminer le système d'équations régissant $u_1(t)$ et $u_2(t)$.
2. On pose $S(t)=u_1+u_2$ et $D(t)=u_1-u_2$. Déterminer les équations vérifiées par $S(t)$ et $D(t)$.
3. Comment connaît-on $u_1(t)$ et $u_2(t)$ une fois résolues les variables $S(t)$ et $D(t)$?



<u>Exercice 12</u> : Rails de Laplace en pente

On reprend le dispositif des rails de Laplace avec générateur de tension mais au lieu d'être horizontal, on l'incline vers le haut d'un angle α avec l'horizontale. Le champ magnétique dans lequel est plongé le dispositif est stationnaire et uniforme, vertical vers le haut. On prendra $B=150\,mT$ pour le champ magnétique, $m=8{,}0\,g$ et $l=12\,cm$ pour la masse et la longueur de la barre se déplaçant sur les rails, $\alpha=30°$ et $g=9{,}8\,m.s^{-2}$. On néglige tous les frottements.

1. Faire un schéma en précisant le sens du courant pour que la force de Laplace permette à la barre de monter le long des rails.
2. Calculer la valeur de l'intensité I du courant pour que la barre monte à vitesse constante égale à sa vitesse initiale.
3. Calculer la puissance des forces de Laplace sur la barre s'il met 0,50 s pour augmenter son altitude de 10 cm.