CHAPITRE VIII : Les circuits avec résistances ohmiques

Ce chapitre porte sur les courants et les différences de potentiel dans les circuits.

VIII.1 : Les résistances en série et en parallèle

On dit que deux ou plusieurs résistances sont branchées en série lorsqu'elles sont reliées l'une à l'autre bout à bout par un conducteur, de telle sorte à former un seul conducteur dans lequel **un même courant** peut passer (voir figure VIII.1).

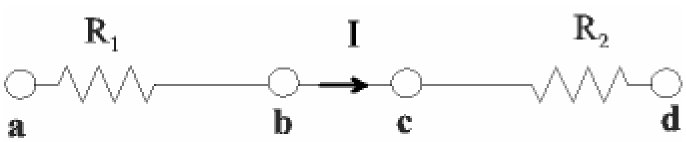


Figure VIII.1.

La différence de potentiel aux bornes de R_1 vaut :

$$\mathbf{\Delta V_1 = V_a - V_b = R_1\, I,}$$

en vertu de la loi d'Ohm. De même, aux bornes de R_2 :

$$\mathbf{\Delta V_2 = V_c - V_d = R_2\, I}$$

La différence de potentiel aux bornes de l'ensemble formé par les deux résistances en série vaut :

$$\mathbf{\Delta V = V_a - V_d = V_a - V_b + V_b - V_d = V_a - V_b + V_c - V_d\,.}$$

En effet, puisque la résistance du fil conducteur qui lie b à c est négligeable, $V_b - V_c \approx 0 \times I \approx 0$ et $V_b = V_c$. Dès lors, en vertu des relations précédentes :

$$\mathbf{\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2 = R_1\, I + R_2\, I = (R_1 + R_2)\, I}$$

Donc, la différence de potentiel aux bornes de deux résistances placées en série est égale à la somme des différences de potentiel aux bornes de chacune des résistances

L'ensemble formé par les résistances R_1 et R_2 en série, offre donc au passage du courant une résistance équivalente :

$$\mathbf{R_{éq} = \frac{\Delta V}{I} = R_1 + R_2.}$$

On peut facilement généraliser le raisonnement ci-dessus à un nombre n de résistances en série. Celles-ci auront une résistance équivalente :

$$\boxed{\mathbf{R_{éq} = R_1 + R_2 + \ldots + R_n, \text{ pour des résistances en série}}} \qquad \text{(VIII.1)}$$

La résistance équivalente à plusieurs résistances associées en série est égale à la somme des résistances.

Lorsque les résistances groupées ont leurs **deux extrémités connectées ensembles** au reste du circuit (voir figure VIII.2), on dit qu'elles sont placées en parallèle.

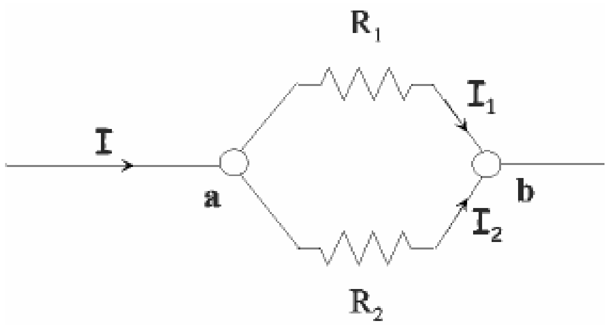


Figure VIII.2.

Cette fois, la différence de potentiel aux bornes de l'ensemble est égale à celle aux bornes de chaque résistance placée en parallèle.

$$\mathbf{\Delta V = V_a - V_b = \Delta V_1 = \Delta V_2}$$

Par contre, **le courant total I se divise** lorsqu'il arrive en a, une partie, I_1, passant par R_1, l'autre, I_2, passant par R_2 :

$$\mathbf{I = I_1 + I_2} \qquad \text{(VIII.2)}$$

La résistance équivalente offerte au passage du courant par l'ensemble des deux résistances en parallèle est donnée par :

$R_{éq} = \dfrac{\Delta V}{I}$, d'où l'on tire $I = \dfrac{\Delta V}{R_{éq}}$. Dès lors, en appliquant la loi d'Ohm aux courants I_1 et I_2 de la relation (VIII.2), on obtient :

$$\mathbf{\frac{\Delta V}{R_{éq}} = \frac{\Delta V}{R_1} + \frac{\Delta V}{R_2}.}$$

En divisant membre à membre par ΔV, il vient :

$$\frac{1}{\mathbf{R_{éq}}} = \frac{1}{\mathbf{R_1}} + \frac{1}{\mathbf{R_2}}$$

En généralisant le raisonnement ci-dessus au cas de n résistances placées en parallèle, on obtient :

$$\boxed{\frac{1}{\mathbf{R_{éq}}} = \frac{1}{\mathbf{R_1}} + \frac{1}{\mathbf{R_2}} + \ldots + \frac{1}{\mathbf{R_n}}, \textbf{ pour des résistances en parallèle}} \qquad \text{(VIII.3)}$$

Exemple :

Une pile ayant une f.é.m. de 9 V et une résistance interne de 0,5 Ω alimente le circuit schématisé sur la figure VIII.3.

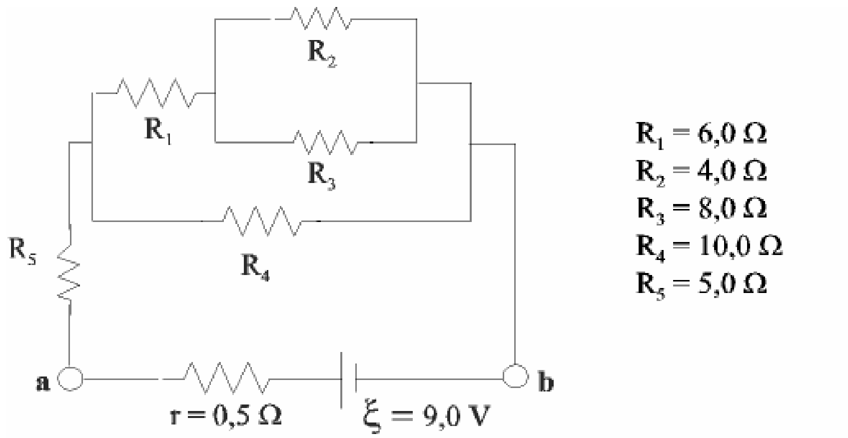


Figure VIII.3.

On demande : a) la résistance équivalente du circuit, b) le courant débité par la pile, c) la tension aux bornes de celle-ci.

a) les résistances R_2 et R_3 placées en parallèle ont une résistance équivalente R_{23}, donnée par :

$$\frac{1}{R_{23}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{4,0} + \frac{1}{8,0},$$

de sorte que R_{23} = 2,7 Ω. Ce système se trouve groupé en série avec la résistance R_1, ce qui donne pour la résistance équivalente de la branche supérieure du circuit :

$$R_{123} = R_1 + R_{23} = 6,0 + 2,7 = 8,7\ \Omega.$$

Cette résistance de la branche supérieure est placée en parallèle avec R_4, ce qui donne en les combinant : $\frac{1}{R_{1234}} = \frac{1}{R_{123}} + \frac{1}{R_4} = \frac{1}{8,7} + \frac{1}{10,0}$ et conduit à : R_{1234} = 4,8 Ω. Pour obtenir la résistance équivalente de tout le circuit branché aux bornes (a) et (b) de la pile, il faut encore lui ajouter R_5, branchée en série :

$$R_{éq} = R_{1234} + R_5 = 4{,}8 + 5{,}0 = \underline{\mathbf{9{,}8\ \Omega.}}$$

b) pour calculer le courant débité par la pile, il faut tenir compte de sa résistance interne qui s'ajoute en série avec la résistance du circuit proprement dit, de sorte que :

$$R_{tot} = R_{éq} + r = 9{,}8 + 0{,}5 = 10{,}3\ \Omega.$$

Et : $I = \xi/R_{tot} = 9{,}0 / 10{,}3 = \underline{\mathbf{0{,}87\ A}}$.

c) la différence de potentiel aux bornes (a) et (b) de la pile sera par conséquent :

$$V_a - V_b = \xi - r\,I = 9{,}0 - 0{,}5 \times 0{,}87 = \underline{\mathbf{8{,}6\ V}}.$$

VIII.2 : Les lois de Kirchhoff

Dans l'exemple précédent, nous avons déterminé l'intensité du courant débité par la pile en combinant les résistances placées en série et en parallèle et en utilisant la loi d'Ohm. Dans les circuits complexes, dans lesquels les résistances ne sont ni en série, ni en parallèle (voir figure VIII.4.a) ou lorsqu'il y a plusieurs sources de f.é.m. (voir figure VIII.4.b), cette méthode ne s'applique plus et il faut faire appel à d'autres méthodes, notamment celle basée sur les lois de Kirchhoff.

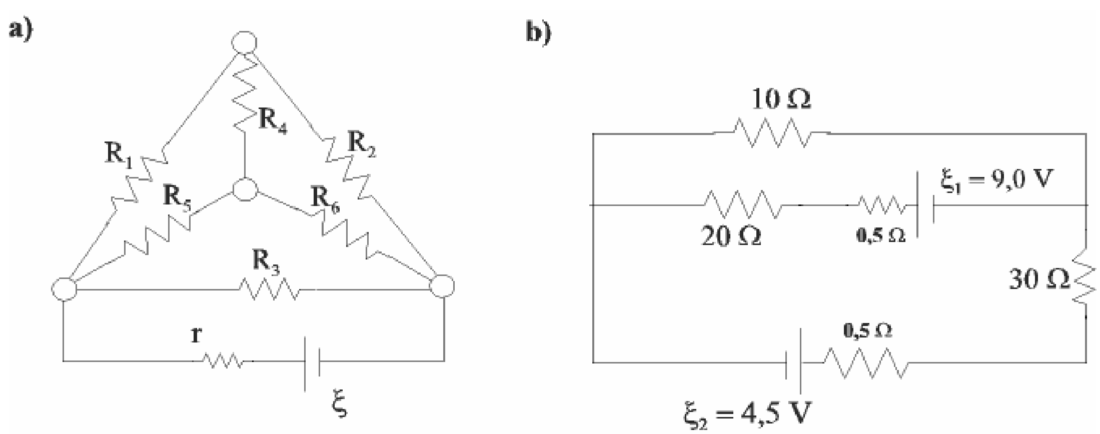


Figure VIII.4.

Les lois de Kirchhoff découlent des lois de conservation de l'énergie et de la charge électrique. La première, ou loi des nœuds résulte de la conservation de la charge. On appelle nœud d'un circuit électrique un endroit où sont connectées au moins trois branches, comme aux points a et b du système de résistances de la figure VIII.2. La loi des nœuds stipule que **:**

la somme de tous les courants qui pénètrent dans n'importe quel nœud doit égaler celle de tous les courants qui en sortent.

La relation :

$$I_1 + I_2 + I_4 = I_3 \qquad \text{(VIII.4)}$$

exprime la loi des nœuds pour le nœud schématisé à la figure VIII.5.

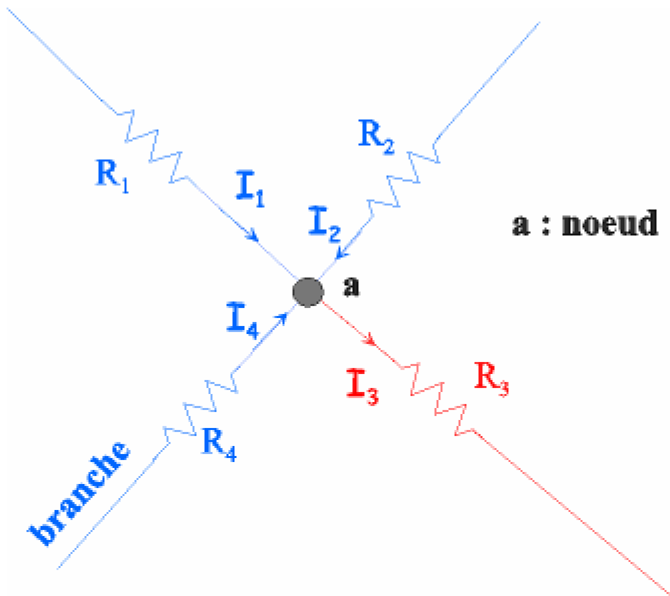


Figure VIII.5.

La loi des nœuds résulte bien de la loi de la conservation de la charge électrique si on se souvient qu'un courant est un taux de charges électriques. La somme des courants qui entrent dans un nœud amène un certain nombre de charges par seconde qui, au nom de la conservation de la charge, doivent en sortir, par les branches ayant un courant sortant, de sorte qu'il n'y ait ni création, ni accumulation de charges au nœud.

Remarquons que lorsque nous avons écrit la relation (VIII.2), nous avons déjà fait appel à la loi des nœuds sans le dire.

La deuxième loi de Kirchhoff, ou loi des mailles, découle de la conservation de l'énergie. Elle stipule que :

dans un circuit, la somme algébrique des variations de potentiel le long de n'importe quel parcours fermé doit être nulle.

La relation :

$$\mathbf{V_{ab} + V_{bc} + V_{cd} + V_{de} + V_{ef} + V_{fa} = 0,} \qquad \text{(VIII.5)}$$

exprime la loi des mailles pour la maille (a, b, c, d, e, f, a) schématisée à la figure VIII.6. Celle-ci comporte deux nœuds, (a) et (b), où il y a plus de deux branches qui arrivent (trois), les points c, d, e, f sont de simples points de référence.

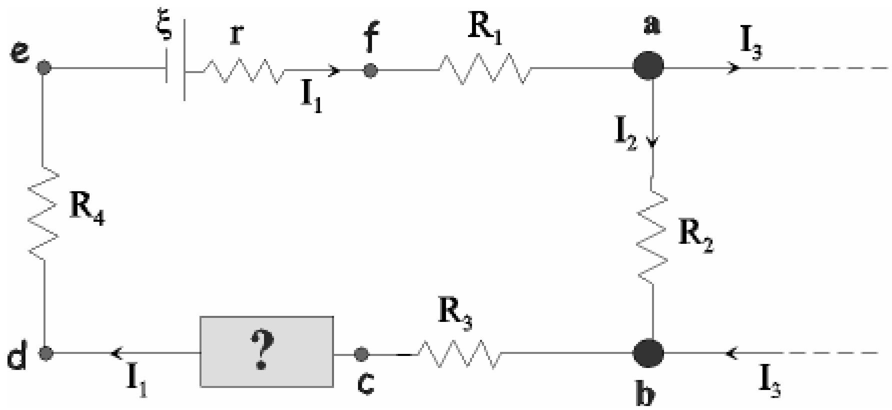


Figure VIII.6.

La somme de différences de potentiels (VIII.5) peut s'expliciter par :

$(V_a - V_b) + (V_b - V_c) + (V_c - V_d) + (V_d - V_e) + (V_e - V_f) + (V_f - V_a) = V_a - V_a = 0,$

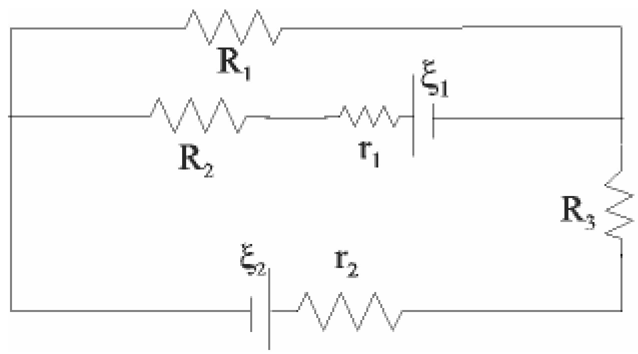
puisque le potentiel électrique est une différence d'énergie potentielle par unité de charge et que l'énergie potentielle ne dépend que du point a où on se trouve.

VIII.3 : Méthode de résolution de circuits par les lois de Kirchhoff

Lorsqu'on a à résoudre un circuit tel que ceux de la figure VIII.4, on peut faire appel aux lois de Kirchhoff établies à la section précédente. Résoudre un circuit veut généralement dire : déterminer les courants qui passent dans chaque branche, connaissant les sources de f.é.m. Les lois de Kirchhoff permettent d'établir un système de n équations à n inconnues, une par branche.

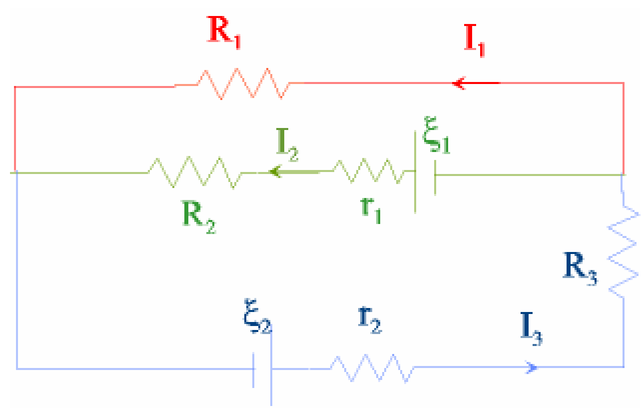
Pour établir ce système d'équations, il peut être utile d'adopter une méthode systématique qui permet de minimiser les risques d'erreur. En voici une, appliquée au cas de la figure VIII.4.b:

1. Faites un schéma clair du circuit dans lequel chaque élément est représenté par un symbole : ξ_i pour une f.é.m., R_i pour une résistance, etc … Mettez en regard les valeurs numériques de ces symboles, dans un tableau :



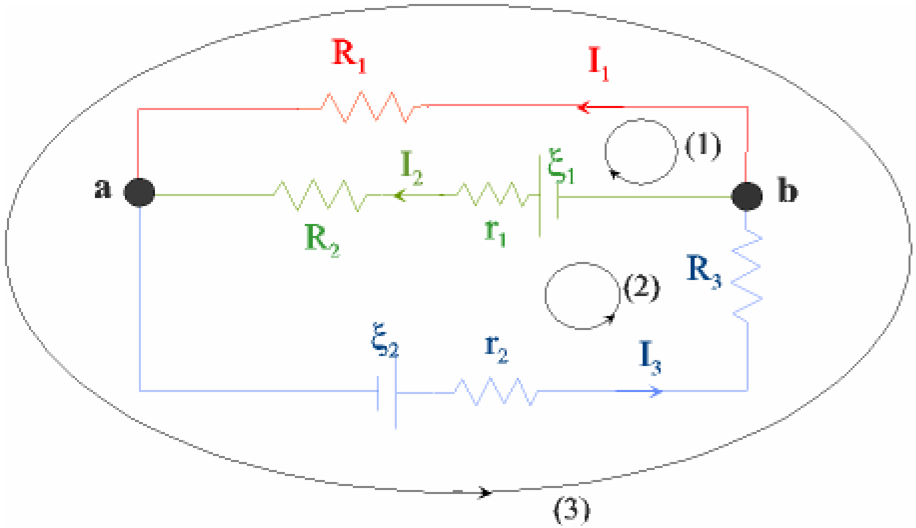
ξ_1 = **9,0 V**
ξ_2 = 4,5 V
r_1 = 0,5 Ω
r_2 = 0,5 Ω
R_1 = **10.0 Ω**
R_2 = **20,0 Ω**
R_3 = **30,0 Ω**

2. Identifiez chaque branche i du circuit et attribuez un symbole I_i pour le courant qui y circule. Choisissez arbitrairement un sens pour le courant et indiquez-le sur le schéma par une flèche :



Souvenez-vous que c'est nécessairement le même courant qui circule partout le long d'une même branche et qu'il ne peut donc y avoir deux symboles inscrits le long d'une même branche.

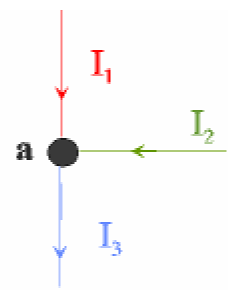
3. Identifiez les différents nœuds du circuit et désignez les par une lettre : a, b, … Indiquez les différentes mailles par une boucle et indiquez-y le sens dans lequel vous allez les parcourir, sens que vous choisissez arbitrairement.



Dans le circuit ci-dessus, il y a deux nœuds, a et b et trois mailles : (1), (2) et (3).

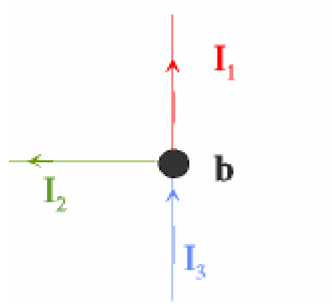
4. Ecrivez la loi des nœuds pour les différents nœuds :

nœud (a) :



$I_1 + I_2 = I_3$ [1]

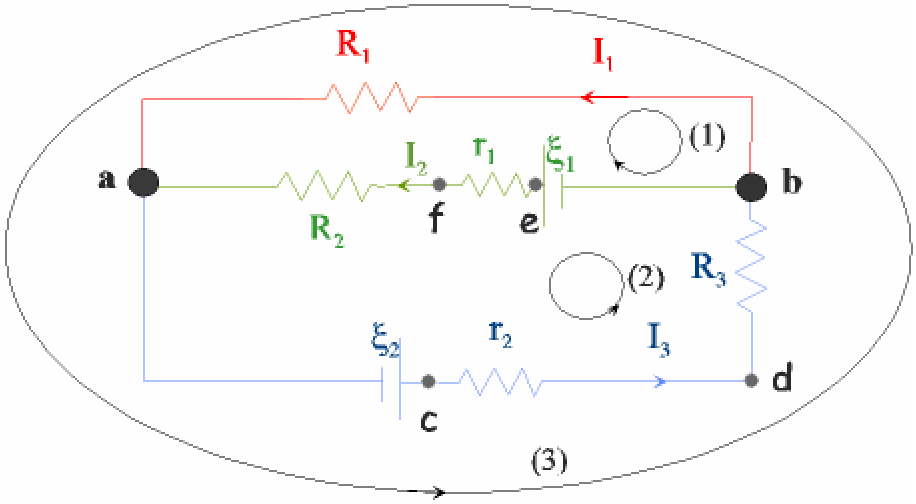
nœud (b) :



$I_3 = I_1 + I_2$

En fait les deux équations obtenues ci-dessus sont identiques : dans tous les circuits vous constaterez que l'information apportée par le dernier nœud est redondante .

5. Mettez une lettre de référence entre chaque élément différent du circuit et écrivez la loi des mailles pour chacune d'entre elle.



maille (1) : $V_{ab} + V_{be} + V_{ef} + V_{fa} = 0$ [2]

maille (2) : $V_{ac} + V_{cd} + V_{db} + V_{be} + V_{ef} + V_{fa} = 0$ [3]

maille (3) : $V_{ac} + V_{cd} + V_{db} + V_{ba} = 0$

On peut voir aisément que la 3ème équation ci-dessus est une combinaison linéaire des deux autres : l'information apportée par la dernière maille est redondante.

6. Les équations [1], [2] et [3], établies ci-dessus, doivent permettre de déterminer les courants des différentes branches : I_1, I_2 et I_3. Pour cela, il reste encore à remplacer les différences de potentiel qui apparaissent dans la loi des mailles, soit par leur valeur numérique lorsque celle-ci est donnée, soit en fonction du courant en utilisant la loi d'Ohm : $V_i = R_i\, I$. Pour ce faire, on fera attention au signe des différences de potentiel, en se souvenant que le courant s'écoule du point de potentiel le plus haut vers le point de potentiel le plus bas. On obtient alors le système à résoudre :

   $I_3 = I_1 + I_2$ [1]

   $- R_1 I_1 - \xi_1 + r_1 I_2 + R_2 I_2 = 0$ [2]

   $- \xi_2 + r_2 I_3 + R_3 I_3 - \xi_1 + r_1 I_2 + R_2 I_2 = 0$ [3]

   On remplace par les valeurs numériques et on met en évidence :

   $I_3 = I_1 + I_2$ [1]

   $- 10{,}0\, I_1 - 9{,}0 + 20{,}5\, I_2 = 0$ [2]

   $- 4{,}5 + 30{,}5\, I_3 - 9{,}0 + 20{,}5\, I_2 = 0$ [3]

7. Résolution du système d'équation : de [2], on tire I_1 en fonction de I_2 :

   $I_1 = -\ 0{,}90 + 2{,}05\ I_2$ [2']

   de [3], on tire I_3 en fonction de I_2 :

   $I_3\ = 0{,}443 - 0{,}672\ I_2$ [3']

   En utilisant [2'] et [3'] dans [1], il vient :

   $0{,}443 - 0{,}672\ I_2 = -\ 0{,}90 + 2{,}05\ I_2 + I_2$, d'ou:

   $\mathbf{I_2 = 1{,}343\ /\ 3{,}722 = 0{,}361\ A = 361\ mA}$

   La valeur de I_2 dans [2'] conduit à:

   $\mathbf{I_1 = -\ 0{,}90 + 2{,}05\ x\ 0{,}361 = -\ 0{,}160\ A = -\ 160\ mA}$

   La valeur de I_2 dans [3'] conduit à :

   $\mathbf{I_3 = 0{,}443 - 0{,}672\ x\ 0{,}361 = 0{,}200\ A = 200\ mA}$

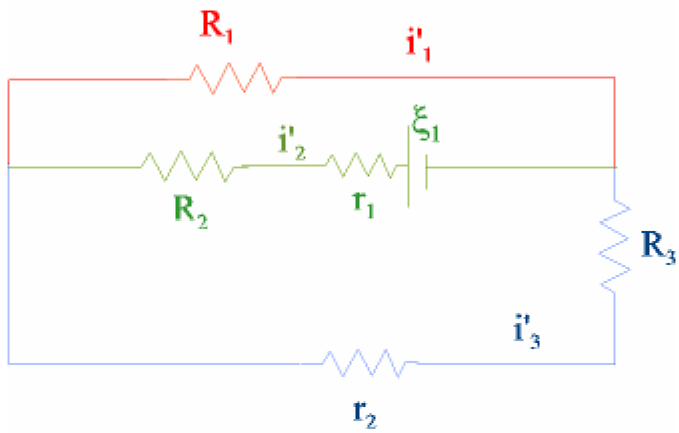
   On vérifie que les résultats obtenus satisfont bien aux équations de départ.

   Remarquons que la valeur obtenue pour I_1 est négative. Cela résulte du choix initial arbitraire du sens du courant dans les différentes branches. Il apparaît que le choix arbitraire fait pour I_1 est l'inverse du sens réel du courant dans cette branche. Dans la branche 1, des charges positives s'écouleraient en sens inverse de la flèche placée arbitrairement, soit de a vers b et non de b vers a comme supposé initialement.

VIII.4 : La méthode de superposition

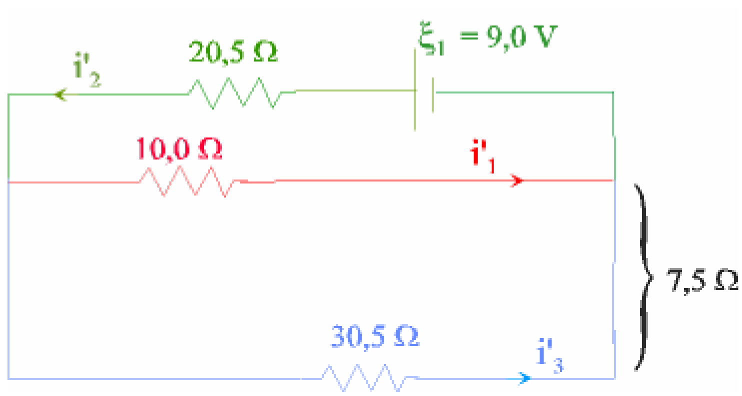
Un circuit comme celui traité à la section précédente peut aussi se résoudre par la méthode de superposition. Cette méthode consiste à calculer les courants produits dans chaque branche par chaque f.é.m. prise individuellement, en court-circuitant les autres f.é.m. Ensuite, pour chaque branche, on ajoute les courants dus à chaque f.é.m. présente dans le circuit, en tenant compte de leur signe. Cette méthode est justifiée par la linéarité d'un tel circuit qui ne comporte que des résistances ohmiques.

Appliquons cette méthode au circuit de la figure VIII.4.b traité à la section précédente et calculons d'abord les courants dus à ξ_1, en court-circuitant ξ_2, ce qui donne le circuit suivant :



soit i'_1, i'_2 et i'_3 les courants dus à ξ_1 dans les branches 1, 2, et 3 définies à la section précédente. R_2 et r_1 sont groupées en série et forment une résistance équivalente de 20,5 Ω, de même R_3 et r_2 ont une résistance équivalente de 30,5 Ω.

Le circuit simplifié est le suivant :



Les branches avec la résistance de 10,0 Ω et celle avec la résistance de 30,5 Ω sont en parallèle, ce qui donne une résistance équivalente :

$$\frac{1}{\mathbf{R_{éq}}} = \frac{1}{\mathbf{10,0}} + \frac{1}{\mathbf{30,5}}, \text{ soit } \mathbf{R_{éq} = 7,5\ \Omega}.$$

La polarité de la f.é.m. ξ_1 détermine le sens du courant dans chaque branche : celui-ci s'écoule de la borne positive vers la borne négative.

La résistance totale du circuit s'obtient en combinant $R_{éq}$ en série avec la résistance de 20, 5 Ω :

$R_{tot} = 7,5\ \Omega + 20,5 = 28,0\ \Omega$.

Dès lors, le courant débité par ξ_1, vaut :

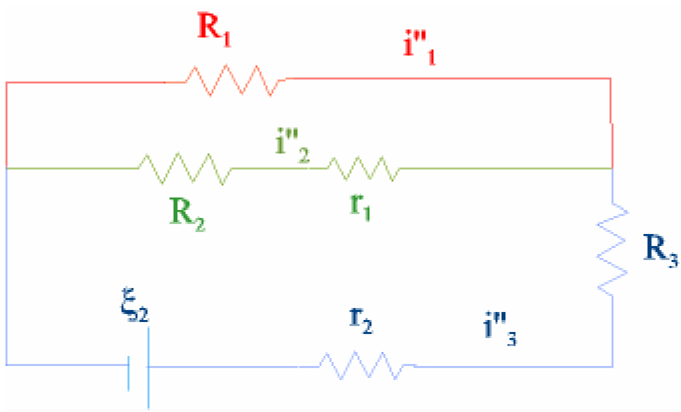
$i'_2 = 9,0\ V / 28,0\ \Omega = 0,32\ A$.

La différence de potentiel aux bornes de $R_{éq}$ vaut :9,0 V – 20,5 × 0,32 = 2,4 V

Donc : i'_1 = 2,4 V / 10,0 Ω = 0,24 A

i'_3 = 2,4 V / 30,5 Ω = 0,08 A.

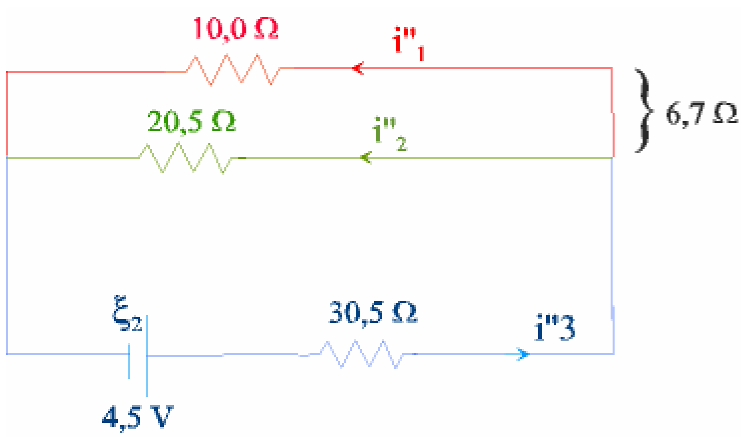
De la même manière, calculons maintenant les courants i''_1, i''_2 et i''_3, dus à ξ_2 lorsque ξ_1 est court-circuité, ce qui donne le circuit suivant :



Les résistances R_2 et r_1, d'une part, et R_3 et r_2 d'autre part, groupées en série donnent une résistance équivalente de 20,5 Ω et 30,5 Ω respectivement et la résistance équivalente des branches 1 et 2 groupées en parallèle vaut : 6,7 Ω, ce qui donne pour résistance totale du circuit :

R_{tot} = 30,5 Ω + 6,7 = 37,2 Ω.

Le circuit simplifié est le suivant :



La polarité de la f.é.m. ξ_2 détermine le sens du courant dans chaque branche.

Le courant débité par la pile ξ_2 vaut :

i''_3 = 4,5 V / 37,2 Ω = 0,12 A.

La tension aux bornes des branches 1 et 2 vaut par conséquent : 4,5 V –0,12 A × 30,5 Ω = 0,8 V, ce qui donne pour les courants dans les deux branches :

i''_1 = 0,8 V/10,0 Ω = 0,08 A,

$i''_2 = 0{,}8\ V/20{,}5\ \Omega = 0{,}04\ A$.

Pour obtenir le courant total dans chaque branche, on ajoute les courants produits par les deux piles en tenant compte de leur signe :

$I_1 = i'_1 - i''_1 = 0{,}24 - 0{,}08 = 0{,}16\ A$,

dans le sens de i'_1, c'est-à-dire de gauche à droite ;

$I_2 = i'_2 + i''_2 = 0{,}32 + 0{,}04 = 0{,}36\ A$,

de droite à gauche ;

$I_3 = i'_3 + i''_3 = 0{,}08 + 0{,}12 = 0{,}20\ A$,

de gauche à droite.

On retrouve bien les mêmes résultats qu' avec les lois de Kirchhoff.

La méthode de superposition peut être utilisée pour résoudre des circuits à plusieurs branches et à plusieurs sources de f.é.m., où les résistances peuvent se grouper facilement en résistances en série et résistances en parallèle. Elle n'est d'aucune utilité lorsqu'il n'y a qu'une seule source de f.é.m. et/ou lorsque les résistances sont groupées de manière plus complexe comme dans le cas de la figure VIII.4.a. Il faut alors utiliser les lois de Kirchhoff. Dans le cas où les deux méthodes sont applicables, on préférera utiliser les lois de Kirchhoff lorsqu'on a un grand nombre de sources de f.é.m. et peu de branches. Par contre lorsqu'il y a beaucoup de branches et peu de sources de f.é.m., on préférera la méthode de superposition.

VIII.5 : Le théorème de Thévenin

Bien que les lois de Kirchhoff permettent de résoudre n'importe quel circuit, si compliqué soit-il, on peut souvent éviter la résolution du système d'équations auquel elles conduisent en utilisant le théorème de Thévenin, notamment lorsqu'on ne s'intéresse qu'au courant dans un seul élément du circuit. Le théorème de Thévenin stipule que :

Tout circuit à deux bornes a et b, composé de plusieurs sources et de plusieurs résistances, peut être remplacé par une source de f.é.m. unique ξ_{Th}, placée en série avec une résistance unique R_{Th}.

Ce théorème résulte de la linéarité entre courant et tension dans les résistances : l'effet des différentes sources s'ajoutent indépendamment les unes des autres, comme nous l'avons vu dans la méthode de superposition (section VIII.4).

Pour comprendre la portée de ce théorème, appliquons-le au circuit de la figure VIII.7.

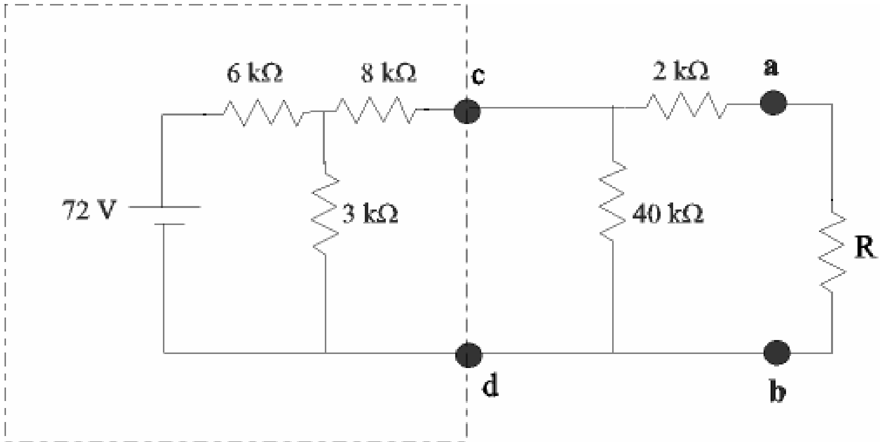


Figure VIII.7.

Supposons qu'on désire calculer le courant qui circule dans la résistance R pour différentes valeurs de celle-ci : 2 kΩ, 5 kΩ et 10 kΩ. On pourrait combiner résistances en série et en parallèle pour calculer la résistance équivalente du circuit, en partant de R, en déduire le courant débité par la pile, ensuite calculer chutes de tension et division du courant dans les divers éléments jusqu'à remonter à R. Il faudrait recommencer le calcul pour chaque valeur de R. On pourrait aussi appliquer la méthode de Kirchhoff, c'est-à-dire, résoudre un système de 5 équations à 5 inconnues et répéter cette résolution pour chaque valeur de R.

Nous allons voir que la quantité de calculs est significativement réduite en appliquant le théorème de Thévenin qui remplace le circuit de la figure VIII.7 par celui de la figure VIII.8.

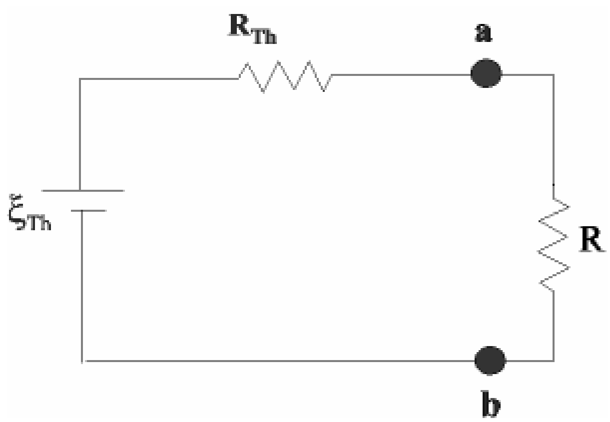


Figure VIII.8.

Méthode de calcul de la tension et de la résistance de Thévenin :

En observant la figure VIII.8, on constate que :

- $\xi_{Th} = V_{ab}$ lorsque le circuit est ouvert entre a et b, c'est-à-dire lorsqu'il n'y a pas de résistance de charge R connectée entre les bornes a et b.

  Donc pour calculer la tension de Thévenin entre deux bornes d'un circuit on calcule la différence de potentiel entre ses bornes lorsque le circuit est ouvert, c'est-à-dire, en l'absence de charge entre ses bornes.

- $R_{Th} = R_{ab}$ lorsque la source de tension de Thévenin est remplacée par une résistance nulle, c'est-à-dire, par un court-circuit.

  Donc pour calculer la résistance de Thévenin d'un circuit, on calcule sa résistance équivalente entre ses deux bornes, après avoir remplacé toutes les sources de f.é.m. par une résistance nulle, c'est-à-dire en court-circuitant ses bornes.

Application au circuit de la figure VIII.7

Dans un circuit à plusieurs mailles comme celui de la figure VIII.7, il peut être plus facile de procéder par étapes. Nous allons d'abord remplacer le circuit encadré en trait interrompu, de bornes c et d, par son équivalent Thévenin, soir le circuit suivant :

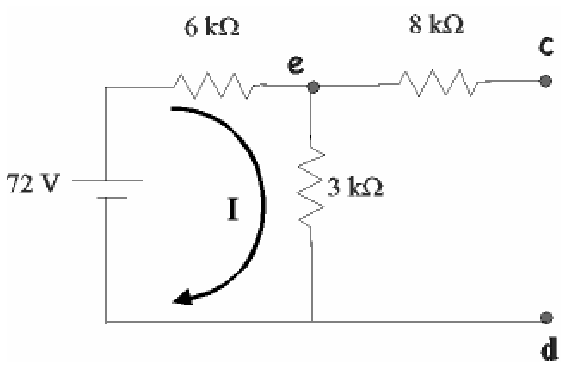


Figure VIII.9.

- Calcul de la tension de Thévenin :

Lorsque le circuit est ouvert, il n'y a pas de courant dans la résistance de 8 kΩ, celle-ci se trouvant dans une maille ouverte ; un même courant I est débité par la pile et circule dans les résistances de 6 kΩ et de 3 kΩ (voir figure VIII.9) :

$$I = \frac{72\,V}{6\,k\Omega + 3\,k\Omega} = 8\,mA$$

Dès lors :

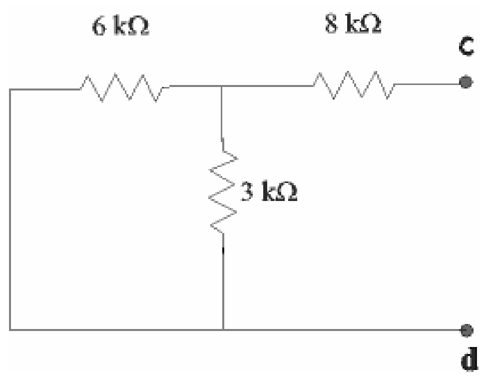
$$V_{ed} = 3\ k\Omega \times 8\ mA = 24\ V$$

Comme il n'y a pas de courant dans la résistance de 8 kΩ :

$V_c = V_e$ et $\xi_{Th} = V_{cd} = V_{ed} = 24$ V

- Calcul de la résistance de Thévenin :

  On remplace la pile de 72 V par un court-circuit, ce qui donne :



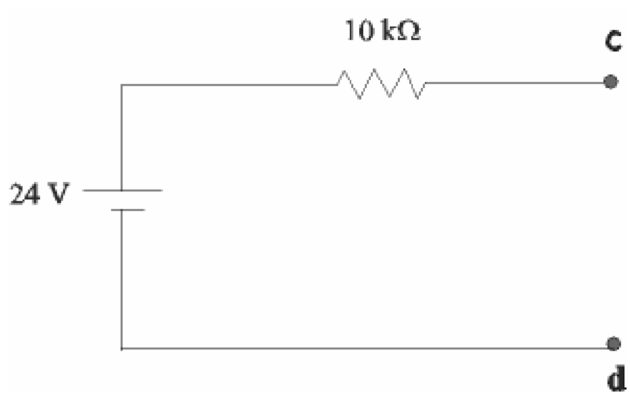
Pour calculer la résistance équivalente entre c et d, on groupe d'abord les résistances de 6 kΩ et de 3 kΩ, qui sont en parallèle :

$$\frac{1}{R_{3k||6k}} = \frac{1}{3\,k\Omega} + \frac{1}{6\,k\Omega} \quad \text{, donc } R_{3k||6k} = 2\,k\Omega$$

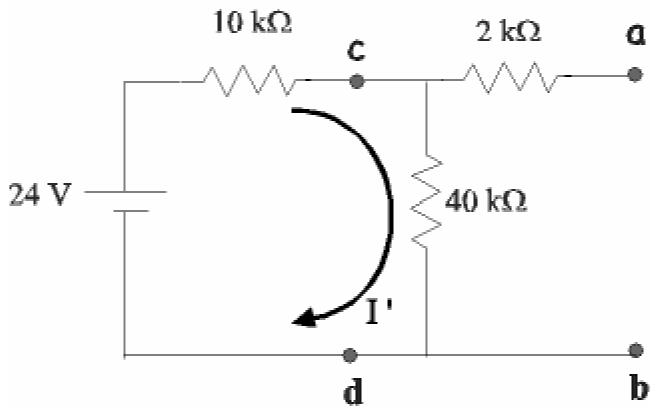
Cette résistance se retrouve en série avec celle de 8 kΩ, ce qui donne :

$$R_{Th} = R_{cd} = 2k\Omega + 8\ k\Omega = 10\ k\Omega$$

- Circuit équivalent à celui de la figure VIII.9 :



Ce qui conduit à une première simplification du circuit de la figure VIII.7 :



Auquel on applique la même procédure que pour le circuit de la figure VIII.9.

- Calcul de la tension de Thévenin :

$$I' = \frac{24\,\text{V}}{10\,\text{k}\Omega + 40\,\text{k}\Omega} = 0,48\ \text{mA}$$

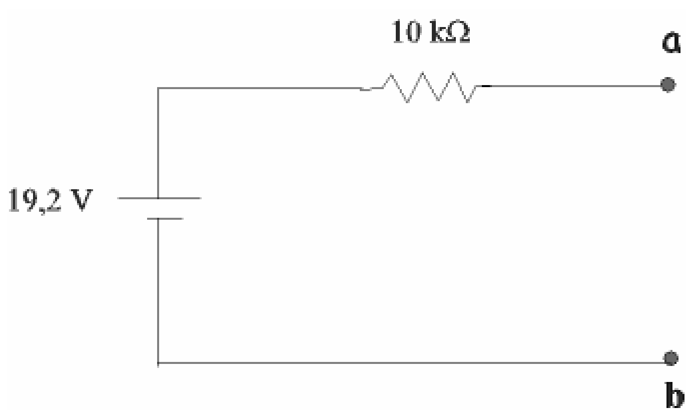
$$\xi_{Th} = V_{ab} = V_{cd} = 40\ \text{k}\Omega \times 0,48\ \text{mA} = 19,2\ \text{V}$$

- Calcul de la résistance de Thévenin :

On court-circuite la pile de 24 V, on groupe en parallèle les résistances de 10 kΩ et de 40 kΩ, ce qui donne une résistance de 8 kΩ à grouper en série avec celle de 2 kΩ, soit :

$$R_{Th} = 8\ \text{k}\Omega + 2\ \text{k}\Omega = 10\ \text{k}\Omega$$

- Circuit équivalent à celui de la figure VIII.7 :



Remarquons que les calculs ci-dessus ne font pas intervenir R et ne doivent donc pas être répétés pour chaque valeur de R. Le seul calcul qui doit être répété pour chaque valeur de R est celui du courant qui y passe :

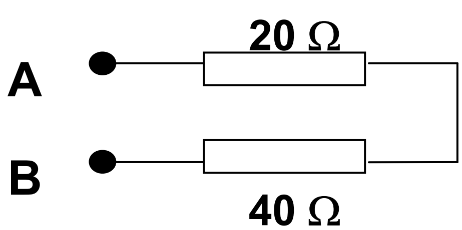
$$I_R = \frac{\xi_{Th}}{R_{Th} + R}$$

et qui vaut respectivement : 1,6 mA, 1,28 mA et 0,96 mA pour des valeurs de R = 2 kΩ, 5 kΩ et 10 kΩ.

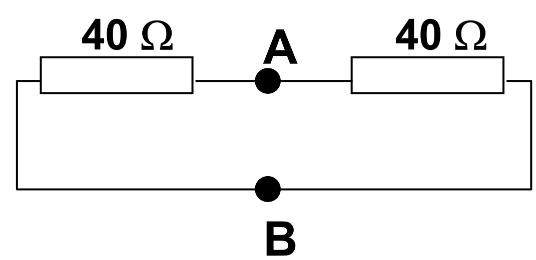
VIII.6 : Exercices

1. Calculer la résistance équivalente entre les points A et B des groupements de résistances suivants :

a)

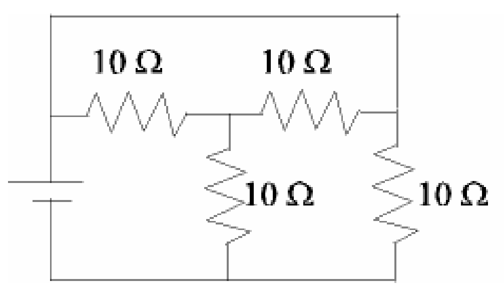


b)



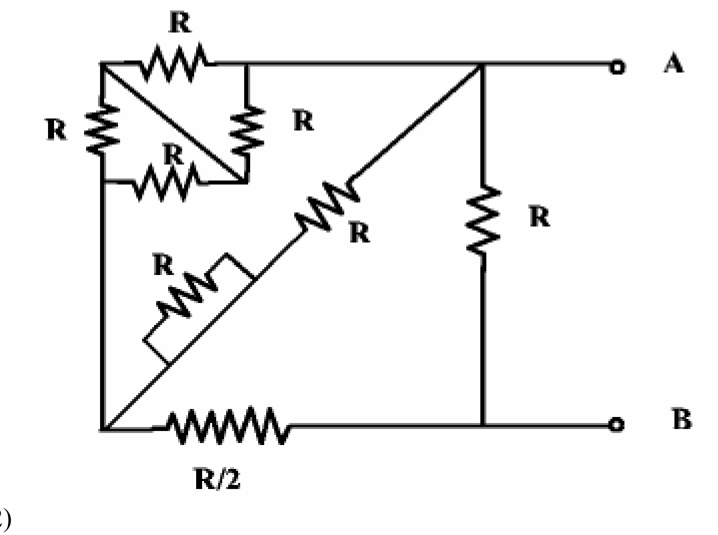
(R : a) 60 Ω ; b) 20 Ω).

2. Pour le circuit suivant où toutes les résistances valent 10 Ω, calculer la résistance équivalente aux bornes de la pile.



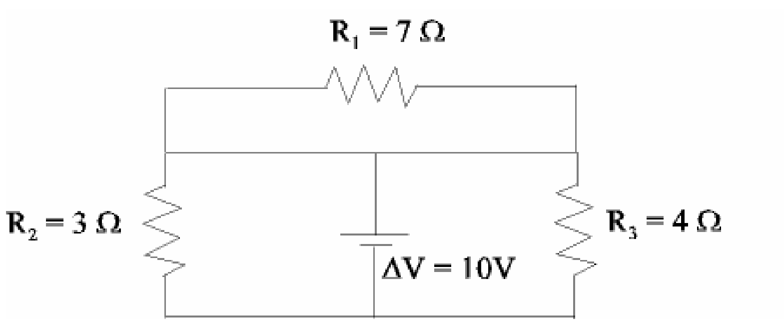
(R: 6 Ω).

3. Simplifiez le circuit suivant et calculez sa résistance équivalente entre les bornes A et B. Justifiez toutes vos simplifications (examen d'août 2005).



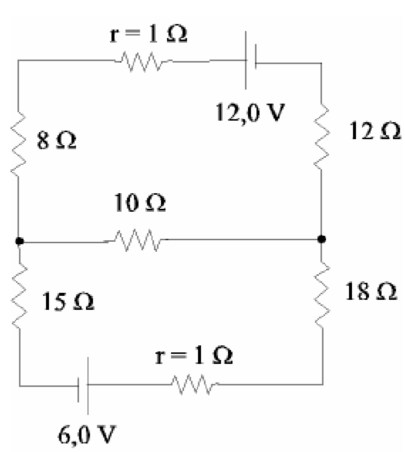
(R: $R_{éq} = R/2$)

4. Trouver les courants circulant dans les trois résistances ainsi que celui débité par la pile :



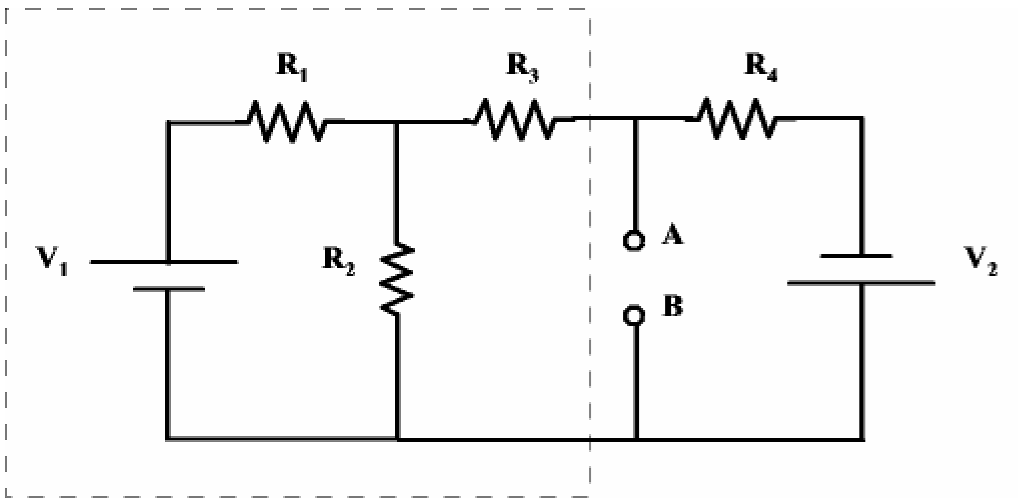
(R : $I_1 = 0$ A ; $I_2 = 3{,}3$ A ; $I_3 = 2{,}5$ A ; $I_{pile} = 5{,}8$ A).

5. La résistance interne de chaque pile étant désignée par r dans le circuit ci-dessous, déterminez l'intensité des courants débités par chacune des deux piles et la tension aux bornes de la pile de 6,0 V, en utilisant les lois de Kirchhoff.



(R : I_{12} = 465 mA ; I_6 = 242 mA ; V_6 = 5,76 V).

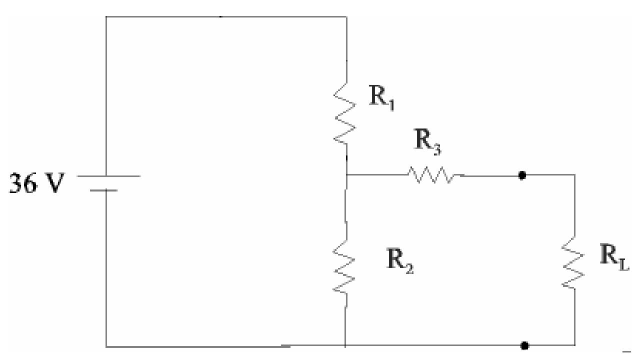
6. Soit le circuit suivant :



Avec V_1 = 40 V, V_2 = 20 V, R_1 = 4 Ω, R_2 = 12 Ω, R_3 = 5 Ω, et R_4 = 8 Ω. On dispose d'une ampoule de lampe de poche prévue pour fonctionner avec une pile de 4,5 V ; elle dissipe alors une puissance de 2 W. Peut-on brancher cette ampoule aux bornes A et B sans risquer de l'endommager ? Pour répondre à cette question, négligez les éventuelles variations de la résistance de l'ampoule avec le courant qui y passe. On demande d'utiliser la méthode de superposition; pour cela, placez l'ampoule entre A et B, après avoir calculé sa résistance.

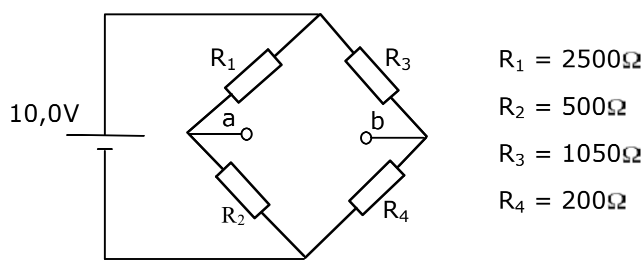
(R: I_{max} = 0,44 A ; R_a = 10 Ω ; I = 0,36 A < 0,44 A --> OK)

7. Soit le circuit ci-dessous :



Pour des valeurs R_1 = 6 kΩ, R_2 = 3 kΩ et R_3 = 2 kΩ, remplacez ce circuit par son équivalent Thévenin et calculez le courant qui passe dans la résistance de charge R_L pour des valeurs de R_L de 1 k Ω, 2 kΩ et 4 kΩ. Quelle est dans chaque cas la différence de potentiel aux bornes de R_L. (R : R_{Th} = 4 kΩ ; V_{Th} = 12 V ; I_1 = 2,4 mA ; I_2 = 2 mA ; I_4 = 1,5 mA ; V_1 = 2,4 V ; V_2 = 4 V ; V_4 = 6).

8. Quel serait le courant lu par un galvanomètre de 100 Ω de résistance interne placé entre les bornes a et b du circuit ci-dessous (examen d'août 2006) :



<u>Conseil</u> : calculez d'abord l'équivalent Thévenin du circuit entre les bornes a et b ; cet équivalent se calcule en une seule étape en appliquant directement la méthode de détermination de ces équivalents, V_{Th} et R_{Tn} ; pour calculer V_{Th}, calculez d'abord séparément V_a et V_b par rapport au point de potentiel zéro. Il est aussi possible de résoudre le problème en utilisant les lois de Kirchhoff, mais les calculs sont plus longs et il faut veiller à ne pas faire apparaître le courant débité par la source dans les équations, ni dans les inconnues.

(R: V_{Th} = 0,067 V ; R_{Th} = 585 Ω ; I = 9,8 x 10^{-5} A = 98 μA)