

# Cours de Génie Electrique

G. CHAGNON



# Table des matières

## Introduction 11

### 1 Quelques mathématiques... 12

1.1 Généralités sur les signaux .....	12	
1.1.1 Introduction .....	12	
1.1.2 Les classes de signaux .....	12	
1.1.2.1 Temps continu et temps discret .....	12	
1.1.2.2 Valeurs continues et valeurs discrètes .....	13	
1.1.2.3 Période, fréquence .....	14	
1.1.3 Energie, puissance .....	14	
1.1.3.1 Définitions .....	14	
1.1.3.2 Remarques .....	14	
1.2 La Transformée de Fourier .....	15	
1.2.1 Généralités .....	15	
1.2.1.1 Introduction .....	15	
1.2.1.2 Définitions .....	15	
1.2.2 Propriétés .....	16	
1.2.2.1 Linéarité .....	16	
1.2.2.2 Décalage en temps/fréquence .....	16	
1.2.2.3 Dérivation .....	17	
1.2.2.4 Dilatation en temps/fréquence .....	17	
1.2.2.5 Conjugaison complexe .....	18	
1.2.2.6 Convolution .....	18	
1.2.3 Représentation de Fourier de signaux d'énergie infinie .....	19	
1.2.3.1 Impulsion de Dirac .....	19	
1.2.3.2 Spectre de signaux périodiques .....	21	
1.2.3.3 Cas particulier: peigne de Dirac .....	22	
1.3 Notion de filtre linéaire .....	24	
1.3.1 Linéarité .....	241.3.2 Invariance .....	241.3.3
1.3.1.1 Lignes nœuds .....	302.1.3.1 Lignes nœuds .....	302.1.3.2 Lignes mailles .....

2.2.1.3	Aspect énergétique	32
2.2.1.4	Associations de résistors.	32
2.2.2	Labobine.	33
2.2.2.1	Les effets inductif et auto-inductif.	33
2.2.2.2	Caractéristique tension/courant d'une bobine.	33
2.2.2.3	Aspect énergétique	34
2.2.3	Le condensateur	34
2.2.3.1	L'effet capacitif	34
2.2.3.2	Caractéristique tension/courant d'un condensateur	34
2.2.3.3	Aspect énergétique	34
2.3	Régimes sinusoïdal, ou <i>harmonique</i> .	35
2.3.1	Définitions	35
2.3.2	Puissance en régime sinusoïdal.	35
2.3.2.1	Puissance en régime périodique.	35
2.3.2.2	Puissance instantanée en régime sinusoïdal	35
2.3.2.3	Puissance moyenne en régime sinusoïdal	36
2.3.3	Représentation complexe d'un signal harmonique.	36
2.3.4	Impédances	37
2.3.4.1	Rappel: caractéristiques tension/courant	37
2.3.4.2	Impédance complexe	37
2.3.4.3	Associations d'impédances	38
2.4	Spectre et fonction de transfert	38
2.4.1	Spectre d'un signal	38
2.4.1.1	Introduction	38
2.4.1.2	Signaux multipériodiques et apériodiques	39
2.4.2	Fonction de transfert	40
<b>3</b>	<b>Du semi-conducteur aux transistors</b>	<b>42</b>
3.1	Les semi-conducteurs	42
3.1.1	Semi-conducteurs intrinsèques	42
3.1.1.1	Réseau cristallin	42
3.1.1.2	Définitions	42
3.1.1.3	Exemples	43
3.1.2	Semi-conducteurs extrinsèques de type <i>n</i>	43
3.1.2.1	Réseau cristallin	43
3.1.2.2	Définitions	43
3.1.2.3	Modèle	43
3.1.3	Semi-conducteurs extrinsèques de type <i>p</i>	44
3.1.3.1	Réseau cristallin	43
3.1.3.2	Définitions	48
3.1.3.3	Caractéristique et définitions	44

3.3.2.2	Blocage	51
3.3.2.3	Fonctionnement normal inverse.	52
3.3.2.4	Fonctionnement normal inverse.	52
3.3.2.5	Saturation	52
3.4	Le transistor MOS.	53
3.4.1	Introduction.	53
3.4.2	Définitions et principe de fonctionnement	53
<b>4</b>	<b>Systèmes analogiques</b>	<b>55</b>
4.1	Représentation quadripolaire	55
4.1.1	Introduction ..	55
4.1.2	Matrice de transfert	55
4.1.3	Exemple .. . . .	56
4.1.4	Impédances d'entrée/sortie.	56
4.2	Contreréaction	58
4.2.1	Généralités .. . . . .	58
4.2.1.1	Introduction .. . . . .	58
4.2.1.2	Conventions .. . . . .	59
4.2.1.3	Un exemple d'intérêt du bouclage.	59
4.2.2	Un peu de vocabulaire... .. . . .	60
4.2.2.1	Les signaux .. . . . .	60
4.2.2.2	Les (( branches )) de la boucle .. . . . .	60
4.2.2.3	Les gains .. . . . .	60
4.2.3	Influence d'une perturbation .. . . . .	61
4.2.4	Exemples de systèmes à contreréaction .. . . . .	61
4.2.4.1	Exemple détaillé: une file de voitures sur l'autoroute	61
4.2.4.2	Autres exemples .. . . . .	62
4.3	Diagramme de Bode; Gabarit	62
4.3.1	Diagramme de Bode .. . . . .	62
4.3.1.1	Définition .. . . . .	62
4.3.1.2	Exemple .. . . . .	63
4.3.1.3	Les types de filtres .. . . . .	64
4.3.2	Gabarit .. . . . .	65
4.4	Bruit dans les composants .. . . . .	66
4.4.1	Densité spectrale de puissance .. . . . .	66
4.4.2	Les types de bruit .. . . . .	67
4.4.2.1	Bruit thermique .. . . . .	67
4.4.2.2	Bruit de grenaille .. . . . .	68
4.4.2.3	Bruit en $1/f$ .. . . . .	68
4.4.2.4	Parasites radioélectriques .. . . . .	73
4.4.2.5	Les sources de parasites .. . . . .	74

<b>5 Systèmes numériques</b>	<b>76</b>
5.1 Introduction.	76
5.1.1 Généralités	76
5.1.2 Représentation logique.	76
5.1.3 Familles de portes logiques.	77
5.2 Logique combinatoire.	77
5.2.1 Les opérateurs de base	77
5.2.1.1 Les opérateurs simples	77
5.2.1.2 Propriétés	78
5.2.1.3 Les opérateurs ((intermédiaires))	79
5.2.2 Table de Karnaugh ..	80
5.2.2.1 Principe ...	80
5.2.2.2 Code binaire réfléchi.	80
5.2.2.3 Exemple .....	80
5.2.3 Quelques fonctions plus évoluées de la logique combinatoire.	81
5.2.3.1 Codage, décodage, transcodage.	81
5.2.3.2 Multiplexage, démultiplexage.	82
5.2.4 Fonctions arithmétiques .....	83
5.2.4.1 Fonctions logiques .....	83
5.2.4.2 Fonctions arithmétiques .....	83
5.2.5 Mémoire morte .....	84
5.2.6 Le PAL et le PLA .....	85
5.2.6.1 Le PAL .....	85
5.2.6.2 Le PLA .....	85
5.3 Logique séquentielle .....	86
5.3.1 Généralités .....	86
5.3.1.1 Le caractère séquentiel .....	87
5.3.1.2 Systèmes synchrones et asynchrones .....	87
5.3.1.3 Exemple: bascule RS asynchrone .....	87
5.3.2 Fonctions importantes de la logique séquentielle .....	88
5.3.2.1 Bascules simples .....	88
5.3.2.2 Bascules à fonctionnement en deux temps .....	90
5.3.2.3 Registres (ensembles de bascules) .....	91
5.3.3 Synthèse de systèmes séquentiels synchrones .....	93
5.3.3.1 Registres de bascules .....	93
5.3.3.2 Compteur programmable .....	93
5.3.3.3 Unité centrale de contrôle et de traitement (CPU): microprocesseur .....	94
5.3.3.4 Convertisseur numérique/analogique (CNA) .....	100
5.4.4.1 Généralités .....	100

- 6.2 Emission d'informations . . . . . 104
  - 6.2.1 Modulation d'amplitude . . . . . 104
    - 6.2.1.1 Introduction . . . . . 104
    - 6.2.1.2 Modulation à porteuse conservée . . . . . 104
    - 6.2.1.3 Modulation à porteuses supprimée. . . . . 106
  - 6.2.2 Modulations angulaires. . . . . 106
    - 6.2.2.1 Introduction . . . . . 106
    - 6.2.2.2 Aspect temporel . . . . . 107
    - 6.2.2.3 Aspect fréquentiel de la modulation de fréquence . . . . . 108
- 6.3 Réception d'informations. . . . . 108
  - 6.3.1 Démodulation d'amplitude. . . . . 109
    - 6.3.1.1 Démodulation incohérente. . . . . 109
    - 6.3.1.2 Détection synchrone. . . . . 110
  - 6.3.2 Démodulation angulaire . . . . . 110

**7 Notions d'électrotechnique 112**

- 7.1 Le transformateur monophasé . . . . . 112
  - 7.1.1 Description, principe . . . . . 112
    - 7.1.1.1 Nécessité du transformateur. . . . . 112
    - 7.1.1.2 Principe du transformateur statique. . . . . 112
  - 7.1.2 Les équations du transformateur . . . . . 113
    - 7.1.2.1 Conventions algébriques . . . . . 113
    - 7.1.2.2 Détermination des forces électromotrices induites . . . . . 114
    - 7.1.2.3 Le transformateur parfait . . . . . 114
- 7.2 Systèmes triphasés . . . . . 115
  - 7.2.1 Définition et classification . . . . . 115
    - 7.2.1.1 Définition d'un système polyphasé . . . . . 115
    - 7.2.1.2 Systèmes direct, inverse et homopolaire . . . . . 116
    - 7.2.1.3 Propriétés des systèmes triphasés équilibrés . . . . . 116
  - 7.2.2 Associations étoile et triangle . . . . . 117
    - 7.2.2.1 Position du problème . . . . . 117
    - 7.2.2.2 Association étoile . . . . . 118
    - 7.2.2.3 Association triangle . . . . . 118
    - 7.2.2.4 Bilan . . . . . 118
  - 7.2.3 Grandeurs de phase et grandeurs de ligne . . . . . 119
    - 7.2.3.1 Définitions . . . . . 119
    - 7.2.3.2 Relations dans le montage étoile . . . . . 119
    - 7.2.3.3 Relations dans le montage triangle . . . . . 120
    - 7.2.3.4 Bilan . . . . . 120

7.3 Les machines électriques . . . . . 121

- 7.3.1 Généralités . . . . . 121
  - 7.3.1.1 Mouvement d'un conducteur dans un champ d'induction . . . . . 121
  - 7.3.1.2 Conversion d'énergie . . . . . 126
  - 7.4.1 Introduction . . . . . 127

7.4.4	L'ondulation . . . . .	131
7.4.4.1	Généralités. . . . .	131
7.4.4.2	Exemple d'onduleur . . . . .	131
<b>A Table de transformées de Fourier usuelles</b>		<b>133</b>
A.1	Définitions . . . . .	133
A.2	Table . . . . .	134
<b>B Quelques théorèmes généraux de l'électricité</b>		<b>135</b>
B.1	Diviseur de tension, diviseur de courant . . . . .	135
B.1.1	Diviseur de tension .. . . .	135
B.1.2	Diviseur de courant . . . . .	136
B.2	Théorème de Millman . . . . .	136
B.3	Théorèmes de Thévenin et Norton . . . . .	137
B.3.1	Théorème de Thévenin . . . . .	137
B.3.2	Théorème de Norton . . . . .	138
B.3.3	Relation entre les deux théorèmes . . . . .	138
<b>C L'Amplificateur Opérationnel (AO) 139</b>		
C.1	L'AO idéal en fonctionnement linéaire . . . . .	139
C.1.1	Représentation . . . . .	139
C.1.2	Caractéristiques . . . . .	139
C.1.3	Exemple: montage amplificateur . . . . .	140
C.2	L'AO non idéal en fonctionnement linéaire . . . . .	140
C.2.1	Représentation . . . . .	140
C.2.2	Caractéristiques . . . . .	140
C.2.3	Exemples: montage amplificateur . . . . .	141
C.2.3.1	Gain non infini . . . . .	141
C.2.3.2	Impédance d'entrée non infinie . . . . .	141
C.2.3.3	Réponse en fréquence imparfaite . . . . .	142
C.3	L'AO en fonctionnement non linéaire . . . . .	142
<b>D Lignes de transmission 143</b>		
D.1	Lignes sans perte . . . . .	143
D.1.1	Quelques types de lignes . . . . .	143
D.1.2	Equation de propagation . . . . .	143
D.1.3	Résolution de l'équation . . . . .	144
D.2	Interface entre deux lignes . . . . .	147
E.2.1.1	Vocabulaire . . . . .	147
E.2.1.2	Règles de calcul et propriétés . . . . .	150

**F Liste d'abréviations usuelles en électricité**

**151**

**Index**

**153**



# Introduction

Cecours a pour but de présenter rapidement le plus large éventail possible des connaissances de base en électronique (analogique et numérique), électrotechnique, traitement et transport du signal.

- Le premier chapitre, à la lecture facultative, introduit la notion de transformée de Fourier et en établit les propriétés mathématiques;
- Le deuxième chapitre aborde les notions de base des circuits électriques, et présente une approche pratique ((empirique)) des définitions du chapitre précédent;
- le chapitre suivant expose rapidement les principes de fonctionnement des semi-conducteurs, plus particulièrement transistors bipolaires et MOS;
- Le quatrième regroupe sous le titre ((Systèmes analogiques)) des champs aussi divers que la transmission de bruit dans les composants, de contre-réaction, etc.;
- Le chapitre suivant aborde les ((systèmes numériques)): circuits de logique combinatoire, quelques contraintes techniques liées au traitement numérique de l'information;
- Le sixième chapitre expose brièvement quelques modes de transport de l'information;
- Le dernier introduit quelques concepts-clés de l'électrotechnique et de l'électronique de puissance: transformateur, systèmes polyphasés, machines électriques et conversion d'énergie ; On trouvera en fin de polycopié quelques annexes.

# Chapitre 1 Quelques mathématiques...

**1.1 Généralités sur les signaux**  
**1.1.1 Introduction** Le concept de signal est extrêmement vaste:– le relevé en fonction du temps  $t$ . Exemple: 1.1.1. Rappel:  $\mathbb{N}$  désigne l'ensemble des entiers naturels ( $\mathbb{N}$ ) et  $\mathbb{Z}$  désigne l'ensemble des entiers ( $\mathbb{Z}$ ). Dans le premier cas, le signal  $x$  est une fonction continue du temps  $t$ . Exemple: 1.1.1. Rappel:  $\mathbb{N}$  désigne l'ensemble des entiers naturels ( $\mathbb{N}$ ) et  $\mathbb{Z}$  désigne l'ensemble des entiers ( $\mathbb{Z}$ ).

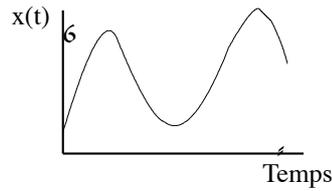


FIG. 1.1 – Signal à temps continu

On notera souvent un tel signal sous la forme  $x(t)$ , par exemple.

– Dans le deuxième,  $x$  n'est défini qu'en un ensemble dénombrable de points.

Exemple : 6

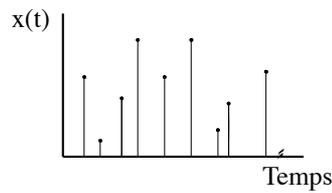
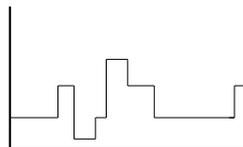


FIG. 1.2 – Signal à temps discret

On notera souvent un tel signal sous la forme  $x(n)$ , par exemple. Ces points sont souvent répartis à des intervalles de temps réguliers. **1.1.2.2 Valeurs continues et valeurs discrètes** – Dans le premier cas, le signal  $x$  peut prendre toutes les valeurs p

(exemple  $]-\infty; +2[$  ou  $\mathbb{C}$ ). Un tel signal est également appelé *analogique* en référence à l'électronique.

– Dans le deuxième, le signal  $x$  ne peut prendre qu'un ensemble dénombrable de valeurs. Un tel signal est également appelé *numérique* en référence à l'électronique. Exemple: 6 / Temps x(t) FIG.1.3 – Signal à valeurs discrètes Notez que les quatre co



**1.1.2.3 Période, fréquence**

On parle également de **signaux périodiques** : un signal  $x$  est dit périodique de période  $T$ , ou par anglicisme  $T$ -périodique, si pour tout instant  $t_0, x(t_0 + T) = x(t_0)$  : le signal se répète, identique à lui-même, au bout d'un intervalle de temps  $T$ . On définit alors sa *fréquence*

$f$  par

$$f = \frac{1}{T}$$

Une fréquence est l'inverse d'un temps, et s'exprime en Hertz (Hz).

**1.1.3 Energie, puissance**  
**1.1.3.1 Définitions** – **Energie**: soit un signal  $x(t)$  à temps continu, tel que  $-\infty < t < +\infty$

l'intégrale  $\int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt$  existe et converge. Alors le signal est dit à *énergie finie* et la valeur de cette intégrale est appelée *énergie* du signal  $x$  :

$$E_x = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt \quad (1.1)$$

– **Puissance**: pour le même type de signaux, on définit également la *puissance*, notée  $P_x$ , par:

$$P_x = \lim_{\theta \rightarrow +\infty} \frac{1}{2\theta} \int_{-\theta}^{+\theta} |x(t)|^2 dt \quad (1.2)$$

**1.1.3.2 Remarques** 1. Pour un signal périodique, l'intégrale 1.1 ne converge pas. On peut néanmoins définir la puissance d'un signal

$x$   $T$ -périodique par:  $P_x = \frac{1}{T} \int_0^T |x(t)|^2 dt$ . Il existe des signaux ni périodiques, ni d'énergie finie, pour lesquels la puissance ne peut être définie, d'ailleurs que cette dernière intégrale converge toujours. **Ce qu'il faut retenir** – Les signaux peuvent être à valeurs discrètes ou continus.

- La *période* d'un signal est l'intervalle de temps au bout duquel il se répète identique à lui-même; sa *fréquence* est l'inverse de la période;
- L'*énergie* d'un signal  $x$  à temps continu vaut:

$$E_x \triangleq \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt$$

## 1.2 La Transformée de Fourier

### 1.2.1 Généralités 1.2.1.1 Introduction

Cet outil fut introduit pour la première fois par le physicien français Joseph Fourier, pour la description de la chaleur au XIX<sup>e</sup> siècle. Depuis lors, il a longuement été développé, et des extensions en ont été proposées.

Il existe plusieurs sortes de Transformées de Fourier, chacune adaptée aux classes de signaux qu'elle analyse, ou au type de signal qu'elle génère. On dénombre ainsi: – une transformée continue pour les signaux à temps continu: la Transformée de Fourier continue;

- une transformée continue pour les signaux à temps discret: la Transformée de Fourier à temps discret;
- une transformée discrète pour les signaux périodiques à temps continu: le développement en série de Fourier, ou Transformée de Fourier au sens des distributions;
- une transformée discrète pour les signaux à temps discret: la Transformée de Fourier à temps discret.

Nous allons nous limiter, pour l'établissement des propriétés, à la Transformée de Fourier continue des signaux à temps continu. **1.2.1.2 Définitions 1. Transformée de Fourier:** soit un signal  $x(t)$  à temps continu, tel que  $\int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)| dt$  converge (( classique )) de -1 pour éviter la confusion avec le courant  $i$  en électricité. 1.6. Rappel:  $\int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt$  converge.



L'opération correspondante est appelée *transformation de Fourier inverse*: elle permet de revenir au signal temporel  $x$  à partir de son contenu fréquentiel.

Ces deux définitions permettent de disposer de deux manières de définir complètement un signal qui satisfait aux conditions d'inversibilité de la transformée de Fourier. On peut le définir:

- soit par sa représentation temporelle;
- soit par sa représentation fréquentielle.

Ces deux domaines sont souvent appelés (( duaux )) car leurs variables  $t$  et  $f$  sont liées par  $f = 1/t$ .

**Spectre** : on appelle *spectre de  $x$*  le module de la transformée de Fourier de  $x$  :

$$S(v) = |X(v)|$$

**1.2.2 Propriétés** Pour toutes les démonstrations suivantes, les signaux  $x$  et  $y$  sont d'intégrales absolument convergentes. On notera

indifféremment  $X(v)$  ou  $TF_x(v)$  la transformée de Fourier du signal  $x$ .

**1.2.2.1 Linéarité** Soient  $\lambda$  et  $\mu$  deux nombres complexes quelconques.

$$\boxed{TF(\lambda x + \mu y) = \lambda TF(x) + \mu TF(y) \quad (1.5)}$$

**1.2.2.2 Décalage en temps/fréquence** Soit  $t_0$  un réel strictement positif. Calculons  $TF[x(t - t_0)]$  :  $TF[x(t - t_0)] = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t - t_0)e^{-j2\pi vt} dt$  On effectue le changement de variable  $\tau = t - t_0$  et on trouve :

**1.2.2.3 Dérivation**

On note  $x'(t) = dx/dt$ . Alors:

$$TF[x'(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} x'(t) e^{-j2\pi vt} dt$$

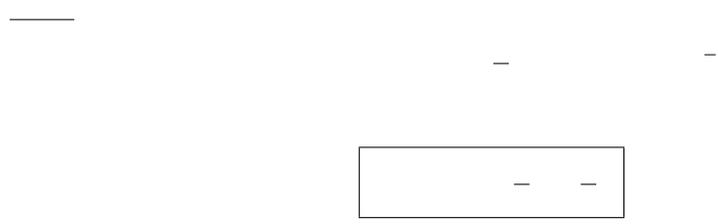
On effectue une intégration par parties <sup>1.8</sup> en intégrant  $x'(t)$  et en dérivant l'exponentielle complexe. On obtient alors : TF

$$TF[x'(t)] = [x(t) e^{-j2\pi vt}]_{-\infty}^{+\infty} + j2\pi v \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-j2\pi vt} dt$$

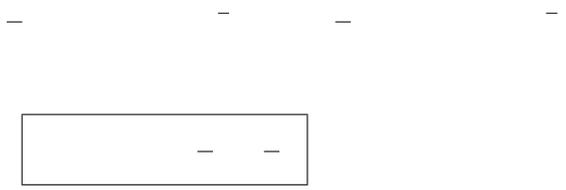
Comme  $x$  est, physiquement, nécessairement nul à  $\pm\infty$  <sup>1.9</sup> et que l'exponentielle complexe y reste bornée, le premier terme de la somme devient nul et donc:

$$TF[x'(t)] = j2\pi v X(v) \tag{1.8}$$

**1.2.2.4 Dilatation en temps/fréquence** Soit  $\lambda$  un réel non nul. Calculons  $TF[x(\lambda t)]$  :  $TF[x(\lambda t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\lambda t) e^{-j2\pi vt} dt$  Effectuons le ch



– Soit  $\lambda < 0$ ; alors  $TF[x(\lambda t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} x(u) e^{-j2\pi v \lambda t} du = -1/\lambda \int_{+\infty}^{-\infty} x(u) e^{-j2\pi v \lambda t} du$  Et donc  $TF[x(\lambda t)] = -1/\lambda X(v\lambda)$  avec  $\lambda < 0$  (1.10) **Rema**




---

**1.2.2.5 Conjugaison complexe**

On note  $x^*$  le signal conjugué de  $x$ <sup>1.11</sup>. Calculons  $TF[x^*(t)]$  :

$$TF[x^*(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} x^*(t) e^{-j2\pi vt} dt = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{+j2\pi vt} dt$$

Et donc: TF

$$[x^*(t)] = X^*(-v) \tag{1.11}$$

**Remarque :** si  $x$  est un signal réel, alors  $x(t) = x^*(t)$ , donc  $X(v) = X^*(-v)$ . Si de plus  $x$  est pair (ou impair), alors  $x(t) = x(-t)$  (respectivement  $x(t) = -x(-t)$ ) et en utilisant la remarque du paragraphe 1.2.2.4, il vient  $X^*(-v) = X^*(v)$  (respectivement  $X^*(-v) = -X^*(v)$ ) d'où  $X(v) = X^*(v)$  et  $X$  est réelle (respectivement imaginaire pure). En définitive, on obtient le tableau récapitulatif suivant:

Signal $x$ Pair	Impair	
Réel $X$ réelle	paire $X$	imaginaire pure impaire
Imaginaire pur $X$	imaginaire pure paire	$X$ réelle impaire

**1.2.2.6 Convolution Définition:** Soient deux signaux  $x$  et  $y$  à valeurs continues et à temps continu. On définit le *produit de convolution*

des deux signaux, ou plus simplement leur *convolution*, par  $(x*y)(t) \triangleq \int_{-\infty}^{+\infty} x(\theta)y(t-\theta)d\theta$  (1.12)

$$(x*y)(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\theta)y(t-\theta)d\theta$$

On vérifie aisément que  $(x * y)(t) = (y * x)(t)$ , c'est-à-dire que la convolution est *commutative*, et donc que:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x(\theta)y(t-\theta)d\theta = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t-\theta)y(\theta)d\theta \tag{1.13}$$

**Transformée de Fourier :** Calculons  $TF[(x * y)(t)]$ ...  $TF[(x * y)(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} x(\theta)y(t-\theta)d\theta e^{-j2\pi vt} dt$  Ou :  $TF[(x * y)(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} x(\theta)y(t-\theta)d\theta e^{-j2\pi vt} dt$

Et donc:

$$\boxed{\text{TF}[(x * y)(t)] = X(v)Y(v)} \tag{1.14}$$

Par symétrie dans les relations 1.3 et 1.4, on obtient de même:

$$\boxed{\text{TF}[(x,y)(t)] = (X * Y)(v)} \tag{1.15}$$

**La transformée de Fourier de la convolution de deux signaux est le produit de leurs transformées de Fourier, et la transformée de Fourier inverse d'une convolution de deux TF est le produit des deux transformées de Fourier inverses.**

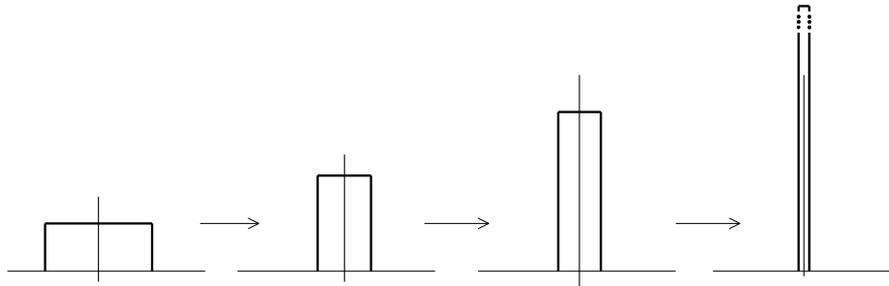
### 1.2.3 Représentation de Fourier des signaux d'énergie infinie

Les signaux d'énergie infinie sont ceux pour lesquels l'intégrale 1.1 ne converge pas.

**1.2.3.1 Impulsion de Dirac Définition :** on introduit  $\delta(t)$ , noté *impulsion de Dirac* 1.12, défini par sa transformée de Fourier, tel que

$$\boxed{\text{TF}[\delta(t)] \triangleq 1} \tag{1.16}$$

où 1 désigne la fonction uniformément égale à 1 sur  $\mathbb{R}$ . Plus (( physiquement )),  $\delta$  est la limite quand  $T \rightarrow 0$  du signal suivant:  $E_T$




---

**Propriétés :** soit  $x$  un signal à temps continu, d'énergie finie.

1. Calculons TF  $[x(t)\delta(t)]$  il s'agit de la transformée de Fourier d'un produit, donc en appliquant la formule 1.15, le résultat est la convolution des deux transformées de Fourier:

$$TF[x(t)\delta(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} X(v) \cdot 1(v-v)dv = \int_{-\infty}^{+\infty} X(v)dv$$

On écrit  $1 = e^{+j2\pi v \cdot 0}$ , et on obtient:

$$TF[x(t)\delta(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} X(v) e^{+j2\pi v \cdot 0} dv$$

Or le membre de droite n'est autre que la valeur prise par  $x(t)$  en  $t=0$  (cf. définition 1.4 de la transformée de Fourier inverse). Il vient donc :  $TF[x(t)\delta(t)](v) = x(0)$

$$\boxed{\hspace{10em}} \tag{1.17}$$

En particulier, pour  $v = 0$ , on obtient facilement :  $\int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\delta(t)dt = x(0)$

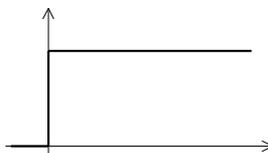
$$\tag{1.18}$$

En généralisant, on obtient également facilement par un changement de variable:

$$\boxed{\int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\delta(t-t_0)dt = x(t_0) \tag{1.19}}$$

2. Calculons également  $(x * \delta)(t) : (x * \delta)(t) = TF^{-1} [TF(x * \delta)] = TF^{-1} [X(v) \cdot 1] = TF^{-1} [X(v)] = x$

L'impulsion de Dirac est donc l'élément neutre de la convolution. 3. La définition 1.16 se traduit par:  $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{+j2\pi vt}dv = \delta(t)$  mais également



(b)  $a < 0$  et  $b < 0$  : alors  $u(b) = u(a) = 0$ , et

$$I = 0 - 0 + \int_a^b 0 \cdot x(t) dt = 0$$

(c)  $a < 0$  et  $b > 0$  : alors  $u(b) = 1$  et  $u(a) = 0$ , et

$$I = x(b) - \int_0^b x(t) dt = x(b) - (x(b) - x(0)) = x(0)$$

Cette relation devant être vérifiée quels que soient  $a$  et  $b$ , on obtient:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} u(t)x(t) dt = x(0)$$

En comparant avec la relation 1.18, et ces égalités devant être vérifiées quel que soit le signal  $x$ , il vient donc que

$$u(t) = \delta(t) \tag{1.21}$$

La dérivée de l'échelon de Heaviside est l'impulsion de Dirac.

**1.2.3.2 Spectre des signaux périodiques** Soit  $x(t)$  un signal à temps continu, de période  $T$ . On admet que

$x(t)$  est ((développable en série de Fourier )) sous la

forme :  $x(t) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} x_n e^{j2\pi n t / T}$  (1.22)

$$x(t) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} x_n e^{j2\pi n t / T}$$

avec  $x_n = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) e^{-j2\pi n t / T} dt$  (1.23)

$$x_n = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) e^{-j2\pi n t / T} dt$$

Pour un signal  $x$  impair, son développement en série de Fourier se simplifie en  $x(t) = \sum_{n \in \mathbb{N}} \alpha_n \sin(2\pi n t / T)$  Si  $x$  est pair, on peut de même

$$x(t) = \sum_{n \in \mathbb{N}} \alpha_n \sin(2\pi n t / T)$$

**Exemple :** cas d'un signal carré.

On considère le signal  $T$ -périodique  $x(t)$  tel que:

$$\begin{aligned} x(t) &= 1 && \text{pour } -T/4 < t < +T/4 \\ x(t) &= 0 && \text{pour } +T/4 < |t| < T \end{aligned}$$

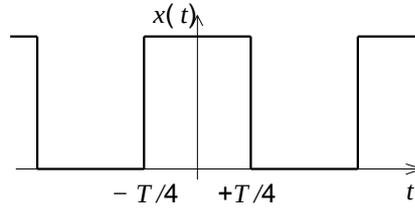


FIG. 1.7 – Exemple de signal carré

On a alors  $x_n = \int_{-T/4}^{+T/4} x(t) e^{-j2\pi n t} dt = \int_{-T/4}^{+T/4} e^{-j2\pi n t} dt = -1$

$$\frac{1}{j2\pi n} (e^{-jn\pi/2} - e^{+jn\pi/2}) = \frac{1}{\pi n} \sin n \frac{\pi}{2}$$

En remarquant que seuls les termes d'ordre  $n$  impair sont non nuls, et en écrivant dans ce cas  $n = 2k + 1$ , on obtient

$X(v) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} (-1)^k \delta(v - (2k+1)/T)$  **1.2.3.3 Cas particulier: peigne de Dirac** Définition: on définit le *peigne de Dirac* de période  $T$  par la m



Il se représente graphiquement comme suit:  $\sum_{k \in \mathbb{Z}} \delta(t - kT)$  Temps  $T$   $\delta(t+T) \delta(t-T) \delta(t-2T)$  0 FIG. 1.8 – Peigne de Dirac **Propriété:** le p



Dans cette somme infinie, seul le terme pour  $n=0$  est non nul (les autres  $((\delta(t - nT)))$  sont nuls sur l'intervalle  $(-\frac{T}{2}, +\frac{T}{2})$ ). Il vient donc:

$$\delta_n = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} \delta(t) e^{-j 2\pi n \frac{t}{T}} dt$$

On peut alors augmenter l'intervalle de calcul de l'intégrale sur l'ensemble  $\mathbb{R}$  entier, car  $\delta(t)$  y est nul ; on obtient alors :

$$\delta_n = \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) e^{-j 2\pi n \frac{t}{T}} dt$$

Et en utilisant la formule 1.18 il vient:

$$\delta_n = \frac{1}{T}$$

En notant  $\Delta_T(v)$  la Transformée de Fourier du peigne  $\delta_T$ , il vient donc:

$$\Delta_T(v) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} \delta_n \delta(v - nT) = \frac{1}{T} \sum_{n \in \mathbb{Z}} \delta(v - nT) = \frac{1}{T} \delta_{\frac{1}{T}}(v)$$

On peut alors retenir le résultat suivant : **La transformée de Fourier d'un peigne de Dirac (en temps) est un peigne de Dirac**

**Corollaire :** Autre formule du peigne de Dirac. Utilisons la relation 1.4 de la transformée de Fourier inverse:

$$\delta_T(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \Delta_T(v) e^{+j 2\pi v t} dv = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{T} \sum_{n \in \mathbb{Z}} \delta(v - nT) e^{+j 2\pi v t} dv$$

On applique alors la propriété 1.19, et il vient :  $\delta_T(t) = \frac{1}{T} \sum_{n \in \mathbb{Z}} e^{j 2\pi n t}$  **Ce qu'il faut retenir** – La définition de la Transformée



## 1.3 Notion de filtre linéaire

### 1.3.1 Linéarité

On considère un système  $S$  quelconque, représenté sous une forme de ((boîte noire)) d'entrée  $x$  et de sortie  $y$  :



Par définition,  $S$  est un système linéaire s'il existe une fonction de deux variables  $h(t, \theta)$  telle que:

– Si on est à temps continu:  $y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t, \theta) x(\theta) d\theta$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} h(t, \theta) x(\theta) d\theta \quad (1.26)$$

– Si on est à temps discret :  $y(n) = \sum_{m \in \mathbb{Z}} h(n, m) x(m)$

$h$  est appelée *réponse impulsionnelle* du système. En effet, en étudiant la réponse du système à une impulsion, dans le cas par exemple de signaux à temps continu, avec par exemple une impulsion retardée d'un temps  $\tau$   $x(t) = \delta(t - \tau)$ , on obtient facilement en utilisant la formule 1.19 :  $y(t, \tau) = h(t, \tau)$ . *A priori*, la réponse du système dépend donc du moment de l'excitation. Dans la suite du cours, on se limitera une fois encore aux signaux à temps continu pour l'établissement des équations.

**1.3.2 Invariance** Comme il a été souligné dans le paragraphe précédent, la réponse du système dépend a priori de l'instant où il est excité. On effectue dans la première intégrale le changement de variable  $u = \theta - \tau$  ; il vient alors :  $\int_{-\infty}^{+\infty} h(t, u + \tau) x_1(u) du = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t - \tau, u) x_1(u) du$

En particulier, pour  $u = 0$  on obtient:

$$h(t, \tau) = h(t - \tau, 0)$$

La fonction de deux variables  $h(t, \theta)$  peut donc se mettre sous la forme d'une fonction de la différence de ces deux variables. Par la suite, pour un système linéaire invariant, nous écrirons donc plus simplement  $h(t, \theta) = h(t - \theta)$ . En remplaçant dans l'équation 1.26, on obtient:

$$\boxed{S \text{ est un système linéaire invariant} \iff y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t - \theta)x(\theta) d\theta} \tag{1.27}$$

Soit plus simplement, en comparant avec la formule 1.12:

$$\boxed{S \text{ est un système linéaire invariant} \iff y(t) = (h * x)(t)}$$

La réponse d'un système linéaire invariant à une entrée quelconque est la *convolution* de cette entrée par la réponse impulsionnelle du système. **1.3.3 Fonction de transfert** Soit  $S$  un système linéaire invariant, et  $h$  sa réponse impulsionnelle.

Soit le signal  $x(t) = x_0 e^{st}$ , avec  $s \in \mathbb{C}$ . En utilisant la relation 1.27, il vient :  $y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t - \theta)x_0 e^{s\theta} d\theta$

Soit encore, en utilisant la commutativité de la convolution (formule 1.13) :  $y(t) = x_0 \int_{-\infty}^{+\infty} h(\theta)e^{s(t-\theta)} d\theta$  On peut alors (( sortir ))  $e^{st}$

de la variable  $s$ . Pour les mathématiciens, ces deux remarques se traduisent par la constatation que les signaux de la forme  $e^{st}$  sont des *signaux propres* du système  $S$ . On note le deuxième terme  $H(s) : H(s) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\theta)e^{-s\theta} d\theta$  est appelée *fonction de transfert* entre l'entrée  $x$  et la sortie  $y : y(t) = H(s)x(t)$ . Lorsque l'on utilise la représentation complexe, en écrivant  $x(t)$  sous la



forme  $x_0 e^{j\omega t}$ , la relation qui apparaît lie directement les représentations complexes de l'entrée et de la sortie, et la fonction de transfert en régime harmonique:

$$y(t) = y_0 e^{j\omega t} = x_0 e^{j\omega t} H(j\omega) = x(t)H(j\omega)$$

**Ce qu'il faut retenir** – Dans un filtre linéaire invariant, la sortie est la convolution de l'entrée par la réponse impulsionnelle du système.

La Transformée de Fourier de la sortie est donc égale à la Transformée de Fourier de l'entrée *multipliée* par celle de la réponse impulsionnelle, appelée *fonction de transfert*;

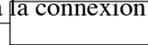
# Chapitre 2

## Généralités 2.1 Le circuit électrique

### 2.1.1 Circuits électriques

Un composant électrique est : – dans le cas le plus simple un élément à deux bornes (on dit aussi un *dipôle*), que l'on

forme suivante : a b Les bornes a et b servent à la connexion avec d'autres composants. Dans cette catégorie on trouve



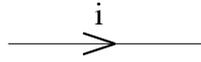
exemple les résistors 2.1, condensateurs 2.1, bobines 2.1, piles, etc.); – dans certains cas un élément à plus de deux bornes. Par

transformateur peut en avoir 4 voire 6. Un composant à quatre bornes est appelé *quadripôle*. – Un conducteur est constitué d'un matériau dans le conducteur 2.2.2.1. voir section 2.2.2.2. L'unité de charge électrique est le Coulomb (symbole C). Par exemple, un électron porte une charge élémentaire négative

Cette grandeur est souvent notée  $I$ . Quand, pendant un temps  $t$ , il passe  $q$  Coulombs, l'intensité vaut

$$I = \frac{dq}{dt}$$

L'unité légale dans laquelle s'exprime l'intensité du courant électrique est l'ampère (symbole A). Le courant dans le schéma d'un circuit électrique est représenté par une flèche. Il est à noter que d'après la définition de l'intensité ( $I = \frac{dq}{dt}$ ) et de la charge de l'électron (charge négative), le sens de déplacement effectif des électrons est l'opposé du sens positif du courant. On représente un courant électrique par une flèche sur un conducteur, indiquant le sens positif de l'intensité:

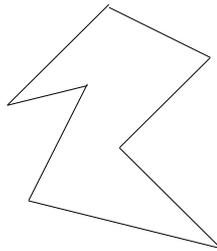


Cette flèche indique que si les électrons passent de droite à gauche, on comptera une intensité positive ; négative s'ils vont de gauche à droite.

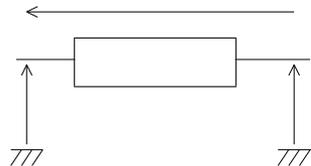
**2.1.2.2 Différence de potentiel**

Au repos, les charges électriques d'un conducteur sont en mouvement continu sous l'influence d'un champ électrique.

Cependant, ce mouvement, à une vitesse non nulle, ne se traduit pas par un déplacement global susceptible de se



traduire en courant électrique. Pour mettre en mouvement ces charges dans une direction donnée, il est nécessaire d'appliquer un champ électrique aux bornes du conducteur. En appliquant le potentiel électrique  $V_1$  et le potentiel  $V_2$  à ces deux bornes, on crée une différence de potentiel  $V_1 - V_2$ . Cette petite incohérence a des origines historiques, l'électron ayant été découvert après la formalisation du phénomène électrique.



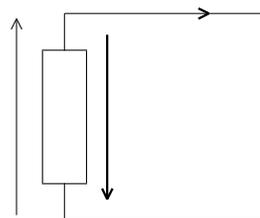
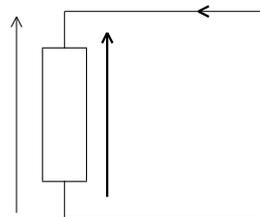
### 2.1.2.3 Énergie, puissance

Ainsi qu'on l'a souligné au paragraphe précédent, l'application d'une différence de potentiel aux bornes d'un conducteur permet de mettre en mouvement les charges électriques libres qu'il renferme. Ce faisant, on leur a communiqué de l'énergie cinétique en apportant de l'énergie électrostatique sous la forme de la différence de potentiel imposée. En se ramenant à une unité de temps, on peut introduire une *puissance électrique* définie comme étant le produit de la tension par le flux de charges par unité de temps dans le conducteur, autrement dit par l'intensité. Il est facile de vérifier que ce produit est effectivement homogène à une puissance :  $1\text{V} \cdot 1\text{A} = 1(\text{J/C}) \cdot 1(\text{C/s}) = 1(\text{J/s}) = 1\text{W}$ .

### 2.1.2.4 Conventions générateur/récepteur

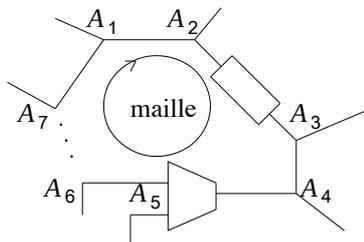
Il est possible de raffiner cette notion de puissance électrique en distinguant les composants (générateurs) de puissance de ceux qui se contentent de la recevoir. — **Convention récepteur**: considérons un dipôle que l'on qualifiera de

((passif)), uniquement capable de recevoir de l'énergie électrique. On impose aux bornes de ce dipôle une ddp  $V_2 - V_1$ , avec  $V_2 > V_1$ . Les électrons, de charges négatives, vont se diriger vers le pôle de potentiel le plus élevé. Par conséquent, le courant sera positif dans le sens contraire. Il s'ensuit que l'on peut définir une *convention récepteur* pour les sens positifs des courants et tensions, comme suit:  $DV_2 - V_1 > 0 \quad I > 0$ . Sens des électrons: On notera que la flèche de la tension et celle du courant sont de sens opposés.





Dans la théorie des réseaux de Kirchhoff, une *maille* est une (chaîne) de conducteurs et de composants électriques, partant d'un point, et arrivant à ce même point, par exemple:



La loi des mailles stipule que *la somme algébrique des tensions le long de la maille est constamment nulle*:

$$\sum_{k=2}^n V_{A_k A_{k-1}} = 0$$

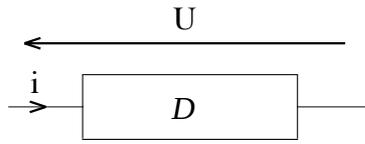
---

**Ce qu'il faut retenir** – ce que sont le courant électrique (un flux d'électrons), sa mesure (l'intensité), et la tension;

– la notion d'énergie et de puissance électriques; – les lois des nœuds et des mailles. **2.2 Dipôles électriques** 2.2.1 Le bornes duquel on impose la différence de potentiel  $U$ , et traversé par le

---

courant  $i$ . Ce dipôle est un *résistor*:



Quel que soit l'instant  $t$ ,  $U$  et  $i$  vérifient la relation de proportionnalité

$$U(t) = R.i(t)$$

où  $R$  est appelée *résistance* du résistor, et s'exprime en *Ohms*, en abrégé  $\Omega$ . L'inverse de la résistance est la *conductance*, souvent notée  $G$ , et s'exprime en *Siemens* (abréviation S):  $G = 1/R$ .

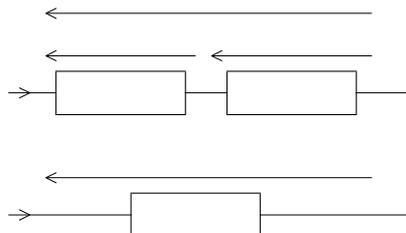
**2.2.1.3 Aspect énergétique** On a déjà dit que la résistance traduit la (( difficulté )) avec laquelle les électrons peuvent circuler dans le matériau.

Cette difficulté s'accompagne d'un échauffement : c'est ce qu'on appelle l'*effet Joule*. Cet échauffement, du point de vue du circuit électrique, est une perte d'énergie par dissipation thermique. Pour une résistance  $R$ , parcourue par un courant  $i$  et aux bornes de laquelle on mesure la tension  $U$ , cette puissance perdue  $P_J$  est égale à:

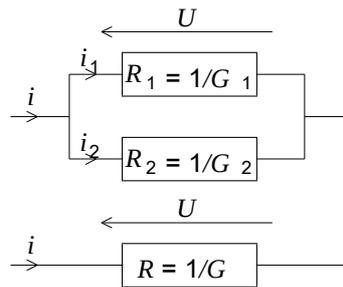
$P_J = Ri^2 = U^2/R$  Par exemple, une résistance  $R = 10 \Omega$  parcourue par un courant de  $i = 0,5 \text{ A}$  dissipe  $2,5 \text{ W}$ .

**2.2.1.4 Associations de résistors** Consid

deux résistances mises en série est égale à la somme des résistances.



2. **Association en parallèle;** les deux résistances sont associées ainsi:



On note leurs conductances respectives  $G_1, G_2$  et la conductance équivalente  $G$ . La loi des nœuds (paragraphe 2.1.3.1) nous permet d'écrire  $i = i_1 + i_2$ . Or on a aussi  $i_1 = G_1 U$  et  $i_2 = G_2 U$ . Il vient donc  $i = (G_1 + G_2)U$ , soit  $G = G_1 + G_2$ : **La conductance équivalente à deux conductances mises en parallèle est égale à la somme des conductances.** Autrement dit, l'inverse de la résistance équivalente est égale à la somme des inverses des résistances.

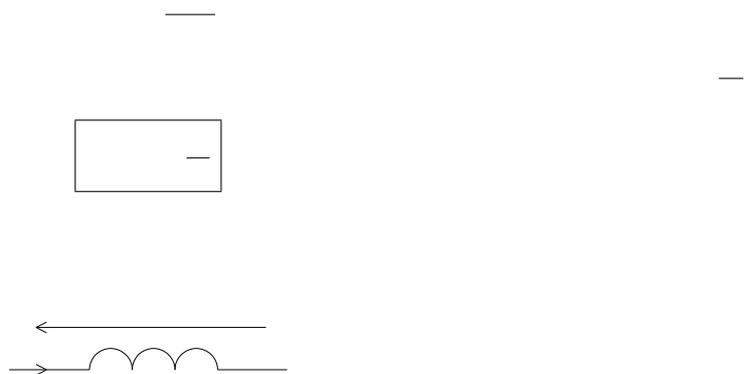
**2.2.2 La bobine** **2.2.2.1 Les effets inductif et auto-inductif** Considérons deux conducteurs. On fait circuler dans l'un de ces c



Le courant crée un champ d'induction magnétique. Si de plus le courant est variable, le champ ainsi créé est lui-même

variable et est responsable de l'apparition d'un courant dit *induit* dans le deuxième conducteur : c'est l'*effet inductif*. Dans le même temps, le champ d'induction magnétique rétroagit sur le courant qu'il a créé, en ralentissant sa vitesse

de variation. C'est l'*effet auto-inductif*. **2.2.2.2 Caractéristique tension/courant d'une bobine** On définit le coefficient d'inducti



**2.2.2.3 Aspect énergétique**

Le phénomène physique correspond au stockage d'énergie sous forme magnétique. Le stockage est momentané et l'énergie est restituée au circuit en courant. L'énergie accumulée par la bobine vaut:

$$E_{\text{mag}}(t) = \frac{1}{2} Li^2(t)$$

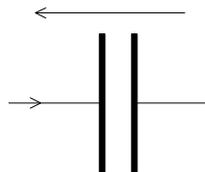
**2.2.3 Le condensateur**  
**2.2.3.1 L'effet capacitif** Lorsqu'on applique une différence de potentiel à deux conducteurs *isolés*, on assiste à un

par effet électrostatique. C'est l'*effet capacitif*. Il peut être recherché et dans ce cas on fabrique des composants spécialisés qui lui font appel, les *condensateurs*, ou bien n'être qu'un parasite. Il tend à retarder les signaux.

**2.2.3.2 Caractéristique tension/courant d'un condensateur** Pour un circuit donné, on définit sa *capacité C* comme le rapport de la charge à

à ses bornes:  $C = \frac{q}{U}$  L'unité de *C* est le Farad (F). Or le courant est la dérivée de la charge par unité de temps (cf 2.1.2.1):  $i(t) = \frac{dq}{dt}$  donc il vient

$i(t) = C \frac{du}{dt}$  On représente un condensateur sous la forme suivante:  $i$  **2.2.3.3 Aspect énergétique** Le phénomène physique correspond au stockage



– les lois d'association en série et en parallèle des résistances.

## 2.3 Régime sinusoïdal, ou harmonique

**2.3.1 Définitions** Un signal *harmonique*, ou en utilisant une analogie avec la lumière, *monochromatique*, est un signal sinusoïdal

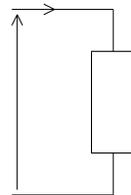
de fréquence  $\nu$  donnée. La représentation (classique) de ce signal se fait sous la forme réelle:

$$x(t) = x_0 \sin 2\pi \nu t \quad \text{ou} \quad x(t) = X \sqrt{2} \sin 2\pi \nu t$$

$x_0$  est appelé *amplitude* et  $X$  *valeur efficace* de  $x$ . On peut poser  $\omega = 2\pi f$  :  $\omega$  est appelée pulsation (ou vitesse

angulaire pour certaines applications). **2.3.2 Puissance en régime sinusoïdal** **2.3.2.1 Puissance en régime périodique** On

double la fréquence initiale ( $U I \cos(2\omega t - \varphi)$ ). Il s'ensuit que dans le cas général ( $\varphi = 0$  et  $\varphi = \pi$ ), le signe de  $p(t)$  varie au co



– —

**2.3.2.3 Puissance moyenne en régime sinusoïdal**

1. **Puissance active:** On la définit par  $P = UI \cos \varphi$ . On l'appelle *puissance active* car c'est elle qui est réellement utile (par exemple, dans un moteur, c'est la puissance active qui est transformée en puissance mécanique, aux pertes près). Deux cas se présentent:

- $-\pi/2 < \varphi < +\pi/2 : P > 0$ , ce qui signifie que le dipôle est *récepteur de puissance*;
- $+\pi/2 < \varphi < +\pi : P < 0$ , ce qui signifie que le dipôle est *émetteur de puissance*.

Cas d'un condensateur ou d'une bobine:

- Condensateur: on a  $i(t) = C \frac{du(t)}{dt}$  donc si  $u(t) = U \sqrt{2} \cos \omega t$  alors

$$i(t) = -C \omega U \sqrt{2} \sin \omega t = \frac{C \omega U}{I} \sqrt{2} \cos [\omega t - (-\pi/2)]$$

On en déduit que  $\varphi = -\pi/2$ , et donc que dans le cas d'un condensateur parfait, la puissance active est nulle. - Bobine: on a de même  $u(t) = L \frac{di(t)}{dt}$ , qui nous amène facilement à

$$\varphi = +\pi/2$$

et donc également à une puissance active nulle.

2. **Puissance réactive:** On ne peut pas faire de différence, simplement en examinant le bilan de puissance active,

entre un condensateur et une bobine. Par symétrie avec la définition de la puissance active, on définit la *puissance réactive*, souvent notée  $Q$ , par  $Q = UI \sin \varphi$ . L'unité de puissance réactive est le *Volt Ampère Réactif* (VAR).

Quand  $0 < \varphi \leq \pi/2$ ,  $Q > 0$  et on dit que le dipôle est de type inductif. Quand  $-\pi/2 \leq \varphi < 0$ ,  $Q < 0$  et le dipôle est dit capacitif.

3. **Puissance apparente:**  $P = UI \cos \varphi$  et  $Q = UI \sin \varphi$  amènent naturellement

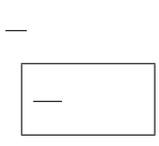
$$P^2 + Q^2 = UI^2, \text{ appelée puissance apparente. Il vient alors } P = S \cos \varphi: \cos \varphi \text{ est donc un facteur mesurant l'efficacité de production}$$

à définir la quantité  $S = UI$  système, et est appelé *facteur de puissance*.

**2.3.3 Représentation complexe d'un signal harmonique** On considère un signal

$x(t) = x_0 e^{j\omega t}$  On identifiera par la suite  $x$  et  $x$ , et on écrira donc souvent par abus de notation:  $x(t) = x_0 e^{j\omega t}$ . On verra plus tard

que l'utilisation de la représentation complexe permet de simplifier les calculs. Pour repasser ensuite dans le domaine réel, il suffit de prendre l'instantanée  $p(t) = 12 u(t) i^*(t)$ . Attention: si l'on change la définition du déphasage et que l'on pose par exemple  $i(t) = I \sqrt{2} \cos (\omega t + \varphi)$ , alors la puissance



où  $i^*(t)$  désigne la quantité complexe conjuguée du courant. La puissance moyenne s'écrit alors

$$P = \frac{1}{2T} \int_{(T)} p(t) dt = \frac{1}{2T} \int_{(T)} u(t) i^*(t) dt$$

**2.3.4 Impédances**  
**2.3.4.1 Rappel: caractéristiques tension/courant**

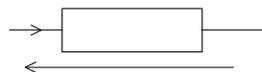
On considère un dipôle, parcouru par un courant  $i$ , et aux bornes duquel on mesure la tension  $u$  :

Nom	Résistance	Condensateur	Bobine
Schéma			
Expression de la loi d'Ohm	$u = Ri$	$u = \frac{1}{C} \int i dt$	$u = L \frac{di}{dt}$

TAB . 2.1 – Relations entre  $u$  et  $i$  en réel

**2.3.4.2 Impédance complexe** Pour un dipôle  $D$ , parcouru par le courant  $i$  et aux bornes duquel on mesure la tension  $u$ , l'impédance

est définie comme étant le rapport de la représentation complexe de  $u$  par celle de  $i$ :  $Z = \frac{u}{i}$ . L'inverse de l'impédance est appelée admittance. Une impédance qui correspond à une résistance, est dite *résistive* et est toujours positive. Le tableau 2.1 se traduit alors en: 2.11. Pour simplifier, les composantes



Nom	Résistance	Condensateur	Bobine
Schéma			
Expression de la loi d'Ohm	$u = Ri$	$u = \frac{1}{jC\omega}i$	$u = jL\omega i$

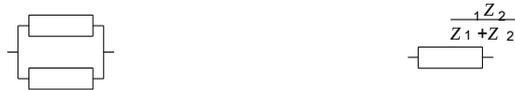
TAB. 2.2 – Relations entre  $u$  et  $i$  en complexe

2.3.4.3 Associations d'impédances

Il est facile de vérifier que:– L'impédance équivalente à deux impédances mises en série est égale à la somme des deux impédances:



– L'impédance équivalente à deux impédances mises en parallèle est égale à l'inverse de la somme des inverses des impédances (autrement dit, les admittances s'ajoutent):  $Z_1 Z_2 \iff Z = z$




---

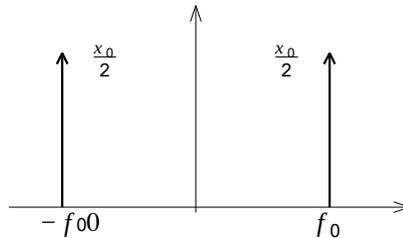
**Ce qu'il faut retenir** – la définition de la représentation complexe d'un signal harmonique; – puissances active, réactive et apparente; – la définition d'un signal par son évolution temporelle; il existe néanmoins une *autre* manière de le représenter, en mettant en évidence son contenu fréquentiel. P

---

également écrire, en utilisant une formule d'Euler

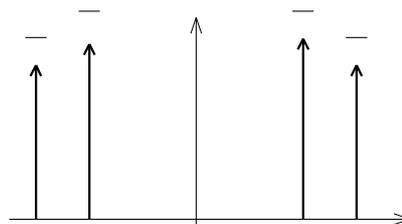
$$x(t) = \frac{x_0}{2} e^{+j\omega_0 t} + e^{-j\omega_0 t}$$

Cette dernière formulation met en évidence le fait que  $x(t)$  peut s'écrire comme la somme de deux exponentielles complexes, associées aux pulsations  $\omega_0$  et  $-\omega_0$ . On représente ces deux composantes sur un axe gradué en pulsations, ou, mieux, en fréquences, par deux ((flèches<sup>2.12</sup>)) affectées de leurs poids respectifs (en l'occurrence, les deux composantes ont un poids égal à  $x_0/2$ ):

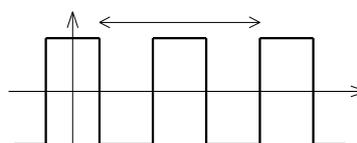


Cette représentation est la représentation *fréquentielle* du signal, et la fonction  $X(f)$  correspondante, ici limitée à deux pics à  $\pm f_0$ , est sa (( transformée de Fourier)). Le *module* de  $X(f)$ , noté  $S_x(f) = |X(f)|$ , est le *spectre* du signal.

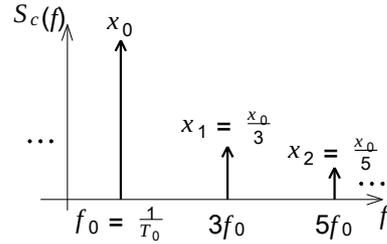
Lorsqu'on a un signal présentant *deux* fréquences, comme par exemple  $y(t) = y_1 \cos \omega_1 t + y_2 \cos \omega_2 t$ , on obtient facilement de même:  $0 f_1 - f_1 f_2 - f_2 y_1 y_2 y_1 y_2 y_2 y_2$  Un problème (qui n'en est bien sûr pas un...) semble se poser pour un signal de la forme



$z_2 \sin \omega_2 t$ . Revenons à la décomposition que nous avons déjà utilisée:  $z(t) = z_1 z_2 e^{+j\omega_1 t} + e^{-j\omega_1 t} + z_2 z_2 j e^{+j\omega_2 t} - e^{-j\omega_2 t}$  Cette fois-ci, il suit...  $t T_0$ . Cette représentation est en fait celle d'une (( impulsion de Dirac)): cf. 1.2.3.1.

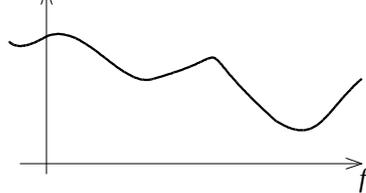


$x_0$  présente ce que l'on appelle un spectre de raies ((spectre de raies)): on montre qu'il peut s'écrire sous la forme  $c(t) = \sum_{k=0}^{+\infty} x_k \cos [2 \pi (2k + 1)t/T_0]$ ,  $x_0 = 0$ , avec  $x_k = x_0 / (2k + 1)$ . Son spectre présente donc de l'énergie aux fréquences du type  $f_k = (2k + 1) / T_0$ , avec  $k$  entier naturel:



**2. Spectre d'un signal aperiodique :** comme son nom l'indique, un tel signal n'a pas un nombre ((denombrable)) de fréquences, mais une infinité. Le spectre d'un tel signal n'est pas un spectre de raies, mais présente des parties continues, par exemple:

$S(f)$  On peut considérer qu'il s'agit de la juxtaposition d'un nombre infini d'impulsions de Dirac. On appelle *support*



*fréquentiel* d'un signal l'intervalle de fréquences entre lesquelles son spectre présente de l'énergie.

**2.4.2 Fonction de transfert** On considère une ((boîte noire)), à l'entrée et à la sortie de laquelle on mesure respectivement les tensions

$v_e$  et

$v_s$ , dont on prend les représentations complexes  $v_e$  et  $v_s$ . On définit la *fonction de transfert* en régime harmonique du système, notée  $H(j\omega)$ , supposée néanmoins, tous les signaux ((physiques)) en électricité sont continus. 2.14. Quel on peut compter...



## Ce qu'il faut retenir

- la définition du spectre d'un signal;
  - la notion de fonction de transfert comme le rapport d'une grandeur complexe de sortie sur une grandeur complexe d'entrée.
-

# Chapitre 3 Du semi-conducteur aux transistors

**Remarque :** ce chapitre est très largement inspiré de la partie correspondante du remarquable *Cours d'électronique pour ingénieursphysiciens* de l'Ecole polytechnique fédérale de Lausanne, accessible par Internet à <http://c3iwww.epfl.ch/teach>

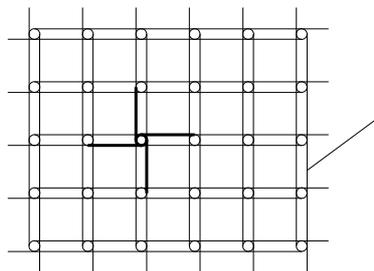
## 3.1 Les semi-conducteurs

Cette partie va présenter quelques modèles simples de semi-conducteurs, en vue d'expliquer rapidement le fonctionnement des dispositifs les utilisant, tels que diode, transistor à effet de champ, transistor bipolaire, etc.

### 3.1.1 Semi-conducteurs intrinsèques

#### 3.1.1.1 Réseau cristallin

Un cristal de semi-conducteur intrinsèque est un solide dont les noyaux sont liés par des liaisons de valence. Chaque atome peut former quatre liaisons de valence. Un atome trivalent peut former trois liaisons, et un atome pentavalent peut former cinq liaisons.



valence à laquelle il appartenait démasque une charge positive du noyau correspondant. Le trou peut être occupé par un autre électron de valence qui laisse, à son tour, un trou derrière lui : tout se passe comme si le trou s'était déplacé, ce qui lui vaut la qualification de charge libre. La création d'une paire électron libre-trou est appelée *génération* alors qu'on donne le nom de *recombinaison* au mécanisme inverse.

La température étant une mesure de l'énergie cinétique moyenne des électrons dans le solide, la concentration en électrons libres et en trous en dépend très fortement.

**3.1.1.3 Exemples** Le silicium a un nombre volumique d'atomes de

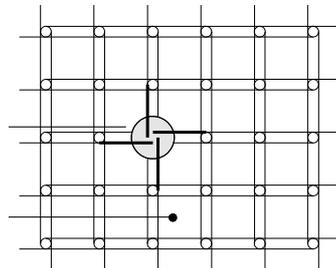
$5 \cdot 10^{22}$  par  $\text{cm}^3$ . A 300K (27°C), le nombre volumique des électrons libres et des trous est de  $1,5 \cdot 10^{10} \text{cm}^{-3}$ , soit une paire électron libre-trou pour  $3,3 \cdot 10^2$  atomes.

Le nombre volumique des atomes dans le germanium est de  $4,4 \cdot 10^{22}$  par  $\text{cm}^3$ . A 300K, le nombre volumique des électrons libres et des trous est  $2,5 \cdot 10^{13} \text{cm}^{-3}$ , soit une paire électron libre-trou pour  $1,8 \cdot 10^9$  atomes.

**3.1.2 Semi-conducteur extrinsèque de type n**

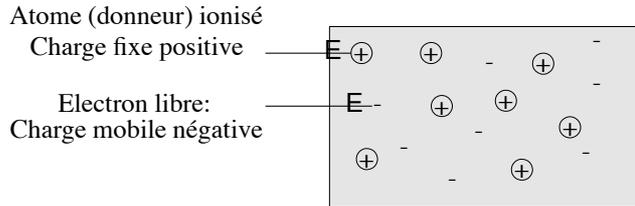
**3.1.2.1 Réseau cristallin** Un semiconducteur dans lequel on aurait substitué à quelques atomes tétravalents des atomes pentavalents

extrinsèque de type n: .....



cinquième, sans attache, est libre de se mouvoir dans le cristal. L'électron libre ainsi créé neutralise la charge positive, solide admette que le nombre volumique des électrons libres est égal au nombre volumique des impuretés et que le nombre volumique

positives) est négligeable. Etant données ces considérations, on établit le modèle de semiconducteur représenté ci-dessous dans lequel n'apparaissent que les charges essentielles, à savoir les électrons libres et les donneurs ionisés. Les charges fixes sont entourées d'un cercle.



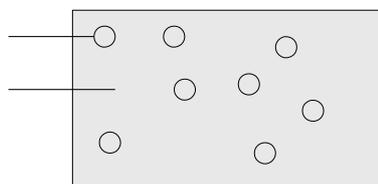
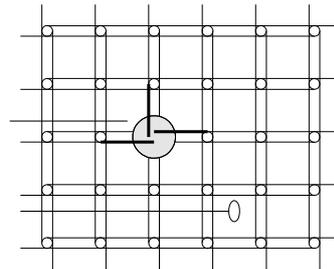
### 3.1.3 Semi-conducteurs extrinsèques de type p

#### 3.1.3.1 Réseau cristallin

Si l'on introduit des atomes trivalents dans le réseau cristallin du semiconducteur, les trois électrons de la couche

périphérique de l'impureté prennent part aux liens de valence, laissant une place libre. Ce trou peut être occupé par un électron d'un autre lien de valence qui laisse, à son tour, un trou derrière lui. L'atome trivalent est alors ionisé et sa charge négative est neutralisée par le trou (voir figure ci-dessous). Le semi-conducteur est alors dit *extrinsèque de type p*.

Les impuretés, pouvant accepter des électrons, sont appelées *accepteurs* .....  
alors considéré comme négligeable. Ils'ensuit un modèle, représenté à la figure ci-dessous, dans lequel n'apparaissent que les charges prépondérantes:



**Remarque :** il faut remarquer que le semiconducteur extrinsèque, type  $p$  ou type  $n$ , est globalement neutre. On peut le comparer à un réseau géométrique dont certains nœuds sont chargés et dans lequel stagne un ((gaz ))de charges mobiles qui neutralise les charges fixes du réseau. On élargit, par la suite, la notion de semiconducteur de type  $n$  à un semiconducteur dont le nombre volumique des donneurs l'emporte sur celui des accepteurs et celle de semiconducteur de type  $p$  à un semiconducteur dans lequel le nombre volumique des accepteurs est prépondérant.

## Ce qu'il faut retenir

- la nature d'un semi-conducteur intrinsèque;
- le dopage (type  $n$  et  $p$ ) et ses conséquences.

## 3.2 La jonction PN

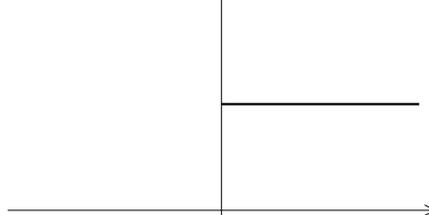
### 3.2.1 Introduction

Le dopage non uniforme d'un semiconducteur, qui met en présence une région de type  $p$ , donne naissance à une jonction  $pn$ . Une telle jonction est aussi appelée *diode*. Dans la présente section, on étudie, qualitativement, les phénomènes qui ont pour siège la jonction  $pn$ . On donne également la relation exponentielle qui lie courant et tension dans une telle jonction.

### 3.2.2 Description

Soit le semiconducteur à dopage non uniforme ci-dessous qui présente une région  $p$  à nombre volumique d'accepteurs constant, suivie immédiatement d'une région  $n$  à nombre volumique de donneurs constant également.

La surface de transition entre les deux régions est appelée *jonction*. Cette jonction agit comme un dipôle aux abords de la jonction et, conjointement, un champ électrique. Une fois l'équilibre atteint, ce champ électrique est tel que

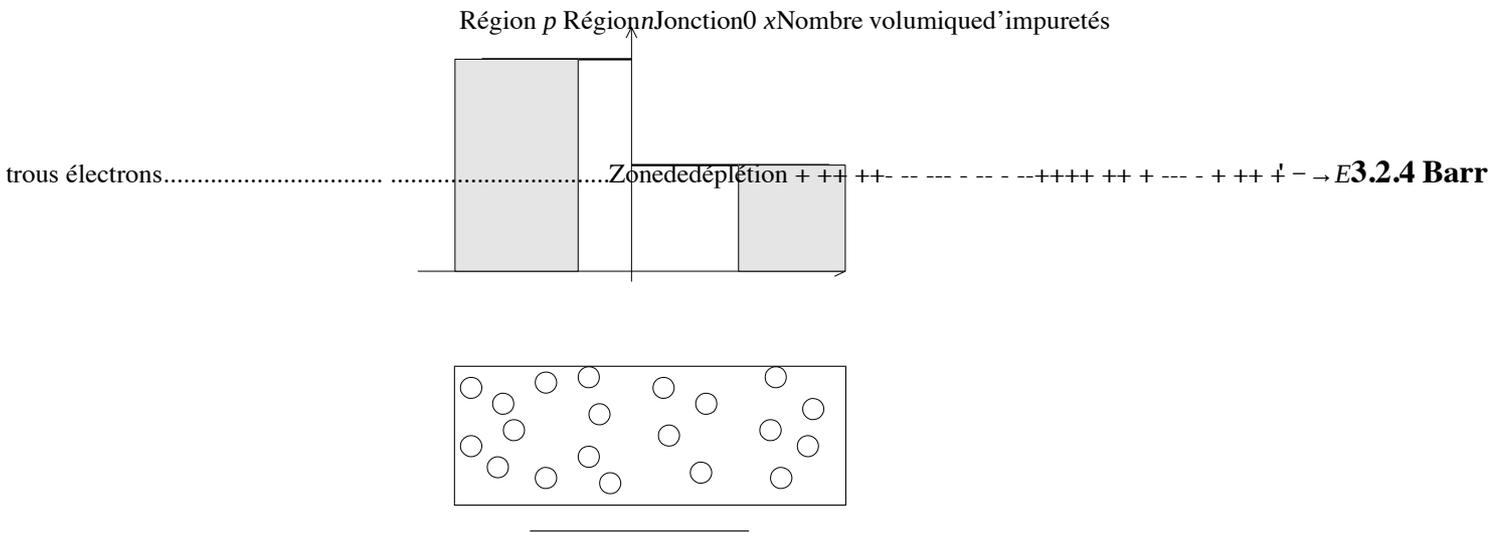


### 3.2.3 Définitions

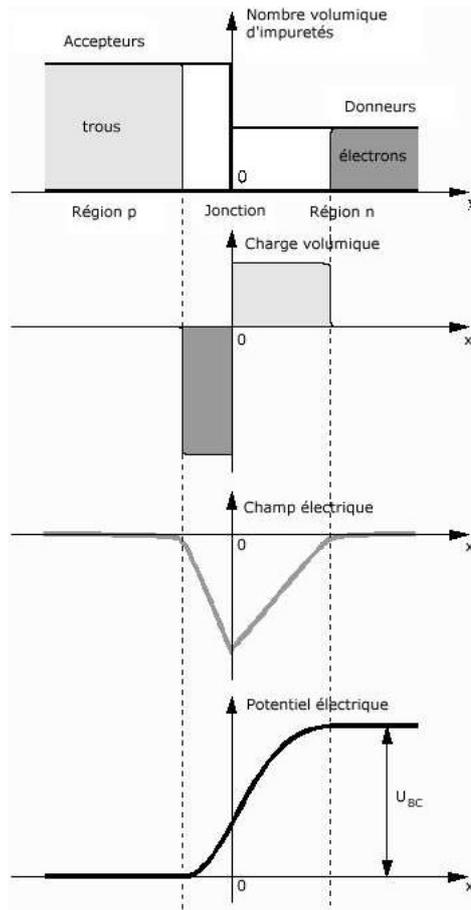
La région dans laquelle la neutralité n'est pas satisfaite est appelée *zone de déplétion* ou *zone de charge spatiale* lorsque les autres régions sont dites *régions neutres*.

Le champ électrique interne créé par le dipôle est nommé *champ de rétention de la diffusion* car il s'oppose à toute diffusion des charges mobiles. **Remarque:** généralement, la concentration des charges mobiles dans la zone de charge spatiale est négligeable

vis-à-vis du nombre volumique des charges fixes. On idéalise cet état de fait et l'on admet qu'il n'y a pas de charges mobiles dans la zone de déplétion: Accepteurs Donneurs



E3.2.4 Barr

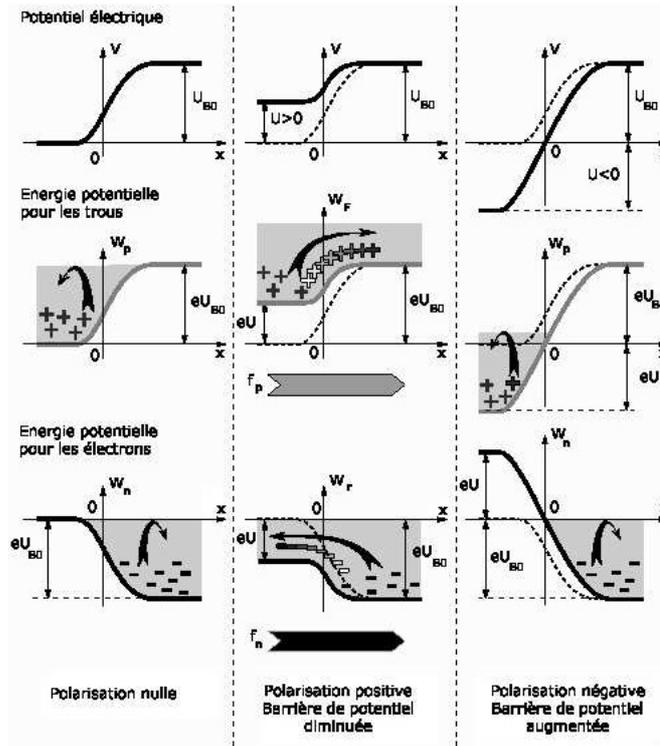


**Exemple :** pour une jonction pn au silicium avec un dopage  $N_A = 10^{18} \text{ cm}^{-3}$  dans la région p et un dopage  $N_D = 10^{17} \text{ cm}^{-3}$  dans la région n, la hauteur de la barrière de potentiel à 300 K ( $27^\circ \text{C}$ ) à l'équilibre vaut 872mV.

**Remarque :** la hauteur de la barrière de potentiel à l'équilibre est telle que les trous qui sont dans la région p ont une énergie moyenne qui est juste assez insuffisante pour leur interdire de passer la barrière de potentiel. Il en va de même pour les électrons qui se trouvent dans la région n.

**3.2.5 Caractéristique électrique**

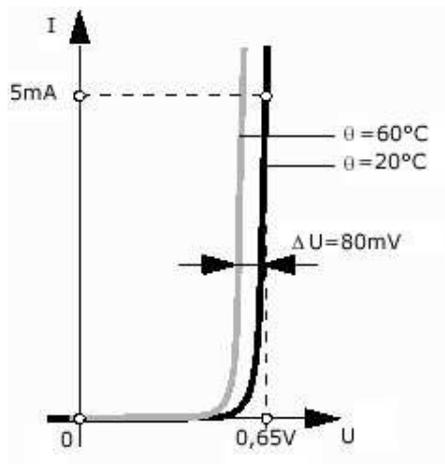
**3.2.5.1 Description** Si l'on applique une tension, la barrière de potentiel peut traverser la zone de charge spatiale. Ces situations sont résumées dans le schéma ci-dessous:



**3.2.5.2 Définitions** L'application d'une tension qui diminue la hauteur de la barrière de potentiel par rapport à l'équilibre est appelée

*polarisation directe* par opposition à la *polarisation inverse* qui augmente la hauteur de la barrière de potentiel par

rapport à l'équilibre. **3.2.5.3 Caractéristique et définitions** Une polarisation directe permet le passage d'un courant électrique dans la jonction alors que le *coefficient d'émission*. Il dépend du matériau, voisin de 1 dans les jonctions de transistors au silicium et dans les diodes au germanium, et ce



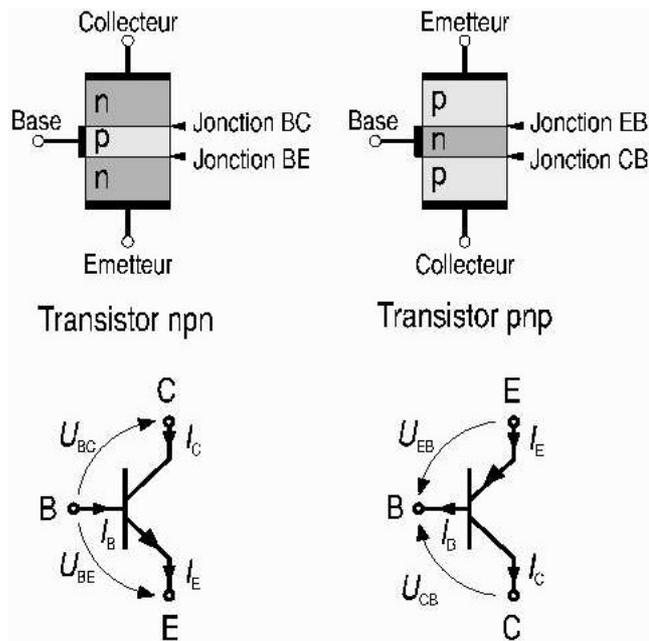
**Remarque :** le courant inverse de saturation des jonctions au silicium est de l'ordre de grandeur de  $10^{-12}$  à  $10^{-15}$  A de telle sorte qu'on peut généralement le considérer comme nul en polarisation inverse.

---

**Ce qu'il faut retenir** – le principe de la jonction PN; – la notion de polarisation (directe, inverse); – la caractéristique courant-tension

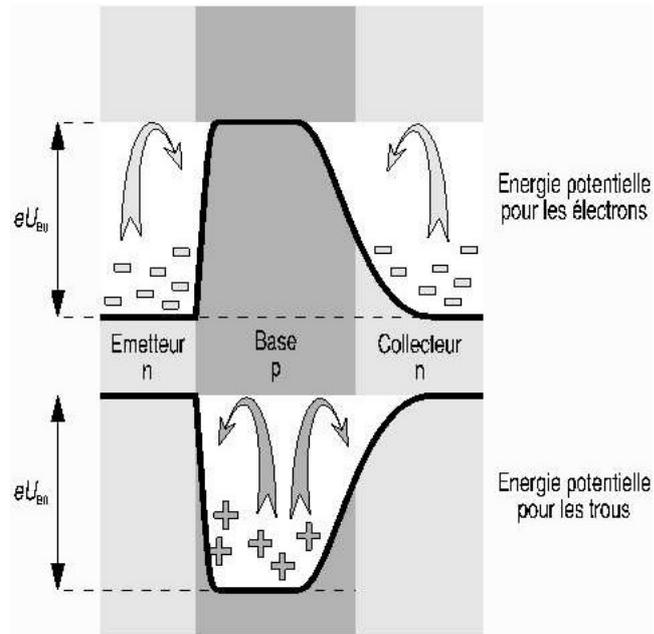
---

---



La couche médiane est appelée *base*. Leur géométrie et leur nombre volumique en impuretés distinguent les deux couches externes : *émetteur* et *collecteur*. Par extension, on appelle également base, émetteur et collecteur les trois électrodes qui donnent accès aux trois couches correspondantes. Les deux jonctions qui apparaissent dans le transistor sont désignées par le n

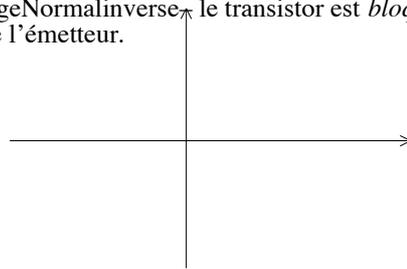
elles assurent la transition : on trouve, par conséquent, la jonction base-émetteur (BE) également dénommée *jonction de commande* et la jonction base-collecteur. **3.3.1.3 Hypothèse** Le principe de superposition s'applique aux charges injectées par la jonction B



**3.3.2 Modes de fonctionnement du transistor** 3.3.2.1 Définitions Les divers cas de fonctionnement du transistor dépendent

considère l'état bloqué et l'état passant de chaque jonction, on dénombre quatre modes de fonctionnement possibles:

Saturation  $U_{BC} > 0, U_{BE} > 0$  Normal direct Blocage Normal inverse le transistor est *bloqué* lorsque ses deux jonctions sont en polarisation inverse, telle sorte que le collecteur est isolé de l'émetteur.



### 3.3.2.3 Fonctionnement normal inverse

La jonction BE détermine le débit des électrons. La jonction BC, polarisée en inverse, n'influence d'aucune manière le débit des électrons. On peut montrer qu'un courant circule alors de l'émetteur vers le collecteur, de la forme

$$I_E = I_{sE} \exp \frac{U_{BE}}{U_T} - 1$$

où  $U_T$  désigne la tension thermodynamique (cf. 3.2.5.2). Un courant s'installe aussi entre base et collecteur:

$$I_B = I_{sB} \exp \frac{U_{BE}}{U_T} - 1$$

On montre également que:– le courant base-collecteur est négligeable devant le courant émetteur-collecteur, et que par conséquent le courant

- (( sortant )) par le collecteur est approximativement égal au courant (( entrant )) par l'émetteur;
- le rapport  $\beta$  entre le courant de collecteur et le courant de base est une constante, caractéristique du transistor, et est appelé *gain de courant en mode direct*, ou *en mode F* (F pour *forward*).

Lors de la fabrication des transistors on met tout en œuvre pour que le courant de base en mode direct soit le plus faible possible. En particulier, l'émetteur est dopé beaucoup plus fortement que la base pour que les électrons injectés dans cette dernière soient plus nombreux que les trous injectés dans l'émetteur. De plus, on réalise des bases aussi étroites que possible de telle sorte que, pendant leur transit, les électrons n'aient que peu de chance de s'y recombiner. Le gain de courant en mode direct atteint des valeurs se situant entre 100 et 1000 pour des transistors de petite puissance (inférieure à 1 W).

**3.3.2.4 Fonctionnement normal inverse** La jonction BC détermine l'injection dans la base puis dans l'émetteur, indépendamment

des électrons de l'émetteur ne peuvent franchir la barrière de potentiel de la jonction BE ; il n'y aura par conséquent aucune influence de la tension  $U_{BE}$  sur le débit des électrons. Les relations liant tension et courant sont similaires à celles du mode normal direct, à ceci près que la tension à considérer est  $U_{BC}$ . On définit de même le gain  $\beta_R$  (R pour *reverse*)

entre le courant de base et celui de collecteur, gain que l'on appelle *gain de courant inverse*, ou *gain de courant en mode R*. Le gain de courant

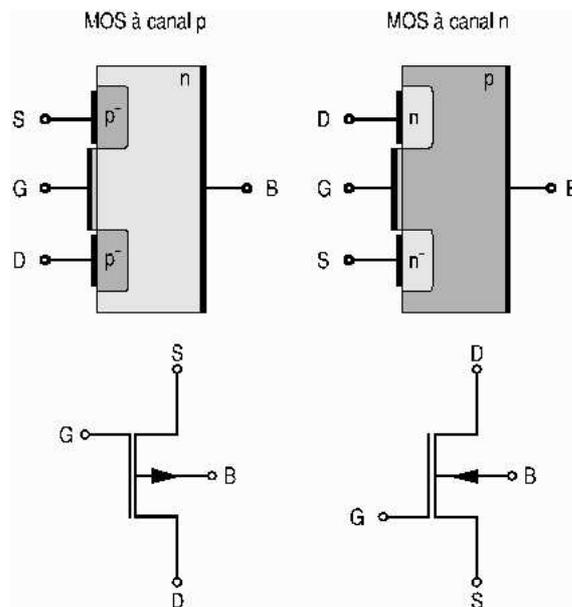
**retenir**– la nature d'un transistor npn (juxtaposition de deux jonctions);– les modes de fonctionnement (surtout blocage et saturation).

## 3.4 Le transistorMOS

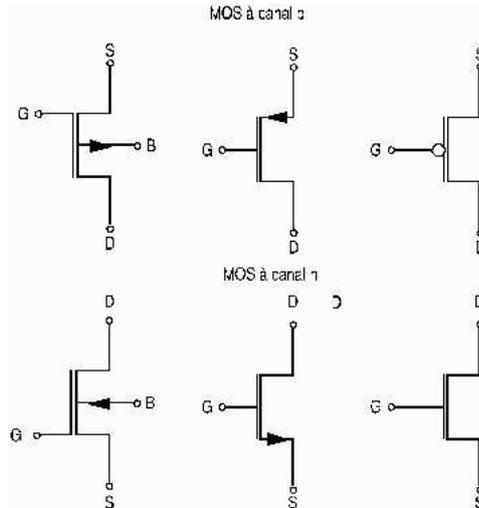
### 3.4.1 Introduction

En 1930, L. L. ILIE NF ELIDde l'Université de Leipzig dépose un brevet dans lequel il décrit un élément qui ressemble au transistor MOS (Metal Oxide Semiconductor) actuel. Cependant, ce n'est qu'en 1960 que la technologie ayant suffisamment évolué, de tels transistors peuvent être réalisés avec succès. En particulier, les problèmes d'interface oxyde-semiconducteur ont pu être résolus grâce à l'affinement de la technologie dans le domaine bipolaire, affinement requis pour obtenir des transistors de meilleure qualité. Aujourd'hui le transistor MOS constitue, par sa simplicité de fabrication et ses petites dimensions, l'élément fondamental des circuits intégrés numériques à large échelle.

### 3.4.2 Définitions et principe de fonctionnement



Le transistor MOS est un transistor dit (( à effet de champ )) constitué d'un substrat semiconducteur (B) recouvert d'une couche d'oxyde (figure ci-dessus). Dans cette même figure, on a également représenté les symboles des transistors MOS à canal n et à canal p. La flèche indique



---

**Ce qu'il faut retenir** – le principe de fonctionnement d'un transistor à effet de champ; – les symboles d'un transistor MOS.

---

# Chapitre 4

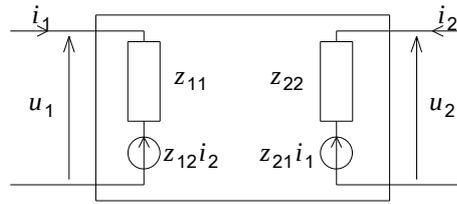
## Systemes analogiques

### 4.1 Représentation quadripolaire 4.1.1 Introduction

Si on veut (( cascader )) des systèmes, il peut être utile de ne connaître que les paramètres d'entrée/sortie. En pratique, un (( signal )) en électronique ou en électrotechnique, est soit un courant électrique, soit une tension. Pour pouvoir facilement introduire les paramètres d'entrée dans le cas où le signal est représenté par une tension, on est amené à introduire une représentation dite *quadripolaire*, selon le schéma suivant:



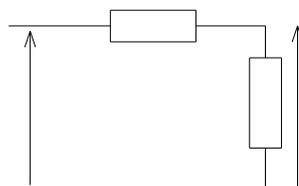
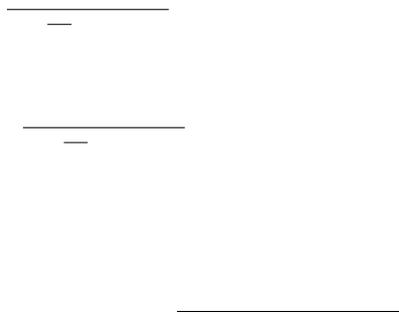
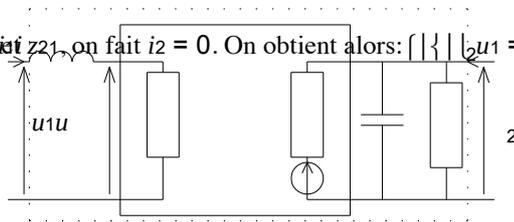
On peut alors modéliser le quadripôle avec le schéma:



Attention ! Il existe des systèmes que l'on ne *peut pas* mettre sous forme quadripolaire.

**4.1.3 Exemple** Etudions les relations entrées/sorties du quadripôle suivant:

Pour calculer  $z_{11}$  et  $z_{21}$ , on fait  $i_2 = 0$ . On obtient alors:  $u_1 = (R_e + jL\omega)i_1$  et  $u_2 = A(1 + R_sR) + jR_sC\omega u_e$  Et donc:  $z_{11} = \dots$



Déterminons  $R_e$  de manière à réduire les pertes par effet Joule dans le générateur. Ces pertes valent:

$$P_J = \frac{(V_1 - V_e)^2}{r}$$

( $V_1$  désignant la valeur efficace de la tension  $v$ ). Or d'après le théorème du diviseur de tension (cf. paragraphe B.1.1 en annexes):

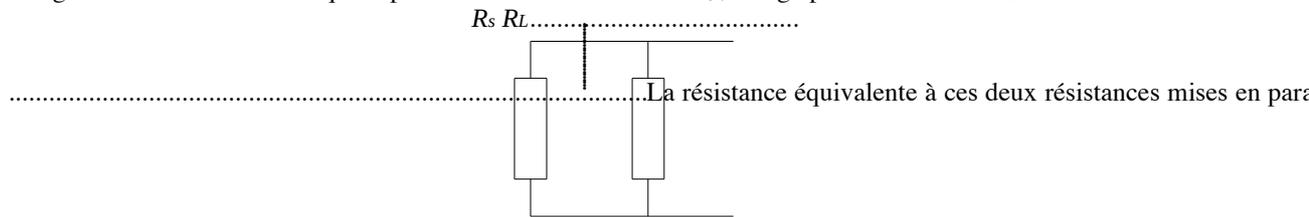
$$V_1 = \frac{R_e}{r + R_e} V_e$$

On remarque d'ailleurs sur cette expression que si l'on veut éviter les chutes de tension parasites (autrement dit, être assuré que la tension en entrée du quadripôle est toujours imposée par la force électromotrice du générateur, et ne dépend pas de la résistance interne de celui-ci), il faut que  $R_e$  soit grande devant  $r$ .

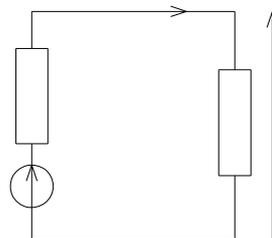
$$P_J = \frac{r}{(r + R_e)^2} V_e^2$$

Pour minimiser les pertes par effet Joule dans le générateur, on retrouve la même conclusion: *la résistance d'entrée du quadripôle doit être grande devant la résistance du générateur* <sup>4.2</sup>.

2. **En sortie:** le quadripôle doit présenter la même caractéristique de sortie, quelle que soit la manière dont il est chargé. Considérons donc un quadripôle de résistance de sortie  $R_s$ , chargé par la résistance  $R_L$  :



*petite* devant  $R_L$ . 3. **Adaptation en puissance:** les calculs précédents étaient destinés à faciliter l'insertion (( transparente )) du quadripôle dans un circuit en cascade. Mais on peut également désirer optimiser le transfert de puissance entre la sortie du quadripôle et sa (( charge )), c'est-à-dire le composant branché en aval. Supposons donc que le quadripôle présente une impédance de sortie  $Z_s$ , un comportement en tension en sortie modélisé par la source  $e$ , et qu'il débite un courant  $i$  dans une charge  $Z_L$  aux bornes de laquelle est mesurée la tension  $v$ .  $Z_s e Z_L i v$ .....



et  $i =$

$$\frac{e}{Z_s + Z_L}$$

Il vient donc:

$$P = \frac{1}{2} \frac{Z_L}{|Z_L + Z_s|^2} |e|^2$$

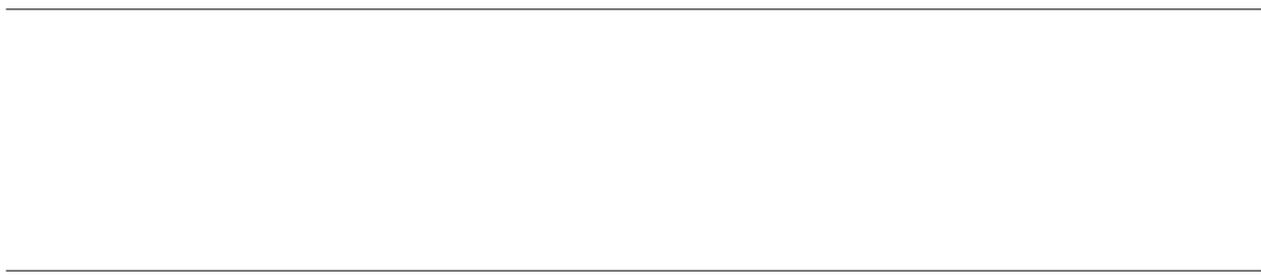
Si on écrit  $Z_s = R_s + jX_s$  et de même  $Z_L = R_L + jX_L$  on obtient:

$$P = \frac{1}{2} \frac{R_L}{(R_s + R_L)^2 + (X_s + X_L)^2} |e|^2$$

Nous avons vu qu'une impédance complexe pouvait avoir une partie imaginaire positive ou négative. On peut donc faire en sorte que  $X_s = -X_L$ , autrement dit si le quadripôle doit débiter dans une charge inductive, son impédance de sortie doit être de type capacitif, et réciproquement. Ceci étant établi, il ne reste plus alors qu'à maximiser le facteur  $\frac{R_L}{(R_s + R_L)^2}$ . On montre facilement que cela est réalisé quand  $R_s = R_L$ <sup>4.3</sup>.

En résumé, pour une adaptation en puissance, il faut que  $Z_s = Z_L^*$ . Cette relation est en contradiction avec les résultats précédents, et il est à noter également qu'elle ne peut être rigoureusement vérifiée qu'à une fréquence de fonctionnement fixée. En effet, supposons que la charge vaille  $1/jC\omega$ . Il faut donc que l'impédance de sortie du quadripôle soit égale à  $-1/jC\omega$ . Cela est possible si on trouve une bobine d'inductance  $L$  telle que  $L\omega = 1/C\omega$ ; or il n'est possible de réaliser cette égalité qu'en se plaçant à une pulsation déterminée  $\omega_0$ , avec  $L = 1/C(\omega_0)^2$ . Pour une autre pulsation  $\omega_1$ , il n'y aura plus adaptation.

4. **Ligne de transmission:** se reporter à l'annexe D. **Ce qu'il faut retenir** – la représentation quadripolaire: deux fils d'entrée, deux fils de sortie.



## 4.2 Contreréaction

### 4.2.1 Généralités

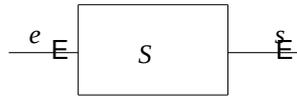
#### 4.2.1.1 Introduction

Ce cours a pour but de présenter des notions propres aux systèmes de transmission.



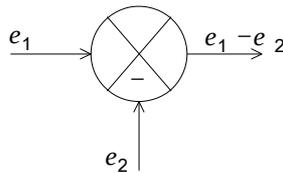
4.2.1.2 Conventions

1. **Les systèmes:** On va dans toute la suite manipuler des ((boîtes noires )) avec une entrée  $e$  et une sortie  $s$ , représentées ainsi:



Entrée et sortie peuvent être des tensions ou des courants électriques (cas le plus souvent rencontré) ou bien toute autre sorte de signal : son, onde électromagnétique, déformation mécanique, etc. On symbolise à l'intérieur de la ((boîte noire )) sa fonction.

2. **Les opérateurs :** Un opérateur a plusieurs entrées et une sortie. Il réalise une *opération* arithmétique sur les entrées. On représentera ainsi par exemple l'opération ((soustraction )) de deux signaux  $e_1$  et  $e_2$  par l'élément suivant :+

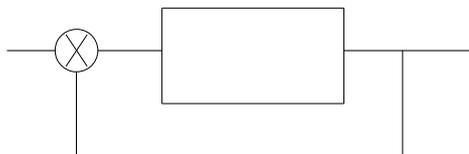


Parmi les opérateurs figurent également l'additionneur et le multiplieur (avec souvent un facteur multiplicatif  $k$  supplémentaire). **4.2.1.3 Un exemple d'intérêt du bouclage** Considérons un cas simple d'amplification, tel que la sortie  $s$  suive près

de  $e$  à un facteur de proportionnalité près. On dit que  $s$  est *asservie* à  $e$ . Soit  $S$  un système d'amplification de *gain*  $K$ , à l'entrée duquel est injecté le signal  $e$ , et à la sortie duquel est mesuré le signal  $s$ :  $E \rightarrow e \rightarrow s \rightarrow S$  On a donc  $s = K.e$ . Supposons que l'on ne connai



$s$  ne peut être déterminé qu'à 10% près également:  $\delta_{ss} = 0.1$ . L'idée à l'origine du concept de contre réaction est de *comparer* etc. On constr

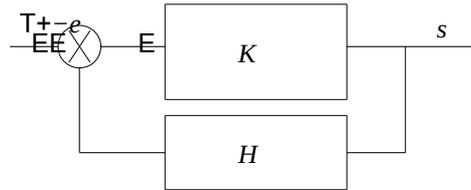


Calculons dans ces nouvelles conditions l'influence d'une imprécision portant sur la valeur de  $K$ , sur la détermination de  $s$ :  $\delta s$

$$\frac{\delta s}{s} = \frac{\delta K}{(1 + K)^2} \frac{1 + K}{K} = \frac{\delta K}{K} \frac{1}{1 + K}$$

Pour  $K$  suffisamment grand, on voit donc que l'incertitude sur  $s$  diminue d'un facteur  $1/K$ . Par exemple, avec toujours  $\delta K/K = 0,1$  et  $K = 100$ , on obtient  $\frac{\delta s}{s} \approx 0,1\%$  seulement.

En règle générale cependant,  $s$  et  $e$  n'ont aucune raison d'être de même nature physique (par exemple, il peut s'agir d'une tension et d'un courant). Il est nécessaire alors d'introduire un capteur de gain  $H$  :

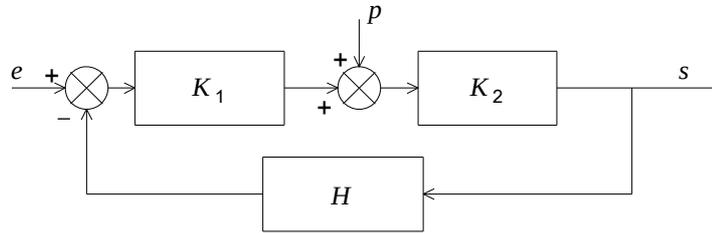


Cet avantage de systèmes bouclés n'est pas le seul. L'idée à l'origine de leur introduction est qu'il est plus facile d'((asservir)) un signal à un autre quand on peut les comparer. **4.2.2 Un peu de vocabulaire...** On se servira du schéma précédent pour établir que

qu'une *commande* est ((dynamique)): on est intéressé par la capacité de la sortie à suivre les variations de l'entrée (commande de l'accélération d'un véhicule par la pédale, par exemple), alors qu'une *consigne* est ((statique)): ce qui importe est alors que la sortie soit égale à la consigne. Dans le schéma précédent,  $K$  est ainsi le gain en boucle ouverte,  $H$  le gain de contre-réaction et  $K/(1+KH)$  le gain en boucle fermée.

### 4.2.3 Influence d'une perturbation

Supposons que ((quelque part )) dans le montage soit introduite une perturbation  $p$  additive, par exemple:



On a:

$$e - Hs = K_1(K_2 p + e)$$

On en déduit:  $s = \frac{K_2 p}{1 + K_1 K_2 H} + \frac{e}{1 + K_1 K_2 H}$

$$\frac{K_2 p}{1 + K_1 K_2 H}$$

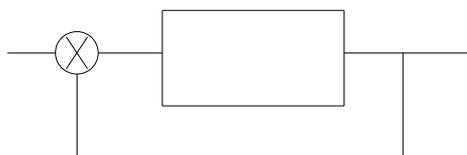
terme de régulation

Pour que  $p$  soit négligeable, il est nécessaire que le terme d'asservissement soit grand devant celui de régulation, et donc que  $K_1 \gg 1$ . On aura donc tout intérêt à faire en sorte que le premier ((étage )) de la chaîne directe soit un étage de pure amplification, avec un gain important. Ceci est une des raisons pour lesquelles on place souvent un ((préamplificateur )) en tête de chaîne.

### 4.2.4 Exemples de systèmes à contre réaction

#### 4.2.4.1 Exemple détaillé: une file de

voiture et de son conducteur. Le conducteur observe en permanence la différence de vitesse entre sa propre voiture et celle qui le précède. Si on note  $v_e$  la vitesse de cette dernière, et  $v_s$  la vitesse de son propre véhicule, on peut dire qu'au bout d'un temps  $dt$ , le conducteur corrige sa propre vitesse d'un terme proportionnel à la différence de vitesses qu'il observe.



#### 4.2.4.2 Autres exemples

On peut signaler également:

- la régulation du nombre de prédateurs par celui des proies disponibles;
- le contrôle de la fréquence d'un quartz dans une horloge;
- la synthèse d'un oscillateur électronique;
- l'écriture (le retour d'informations se fait par la vue);

– et bien d'autres encore... **Ce qu'il faut retenir** – les conventions pour les schémas-blocs: systèmes, opérateurs...;

---

– le vocabulaire de la contre-réaction **4.3 Diagramme de Bode; Gabarit** **4.3.1 Diagramme de Bode** **4.3.1.1 Définition Pa**

---

cette fonction de la fréquence? Pour des raisons de commodité, on est amené à écarter toute représentation tridimensionnelle (par exemple phase). Pour que le diagramme recouvre plus facilement la totalité du spectre, et qu'il soit également plus lisible en ordonnée, on utilise en abscisse  $G_{dB} = 10 \log |HP(j\omega)|$ . 4.4. cf. paragraphe 1.3.3.




---

**4.3.1.2 Exemple**

Considérons la fonction de transfert suivante ( $A > 0$ ):

$$H(j\omega) = A \frac{1 + j \frac{\omega}{\omega_0}}{1 + j \frac{\omega}{\omega_1}}$$

On a donc:  $G_{dB} = 20\log A + 10\log$

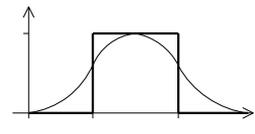
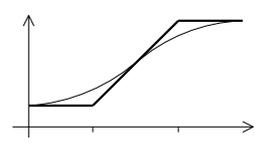
$$1 + \frac{\omega}{\omega_0}^2 - 10 \log 1 + \frac{\omega}{\omega_1}^2$$

et :  $\varphi = \arctan$

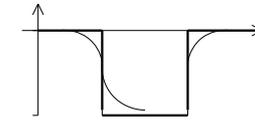
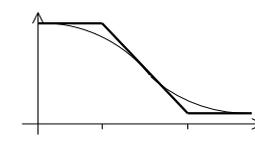
$$\frac{\omega}{\omega_0} - \arctan \frac{\omega}{\omega_1}$$

On suppose également pour simplifier que les deux pulsations  $\omega_0$  et  $\omega_1$  sont très différentes. Deux cas se présentent alors: -  $\omega_0 < \omega_1$  - Pour  $\omega < \omega_0$ , on a  $G_{dB} \approx 20\log A$ ; - Pour  $\omega_0 < \omega < \omega_1$ , on a  $G_{dB} \approx 20\log A + 20\log \frac{\omega}{\omega_0}$ ; - Pour  $\omega > \omega_1$ , on a  $G_{dB} \approx 20\log A + 20\log \frac{\omega}{\omega_1}$

\_\_\_\_\_

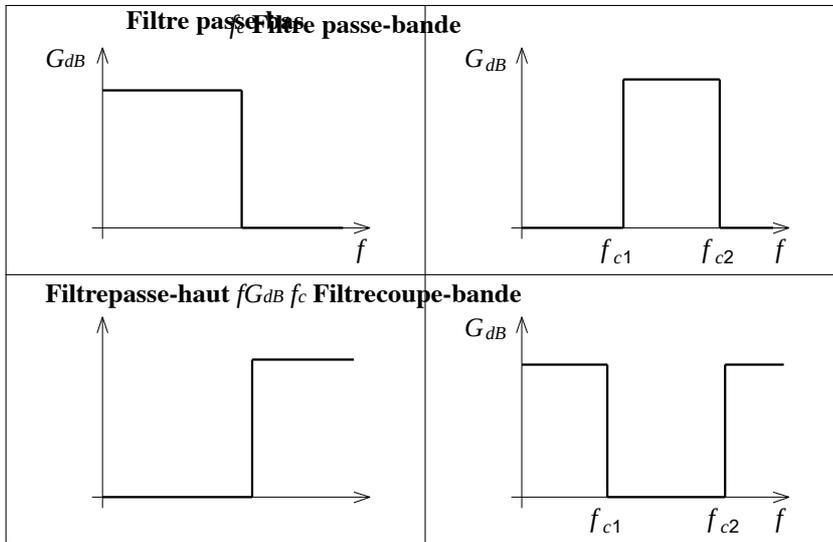


\_\_\_\_\_



4.3.1.3 Les types de filtres

Les filtres fréquentiels sont principalement de 4 types:



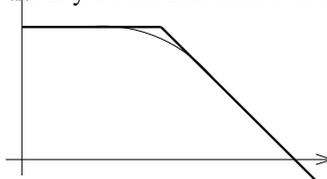
1. **Filtre passe-bas:** la fonction de transfert la plus simple pour un tel filtre est du type

$$H(j\omega) = A / (1 + j\omega/\omega_0)$$

**Etude asymptotique :** Quand  $\omega \ll \omega_0$ , on a  $G_{dB} \approx 20 \log A = cte$  et quand  $\omega \gg \omega_0$

$$G_{dB} \approx 20 \log A - 20 \log(\omega/\omega_0)$$

On obtient le diagramme suivant: La fréquence  $f_0$ , pour laquelle le module de la fonction de transfert vaut  $A/\sqrt{2}$  (Valeur de coupure). On a cette fois-ci deux fréquences de coupure; l'intervalle de fréquence entre ces deux



4. **Filtre coupe-bande:** La fonction de transfert la plus simple pour un tel filtre est du type

$$H(j\omega) = A \frac{(1 + j\omega/\omega_1)(1 + j\omega/\omega_2)}{1 + j\omega/\omega_0} \text{ avec } \omega_0 < \omega_1 < \omega_2$$

Il est à noter que dans la réalité, tout filtre coupe les hautes fréquences, même un filtre dit passe-haut. Dans les filtres actifs 4.5, les transistors présentent toujours des capacités parasites qui ont pour effet d'introduire de hautes fréquences découpeure. Dans les filtres passifs (à base uniquement de circuits R,L,C), il ya aussi toujours des capacités parasites, aux points de soudure des composants par exemple.

**4.3.2 Gabarit** Afin de pouvoir spécifier clairement et sans ambiguïté les besoins des utilisateurs, par exemple, ou les caractéris-

tiques techniques d'un système, des définitions ont été énoncées pour les filtres fréquentiels. Nous avons déjà parlé de quelques-unes d'entre elles dans le paragraphe précédent (fréquence de coupure, bande passante). Nous allons maintenant en faire une description plus détaillée, en prenant pour exemple un filtre passe-bas.

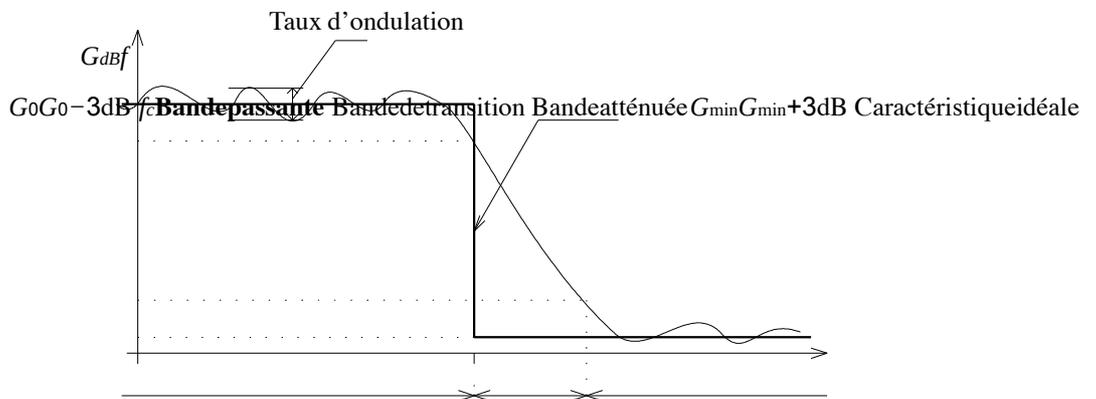


FIG. 4.1 – Gabarit de filtre passe-bas. **Notations:** –  $H_0$  désigne le gain maximal et  $G_0 = 20 \log H_0$ ; –  $H_{min}$  désigne le gain minimal; bande atténuée vaut  $G_0 - G_{min}$  (en dB); 4.5. cf. Note 2.11.4.6. Certains filtres possèdent un gain minimal tendant à  $-\infty$ .

- La *fréquence de coupure* est définie comme étant la fréquence pour laquelle le gain vaut  $G_0 - 3\text{dB}$ . On peut parler de fréquence de coupure principale et de fréquence de coupure secondaire si le gain présente deux plateaux de hauteurs différentes;
- On doit également préciser le *taux d'ondulation* (différence, en dB, entre l'amplitude des oscillations et le gain dans la bande passante) dans la bande passante et éventuellement dans la bande atténuée.

**Ce qu'il faut retenir** – La définition du diagramme de Bode;

- Les différents types de filtres: passe-bas, passe-bande, coupe-bande, passe-haut;
- les définitions des termes utilisés: fréquence de coupure, bande passante...;
- La notion de gabarit utilisé pour dresser la liste des spécifications d'un filtre.

**4.4 Bruit dans les composants** Les informations qui nous parviennent sont souvent détériorées par des parasites, qui peuvent être

causes. Des outils ont été développés afin de pouvoir mieux estimer les contributions parasites, et essayer de s'en affranchir. Ces outils sont basés sur des notions de statistiques, les bruits étant généralement en effet des processus aléatoires. **4.4.1 Densité spectrale de puissance** On rappelle que le spectre d'un signal est le module de sa transformée de Fourier

de puissance comme étant le carré du module de la transformée de Fourier. Ainsi, si  $x$  est un signal et  $X$  sa transformée de Fourier, sa densité spectrale de puissance vaut  $D_x = |X(\nu)|^2$ . Il existe une autre expression de la densité spectrale de puissance. Introduisons  $x(u)e^{-j\omega u} du$  et  $x^*(t)e^{+j\omega t} dt$ . cf. le paragraphe 1.2.1.2.

Soit encore:

$$\Gamma(j\omega) = X(j\omega) \int_{-\infty}^{+\infty} x^*(t) e^{+j\omega t} dt$$

On effectue le changement de variable  $u = -t$  et on obtient:

$$\Gamma(j\omega) = X(j\omega) \int_{-\infty}^{+\infty} x^*(-u) e^{-j\omega u} du$$

On reconnaît dans le deuxième terme la transformée de Fourier de  $x^*(-t)$ . Or d'après la propriété 1.11, la transformée de Fourier de  $x^*$  vaut  $X^*(-\nu)$ , et d'après 1.10, la transformée de Fourier de  $x(-t)$  vaut  $X(-\nu)$ . Le deuxième terme vaut donc  $X^*(j\omega)$ , donc  $\Gamma(j\omega) = X(j\omega) X^*(j\omega) = |X(j\omega)|^2$ : la densité spectrale de puissance est aussi la transformée de Fourier de l'autocorrélation.

#### 4.4.2 Les types de bruit

Nous nous limiterons dans tout ce qui suit aux seuls bruits *additifs*: la puissance totale transportée

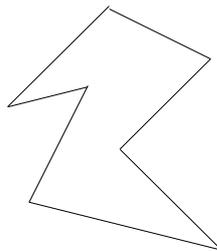
est la somme de la puissance du signal utile et à la puissance transportée par le bruit.

##### 4.4.2.1 Bruit thermique

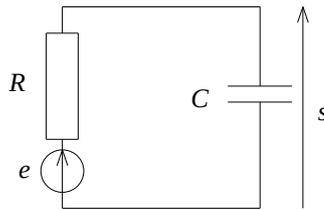
— Egalement nommé *bruit de résistance*, ou *bruit Johnson*, du nom du physicien Johnson qui l'a mis en évidence

en 1927. — L'étude théorique en a été faite en 1928 par Nyquist. Quand un corps est porté à une certaine température, les

noyaux atomiques mais surtout les électrons qui le composent (en raison de leur plus faible masse) sont agités, et dotés d'une vitesse en moyenne nulle (ils ne vont en moyenne dans aucune direction particulière), mais dont la moyenne quadratique (c'est-à-dire la racine carrée de la moyenne des carrés des vitesses) est proportionnelle au produit de la température, exprimée en degrés Kelvin, et d'une constante  $k$ , appelée constante de Boltzmann, qui vaut  $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$ . © X z s FIG. 4.2 – Déplacement d'un électron: l'électron revient *en moyenne* à son point de départ, dans les domaines de fréquences où l'on travaille habituellement. 4.8. On peut aussi trouver  $D_R = 4kRT$ . Tout est une question de définition de la transformée de Fourier.



– Exemple : circuit RC . Considérons le circuit suivant:



Il est facile de montrer que la fonction de transfert de ce filtre vaut:

$$H(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega/\omega_0}$$

avec  $\omega_0 = 1/RC$  . La résistance (( bruyante )) peut être modélisée comme étant la mise en série d’une résistance parfaite, non bruyante, et d’une source  $e_b$  délivrant une tension dont la densité spectrale de puissance est celle du bruit. Cette source de tension est filtrée de la même manière par le circuit. La composante bruitée  $s_b$  de la sortie vaut donc à la fréquence  $\nu$ :  $s_b(t) = 1$

$$\frac{1}{1 + j\nu/\nu_0} e_b(t)$$

Calculons la transformée de Fourier ; il vient :  $TF[s_b(t)] = TF[1 + j\nu/\nu_0 e_b(t)]$

$$\frac{1}{1 + j\nu/\nu_0} = \frac{1}{1 + j\nu/\nu_0} TF[e_b(t)]$$

Prenons-en le module au carré ; le terme de gauche devient la densité spectrale de puissance du bruit en sortie, et la Transformée de Fourier de droite la densité spectrale de puissance de l’entrée bruitée, donc du bruit thermique dû à la résistance:  $D_s(\nu) = 1 + (\nu/\nu_0)^2 D_e(\nu)$  **Application numérique:** dans notre cas:  $R = 10 \text{ k}\Omega$ ,  $T = 300 \text{ K}$ ,  $C = 1,6 \text{ nF}$ . La fréquence

alors  $\nu_0 \approx 10 \text{ kHz}$ . La puissance totale transportée par le bruit vaut  $\int_{-\infty}^{+\infty} D_s(\nu) d\nu$ , soit  $2kRT\nu_0 \pi$ .

En règle générale, on dira en fait que la puissance de bruit totale vaut en première approximation la densité spectrale de puissance de bruit en entrée, multipliée par la bande passante du système (ici  $\nu_0$ ). Avec les valeurs numériques choisies, on obtient donc environ  $2kRT\nu_0 \approx 10^{-12} \text{ V}^2$ . Le bruit uniquement dû à cette résistance

est donc équivalent à une source de tension moyenne d’environ  $1 \mu\text{V}$ . **4.4.2.2 Bruit de grenaille**– Egalement nommé (( shot noise ))– Il est d’origines variées: il peut être dû à des impuretés dans le matériau pour un transistor, par exemple, qui libèrent aléatoirement des porteurs

– La densité spectrale est de la forme

$$D_{1/f} = K \frac{I^\alpha}{f^\beta}$$

avec  $0,5 < \alpha < 2$  et  $0,8 < \beta < 1,3$ , cet exposant étant le plus souvent voisin de 1.  $K_1$  est une caractéristique du composant.

– Remarques:

– si  $\beta = 1$ , la puissance de bruit par décade est constante. En effet, pour toute fréquence  $f_0$ ,

$$P_{\text{décade}} = \int_{f_0}^{f_0 \cdot 10} D_{1/f} df = K \frac{I^\alpha}{f_0} \int_{f_0}^{f_0 \cdot 10} \frac{df}{f} = K \frac{I^\alpha}{f_0} (\ln \frac{10f_0}{f_0})$$

Soit  $P_{\text{décade}} = K_1 I^\alpha \ln 10 = \text{cte}$

– On note un apparent paradoxe en  $f = 0 \text{ Hz}$ , où la densité spectrale de puissance devient infinie. En pratique, aucun système n'a une bande passante s'étendant jusqu'à la fréquence nulle : cela signifierait que la durée de fonctionnement de ce système est infinie.

#### 4.4.2.4 Bruit en créneaux – Egalement nommé ((burst noise)), ou bruit popcorn, ou crépitement.

– L'origine de ce bruit est mal comprise. Il semblerait lié à la contamination par des ions métalliques des semi-conducteurs qui composent les éléments actifs. – Ce bruit est appelé ((bruit en créneaux)) car les formes d'onde qu'il produit

bruités, de fréquence variable. – La plus grande partie du spectre de ce bruit se situe dans le domaine des fréquences audibles

(centaines de Hz à quelques dizaines de kHz). La densité spectrale de puissance est de la forme suivante:

$D_b = K_2 I^\gamma + (f/f_c)^2$  où  $0,5 < \gamma < 2$ , la fréquence de coupure  $f_c$  et la constante  $K_2$  étant caractéristiques du composant.

#### 4.4.3 Bruit dans un dipôle 4.4.3.1 Température équivalente de bruit On considère une ((boîte noire)) à la sortie de laquelle le montage est limité.



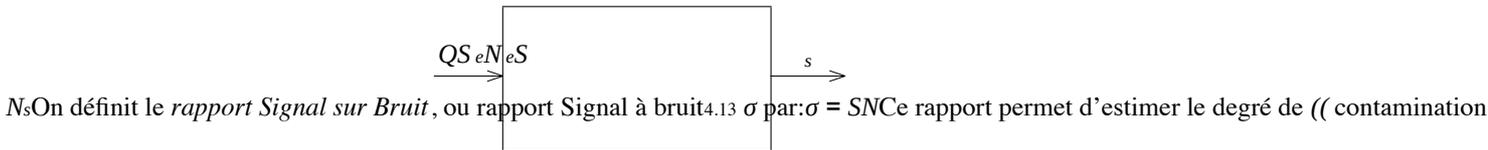
**4.4.3.2 Rapport de bruit**

On introduit aussi parfois la notion de *rapport de bruit*  $R$  pour un dipôle, en le définissant comme le rapport entre la puissance de bruit mesurée dans la bande  $B$  et une source de bruit purement thermique étalon, portée à une température de référence  $T_0$  (souvent 300K):

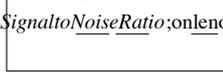
$$R = \frac{\overline{v^2}_B}{e^2_{B,T_0}} = \frac{T_{eq}}{T_0}$$

**4.4.4 Facteur de bruit**  
**4.4.4.1 Définition** On considère un quadripôle  $Q$ . On note  $S_e$  (respectivement

$S_s$ ) la puissance utilisable de signal à l'entrée (resp. en sortie), et  $N_e$  (resp.  $N_s$ ) la puissance de bruit à l'entrée (resp. en sortie).



*facteur de bruit*  $F$  par:  $F = \frac{S_e N_e}{N_s S_s} = \frac{\sigma_e \sigma_s}{\sigma}$   
**4.4.4.2 Température de bruit** On peut exprimer le facteur de bruit d'une autre façon:  $F = \frac{S_e S_s}{N_e N_s}$  (la plupart du temps 300 K). Cette



---

---

---

puissance de bruit est supposée être transmise intégralement au quadripôle <sup>4.15</sup>. Il vient alors:

$$F = 1 + \frac{N_r}{kT_0 B}$$

On définit enfin la *température de bruit*  $T_r$  ramenée en entrée du quadripôle par  $N_r = kT_r B$  et il vient

$$F = 1 + \frac{T_r}{T_0} \tag{4.1}$$

Remarques: – Plus un quadripôle est (( bruyant )), plus la puissance de bruit qu’il produit est importante, et plus sa température

de bruit est grande ; – *A priori*, la température de bruit dépend de la fréquence.

**4.4.4.3 Facteur de bruit d’un quadripôle passif** Pour un quadripôle passif, les composants utilisés sont les seules sources de bruit,

électrique. Le bruit résultant est donc dans la majorité des cas purement d’origine thermique. Qui plus est, si l’ensemble du système étudié est placé à la même température, cette température est nécessairement la température de bruit.

Quand le quadripôle de gain  $G$  est porté à la température de référence  $T_0$ , le facteur de bruit vaut:

$$F = \frac{S_e N_e}{N_s S_s} = \frac{\sigma_e \sigma_s}{1} = \frac{1}{G} \frac{kT_0 B kT_0 B}{kT_0 B} = \frac{1}{G} \text{Si on note } L \text{ l'atténuation du quadripôle } (L = 1/G), \text{ alors le facteur de bruit vaut simplement } F = L$$

rature de bruit et son gain en puissance. Ces quadripôles sont supposés adaptés en puissance en entrée et en sortie (cf. paragraphe 4.15). Ce qui signifie qu’il y a adaptation en puissance de l’entrée du quadripôle. 4.16. cf. paragraphe 4.1.4.




---

On cherche à déterminer le gain en puissance total  $G$  et la température de bruit ramenée en entrée  $T_r$  du quadripôle équivalent aux trois montés en série.

1. Il est facile de démontrer que  $G = \prod_{k=1}^3 G_k$ .

2. On a :

$$\begin{cases} N_s = N_2 G_3 + N_{Q3} \\ N_2 = N_1 G_2 + N_{Q2} \\ N_1 = N_e G_1 + N_{Q1} \end{cases}$$

On en déduit

$$N_s = N_e G_1 G_2 G_3 + G_2 G_3 N_{Q1} + G_3 N_{Q2} + N_{Q3}$$

Avec  $N_e = k B T_0$ ,  $N_{Q1} = k B T_1$ ,  $N_{Q2} = k B T_2$  et  $N_{Q3} = k B T_3$  il vient

$$N_s = k B T_0 G_1 G_2 G_3 + k B T_1 G_2 G_3 + k B T_2 G_3 + k B T_3$$

Soit  $N_s = G N_e (1 + T)$

$$\frac{1}{G_1 T_0} + \frac{T_2}{G_1 G_2 T_0} + \frac{T_3}{G_1 G_2 G_3 T_0}$$

Calculons le facteur de bruit du quadripôle équivalent :  $F = \frac{N_s}{G N_e} = 1 + T$

$$1 + \frac{T_2}{G_1 G_2 T_0} + \frac{T_3}{G_1 G_2 G_3 T_0}$$

En identifiant avec la relation 4.1, on obtient  $T_r = T_1 + T_2 G_1 + T_3 G_1 G_2$ . En résumé, sous réserve d'adaptation en puissance: – Le gain en pu

$$T_r = T_1 + T_2 G_1 + T_3 G_1 G_2$$

– La température de bruit ramenée en entrée est égale à  $T_r = \sum_{i=1}^n T_{ri} \prod_{j=0}^{i-1} G_j$  avec la convention  $G_0 = 1$ . On remarque qu'une température joue un plus grand rôle que la température  $T$  produit un bruit blanc dit (( thermique )), de DSP  $2kTR$ , avec  $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$ . Quand ce bruit est filtré par un filtre de bande

## 4.5 Parasites radioélectriques

Nous avons étudié dans le paragraphe précédent les sources de (( pollution )) d'un signal dues aux composants utilisés pour son analyse ou sa production. On peut un peu arbitrairement distinguer maintenant la catégorie des (( parasites )) radioélectriques, que l'on définira grossièrement comme le bruit causé par des sources plus ou moins distantes du système utilisé.

### 4.5.1 Les sources de parasites

Ce paragraphe n'a pas pour ambition de présenter un catalogue exhaustif des différentes sources de parasites, mais simplement d'en faire un inventaire indicatif. Principalement, on distingue :

#### 1. Des parasites d'origine purement électriques :

- Ouverture et fermeture d'interrupteurs, qui s'accompagnent d'arcs électriques, sources de craquements;
- Présence d'harmoniques de la fréquence du secteur. Par exemple, l'harmonique  $350\text{Hz} = 7 \times 50\text{Hz}$  est souvent relativement puissant. Si un fil électrique mal isolé est placé près d'un câble téléphonique, et que cet harmonique est présent, un ronflement se fera entendre dans le combiné, car cette fréquence se trouve dans des domaines audibles;
- Variations de fréquence du secteur;
- Variations d'amplitude du secteur, ces variations pouvant

(( microcoupures ))

#### 2. Des parasites d'origine météorologique: – Les éclairs, grandes décharges électriques entre le sol et la base des nuages,

ou bien entre la base et le

sommet des nuages, provoquent des crépitements (par exemple, sur une radio réglée en grandes ondes).

Les perturbations du champ électrique peuvent se faire sentir bien au-delà de la zone où l'éclair est visible;

- Une gouttelette d'eau est globalement neutre; mais si elle est fragmentée, elle se sépare en deux parties, l'une chargée positivement, l'autre négativement. A grande échelle, le champ électrique ainsi créé peut engendrer des parasites. Le même phénomène est observable avec les cristaux de glace. Une antenne dans une tempête de neige, frappée en permanence par des cristaux de glace de polarités opposées, sera soumise à un champ électrique source de parasites. Dans une moindre mesure, cela est vrai également pour le sable.

#### 3. Des parasites d'origine électrostatique : produits par le frottement sur une moquette, ou bien par certains

vêtements. Les micro-décharges provoquées sont sources de craquements dans les postes de radio ou les vieilles télévisions;

#### 4. Des parasites d'origine chimique: – Un chalumeau, par exemple, ionise l'air qu'il chauffe. Les ions ainsi créés

perturbateur; – La terre renferme des métaux, du fait ou non de l'activité humaine; la corrosion de ces métaux par l'infiltration d'eau de manière brève mais intense un courant dans le sol. Selon la nature du terrain, ce courant peut être transporté plus ou moins loin

#### 4.5.2.1 ... parleurpropagation

On distingue les parasites qui sont transportés par *conduction* de ceux qui le sont par *rayonnement*.

1. **par conduction:** la source de parasites et l'appareil perturbé sont reliés par des conducteurs électriques (fil, masse métallique quelconque, terre...);
2. **par rayonnement:** la présence d'un champ électrique produit par le perturbateur *induit* des courants dans le perturbé. Ce phénomène peut même être localement amplifié : toute masse métallique se comporte plus ou moins comme une antenne. Pour peu que par malchance cette antenne se trouve ((optimisée )) pour la réception d'un parasite, ce dernier sera amplifié.

#### 4.5.2.2 ... par leurs effets

On peut distinguer suivant ce critère trois classes d'effets:

1. **destructifs:** le perturbé est détruit par la survenue du parasite, qui peut être une tension ou un courant de crête trop important, ou bien une puissance électrique trop grande;
2. **non destructifs mais nuisibles:** l'effet désagréable du parasite disparaît

(( neige )) sur un écran de télévision, ou bien les craquements et sifflements dans un radio au moment d'un orage, etc ;

3. **perturbateurs des systèmes logiques :** (( macroscopiquement )), l'utilisateur peut ne pas remarquer d'effet.

Mais la survenue d'un (( rayon cosmique ))<sup>4.18</sup> peut perturber ponctuellement le fonctionnement d'un unique transistor, et le placer dans un état erroné. Ce genre d'accident peut arriver plus souvent aux satellites, car ils ne sont pas protégés par l'épaisseur de l'atmosphère.

#### 4.5.3 Les parasites

Pour mettre au point les parasites, il faut tout d'abord évaluer la *nécessité*

parasite transitoire peut en effet être supportable, ou bien le coût d'installation du dispositif est supérieur au préjudice subi. De plus, la (( sensibilité )) aux parasites, en particulier en matière de réception radio ou télévisuelle, est tout à fait

subjective. Un individu donné ressentira le besoin d'un déparasitage, mais son voisin n'en verra pas l'utilité. Les parasites de conduction états d'application: le filtre est inséré dans le montage, alors que le réglage de la bande passante se fait sur le récepteur lui-même. De plus, l'utilisateur d'être nul à l'intérieur de la cage, si l'on excepte bien sûr toute source interne. Ce carter métallique, pour des raisons de sécurité pour l'utilisateur

de failles par lesquelles les parasites peuvent pénétrer. Cependant, il n'est souvent pas nécessaire d'exiger une cage parfaitement étanche aux parasites : une cage conductrice grillagée suffit parfois. La taille des trous du grillage permet de sélectionner les longueurs d'onde capables de passer ou non, et dans le cas où les parasites sont bien localisés en fréquence, cette solution, moins onéreuse, est préférée. De plus, une cage permet de limiter l'émission de rayonnement dans l'environnement par le système lui-même.

---

### **Ce qu'il faut retenir**

- Les parasites peuvent être classés en deux catégories: les parasites par conduction, et les parasites par rayonnement;
  - Les parasites par conduction sont éliminés par filtrage fréquentiel, les parasites par rayonnement avec un blindage par une cage conductrice.
-

# Chapitre 5 Systèmes numériques

## 5.1 Introduction 5.1.1 Généralités

Au début du cours 5.1, nous avons distingué les *signaux à valeurs discrètes* des signaux à val

signaux ne peuvent prendre qu'un nombre fini de valeurs dans un intervalle. Ils ne sont pas à confondre avec les *signaux à temps discret*. Dans cette partie du cours d'ailleurs, nous considérerons aussi bien des signaux à temps discret qu'à temps continu. En pratique, l'intervalle dans lequel les signaux peuvent prendre leurs valeurs est souvent de la forme

$(2^n - 1)u_0$ ,  
 $u_0$  étant une valeur de référence, nommée le *pas de l'échantillonnage* (par exemple  $255u_0$ , ou  $1023u_0$ ). Ce choix d'une base 2 est lié à des contraintes logiques (cela permet une représentation aisée de deux valeurs vrai/faux), et matérielles, comme on le verra plus loin. On distingue deux (( branches )) de l'électronique logique, ou numérique: la logique *combinatoire* et la logique

*séquentielle*. La première fait référence aux composants dont l'état de sortie dépend uniquement des états en entrée; la deuxième aux composants dont l'état de sortie dépend aussi de l'état de sortie précédent, appelé *longword*. On utilise souvent également la représentation hexadécimale. Dans cette représentation, les nombres de 0 à 15 sont notés 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F.

---

correspond en décimal à 195, sera noté C3 en hexadécimal : 1100 correspond en effet à 12, donc C en hexa, et 0011 à 3, donc 3 aussi en hexa. FF codera donc de même 255.

**Remarque :** souvent on associe 1 à la valeur ((vrai )) et 0 à ((faux )). Mais en *logique négative*, c'est le contraire: l'état par défaut d'un niveau logique est le 1 (potentiel((haut ))), et l'information est considérée comme présente quand le niveau passe à 0.

### 5.1.3 Familles de portes logiques

Le composant de base est le transistor, fonctionnant en mode ((interrupteur commandé ))<sup>5.2</sup>. On distingue deux grandes familles: – **TTL**: à base de transistors bipolaires. Les niveaux logiques sont souvent 0/15V.

– **CMOS** : à base de transistors à effet de champ. Les niveaux logiques sont souvent 0/5V, mais peuvent aller jusqu'à 20V. Les portes CMOS ont une consommation électrique plus faible en général que les portes TTL.

---

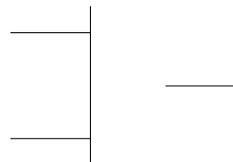
**Ce qu'il faut retenir** – En électronique numérique, on utilise la représentation binaire; – Le vocabulaire: bit, octet. **5.2 L**

---

### 5.2.1 Les opérateurs de base

Ces opérateurs sont souvent appelés ((portes)).

#### 5.2.1.1 Les opérateurs simples 1. Porte ET (AND)

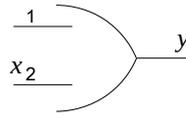


– Table de vérité:

$x_2 \backslash x_1$	0	1
0	0	0
1	0	1

– Notation :  $y = x_1 \cdot x_2$

2. **Porte OU (OR)**– Schéma:

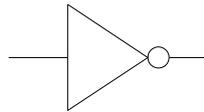


– Table de vérité:  $x_2 \backslash x_1$

$x_2 \backslash x_1$	0	1
0	0	0
1	1	1

– Notation:  $y = x_1 \vee x_2$  ou  $y = x_1 + x_2$ . Attention, cette dernière notation n'est pas une réelle addition;

ainsi, par exemple, 1 ou 1, qui est égal à 1, s'écrit  $1 + 1 = 1$ . 3. **Porte NON (NOT)**– Schéma:  $x \rightarrow y$ – Table de vérité:  $x \ 0 \ 1 \ y \ 1 \ 0$ – Notation:  $y = \neg x$



$x$	$y$
0	1
1	0

5. **Eléments neutres:**

$$\begin{cases} a.1 = a \\ a+0 = a \\ a+1 = 1 \\ a.0 = 0 \end{cases}$$

6. **Complémentarité:**

$$\begin{aligned} a+a^{-} &= 1 \\ a.a^{-} &= 0 \end{aligned}$$

7. **Double négation:**  $a$

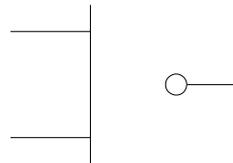
$$= a$$

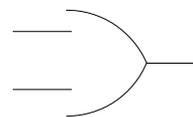
8. **Formules de De Morgan:**

$$\begin{aligned} \overline{a.b} &= \overline{a} + \overline{b} \\ \overline{a+b} &= \overline{a} . \overline{b} \end{aligned}$$

5.2.1.3 Les opérateurs (( intermédiaires )) Ces opérateurs ne sont pas ceux qui viennent en premier à l'esprit, mais figurent pourtant parmi

1. **Porte ET complémenté (NAND)**– Schéma:  $x_1 x_2 y$ – Table de vérité:  $x_2 \backslash x_1$  0 1 0 1 1 1 0– Notation:  $y = x_1 . x_2 = x_1 \uparrow x_2$ – Remar




### 5.2.2 Table de Karnaugh

Nous avons déjà utilisé des (tables de vérité) Il existe une autre représentation possible.

#### 5.2.2.1 Principe

On utilise la distributivité et la propriété

$$a + a\bar{a} = 1$$

Par exemple, supposons que  $y = (a\bar{b}\bar{c}\bar{d}) + (\bar{a}\bar{b}c\bar{d})$ . Cette expression se distribue en  $y = \bar{b}\bar{c}\bar{d}(a + \bar{a}) = \bar{b}\bar{c}\bar{d}$ .

L'utilisation de cette propriété est plus aisée avec un autre outil...

#### 5.2.2.2 Code binaire réfléchi

Vous connaissez le code binaire ((naturel)): 0, 1, 10, 11, 100, 101... qui est simplement la suite des entiers écrits

en base 2. Le *code binaire réfléchi* est construit en commençant par 0, puis en changeant la valeur d'un *unique* bit à chaque fois, de la droite vers la gauche. Sur 4 bits, on obtient ainsi la suite : 0000, 0001, 0011, 0010, 0110, 0111, 0101, 0100, 1100, 1101, 1111, 1110, 1010, 1011, 1001, 1000. Pour plus de clarté, on inscrit cette suite dans une table:

$a_3 a_2 a_1 a_0$  00 01 11 100 0 1 1 1 0 1 1 0 1 0 Cette table possède de nombreux axes de symétrie ou d'anti-symétrie. Il est possible de les


des regroupements, par exemple entre les cases ((x)), où on constate que la valeur de  $a_1$  est indifférente, ce qui permet de regrouper ces cases en  $\bar{a}_3 \bar{a}_2 a_0$ , ou bien entre les cases ((o)), regroupables en  $a_3 a_2 a_0$ . **Remarque:** Dans certains cas, la sortie n'est pas définie.

-----


On peut alors rassembler:

- les 1 qui se trouvent en haut à gauche du tableau peuvent être rassemblés dans le minterme  $\overline{a_3} \cdot \overline{a_2} \cdot \overline{a_1}$  ;
- les 1 du milieu du tableau peuvent être rassemblés en  $a_2 a_0$  ;
- le 1 du bas du tableau s'exprime directement en  $a_3 \overline{a_2} a_1 a_0$ , ou bien peut être rassemblé avec le 1 au-dessus de lui en  $a_3 a_1 a_0$ .

Et donc  $s = \overline{a_3} \cdot \overline{a_2} \cdot \overline{a_1} + a_2 a_0 + a_3 \overline{a_2} a_1 a_0$ . Avec un peu d'habitude, les simplifications de ce genre se font beaucoup plus rapidement qu'en partant de l'expression initiale de  $s$ .

### 5.2.3 Quelques fonctions plus évoluées de la logique combinatoire

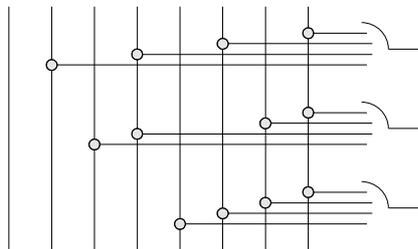
#### 5.2.3.1 Codage, décodage, transcodage 1. Codage – Définition: un codeur est une (( boîte noire ))

, avec  $2^n$  entrées, dont une seule est active à la fois, et  $n$  sorties. L'état des sorties indique quelle entrée est active.

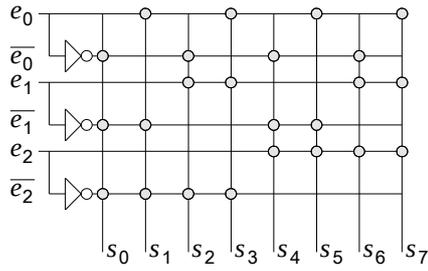
- Exemple: codeur en binaire naturel à 3 bits. On a 8 entrées  $e_{k=0...7}$  et 3 sorties  $s_{k=0...2}$ , vérifiant la table suivante: Entrée active  $s_2 s_1 s_0$

	$s_2$	$s_1$	$s_0$
$e_0$ 0 0 0	0	0	0
$e_1$ 0 0 1	0	0	1
$e_2$ 0 1 0	0	1	0
$e_3$ 0 1 1	0	1	1
$e_4$ 1 0 0	1	0	0
$e_5$ 1 0 1	1	0	1
$e_6$ 1 1 0	1	1	0
$e_7$ 1 1 1	1	1	1

Cette table se traduit par les relations suivantes:  $\left\{ \begin{array}{l} s_0 = e_7 + e_5 + e_3 + e_1 \\ s_1 = e_7 + e_6 + e_4 + e_2 \\ s_2 = e_7 + e_6 + e_5 + e_4 \end{array} \right.$



– Schéma:



Ici, chaque point indique une connexion ((ET ))

3. **Transcodage**– Définition: La (( boîte noire )) permet de passer d’un code 1 à un code 2. Il ya

$n$  entrées et  $n$  sorties.

– Exemple: Transcodage code binaire naturel → code binaire réfléchi, ou le contraire, etc.

– Remarque: On peut également réaliser un transcodeur à  $n$  entrées et  $m$  sorties, comme par exemple un transcodeur binaire naturel → binaire codé décimal<sup>5.5</sup>.

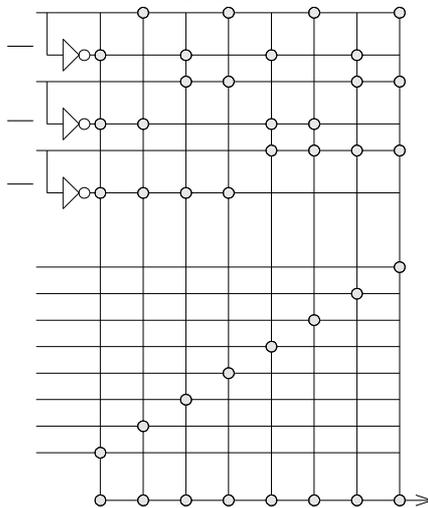
5.2.3.2 **Multiplexage, démultiplexage 1. Multiplexage**– Définition: Un multiplexeur est une (( boîte noire )), avec  $2^n$  entrées de données

$d_i$ ,  $n$  entrées d’adresse  $a_k$

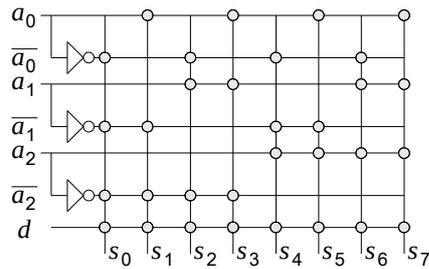
et une sortie. Celle-ci reproduit l’entrée de données dont le numéro est codé par les entrées d’adresse.

– Exemple: avec  $n = 3$ . On considère un multiplexeur à 8 entrées de données  $d_{i=0..7}$  et à 3 entrées d’adresse  $a_{k=0..2}$ . Si on a  $d_0 d_1 d_2 d_3 d_4 d_5 d_6 d_7 = 01001110$  en entrée, et si on code l’adresse à  $a_2 a_1 a_0 = 001$ , on obtient en sortie l’entrée  $d_1$ , soit  $s = d_1 = 1$ . Si on code  $a_2 a_1 a_0 = 111$ , on a en sortie  $s = d_7 = 0$ .

– Schéma:  $s a_0 a_1 a_2 a_0 a_1 a_2 d_0 d_1 d_2 d_3 d_4 d_5 d_6 d_7$  Ligne de OU Ici, chaque point indique une connexion (( ET )), sauf les points de la dernière ligne.– Rem



– Schéma:



Chaque point indique une connexion ((ET ))

– Remarque: D’après le schéma précédent, les sorties non actives sont dans l’état 0. Mais il est possible de faire en sorte que leur état par défaut soit 1. Ce problème de l’indétermination des sorties inactives d’un démultiplexeur doit être pris en compte en aval lors d’un câblage.

3. Exemple d’application: conversion parallèle ↔ série.

- Considérons un mot de  $n$  bits. Il peut être transmis soit sur un fil unique, bit après bit (transmission *série*), soit sur plusieurs fils à la fois, un fil par bit (transmission *parallèle*).
- Conversion *parallèle* → *série* : elle est effectuée à l’aide d’un multiplexeur : on envoie en entrée les  $n$  bits du mot à transmettre, et sur les entrées d’adresse successivement 00, 01, 10, 11. En sortie on obtient la série des  $n$  bits du mot.
- Conversion *série* → *parallèle* : elle est effectuée à l’aide d’un démultiplexeur. On envoie en entrée successivement les  $n$  bits du mot, et en même temps, on fait varier les bits d’adresse en les incrémentant <sup>5.6</sup>. En sortie, les fils doivent être reliés à une mémoire, qui stocke l’un après l’autre les bits du mot.

**5.2.4 Fonctions arithmétiques** On définit une opération logique comme une opération réalisée sur un mot binaire, et une opération

comme une opération réalisée sur un mot binaire codé. Par exemple, si on considère le mot binaire  $A$ , on peut effectuer des opérations logiques comme des ET ou des OU. Mais si ce mot  $A$  désigne un certain nombre suivant un codage défini (comme le binaire naturel), alors les opérations réalisées seront dites arithmétiques (par exemple, addition de deux nombres, négation, etc.).

**5.2.4.1 Fonctions logiques** Soient  $A$  et  $B$  deux mots logiques de  $n$  bits, dont les bits sont notés respectivement  $a_i$  et  $b_i$  quand on tient compte de la retenue. <sup>5.6</sup> C’est-à-dire en les augmentant d’une unité. La *décrément*ation est l’opération inverse: diminution d’une unité.

Réalisons par exemple  $1011+1101$ , et posons l'opération:

$$\begin{array}{r}
 1\ 0\ 1\ 1 \\
 +\ 1\ 1\ 0\ 1 \\
 \hline
 1\ 1\ 0\ 0\ 0
 \end{array}$$

retenue

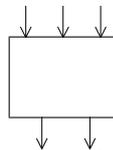
Dans le cas général, exprimons le bit  $c_i$  en fonction de  $a_i, b_i$ , et de la retenue  $r_{i-1}$  :

$r_{i-1} \backslash b_i$	0	0	1	1
$a_i$	0	1	1	0
0	0	1	0	1
1	1	0	1	0

On en déduit que  $c_i = a_i \oplus b_i \oplus r_{i-1}$ . Établissons de même l'expression de la retenue  $r_i$  :

$r_{i-1} \backslash b_i$	0	0	1	1
$a_i$	0	1	1	0
0	0	0	1	0
1	1	1	1	1

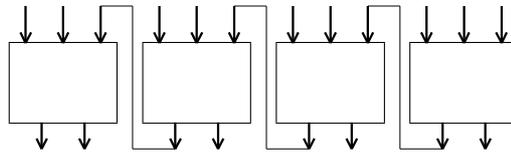
On montre alors que  $r_i = a_i \cdot b_i + r_{i-1} \cdot (a_i \oplus b_i)$ . On peut alors rassembler ces entrées/sorties sous la forme d'un bloc unique:  $\Sigma_i b_i a_i r_{i-1}$



Il est ensuite possible de cascader  $n$  de ces blocs pour réaliser un additionneur à  $n$

bits ; par exemple avec  $n=3$

on peut faire:  $\Sigma_3 \Sigma_2 \Sigma_1 \Sigma_0 b_3 b_2 b_1 b_0 a_3 a_2 a_1 a_0 r_2 r_1 r_0 r_0 c_3 c_2 c_1 c_0$  Cet additionneur est simple à construire, mais peu performant

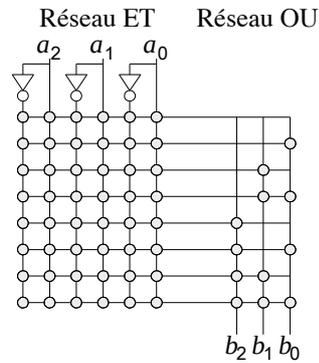


l'autre. 2. **Soustraction de deux entiers naturels** On considère deux nombres de  $n$  bits, auxquels on adjoint un bit de signe. On introduit le  $2^n$  (boîte noire) qui possède  $n$  entrées d'adresse et  $p$  sorties de données. A chaque combinaison des  $n$  bits d'adresse est associée une combinaison

### 5.2.6 Le PAL et le PLA

#### 5.2.6.1 Le PAL

Le réseau logique programmable<sup>5.7</sup> est une matrice à réseau ET et réseau OU. Le réseau OU est fixe et le réseau ET est programmable. On choisit alors les connexions en fonction des besoins:

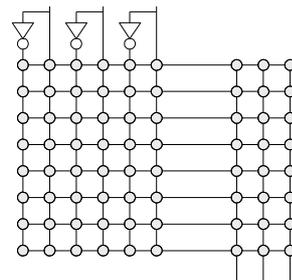


Dans le schéma d'un PAL à 3 bits ci-dessus, les cercles indiquent des fusibles, *ie* des points où les connexions peuvent être établies ou non. La programmation est réalisée en appliquant des différences de potentiel capables de ((claquer)) ces fusibles, et la déprogrammation en exposant le réseau à des ultraviolets qui les ((régénèrent)).

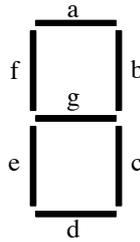
#### 5.2.6.2 Le PLA

Dans un PLA<sup>5.8</sup>, toutes les connexions des réseaux ET et OU sont programmables: c'est le plus polyvalent des

circuits intégrés. Voici par exemple le schéma de principe d'un PLA à 3 bits:  $a_2 a_1 a_0 b_2 b_1 b_0$  Réseau ET Réseau OU Les cercles in

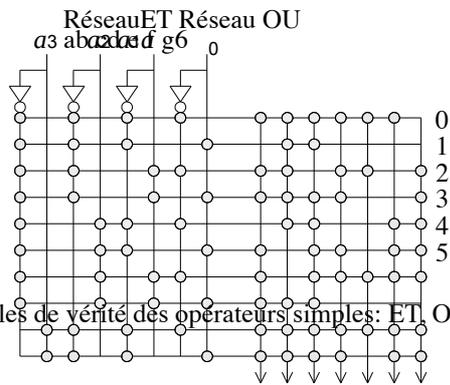


– L'afficheur 7 segments: Il est composé de 7... segments, et se trouve dans beaucoup de systèmes numériques d'affichage. Ces segments sont notés  $a, b, c, d, e, f$  et  $g$  suivant le schéma suivant:



Par exemple, le 7 est codé par  $abc\bar{d}\bar{e}\bar{f}g$ .

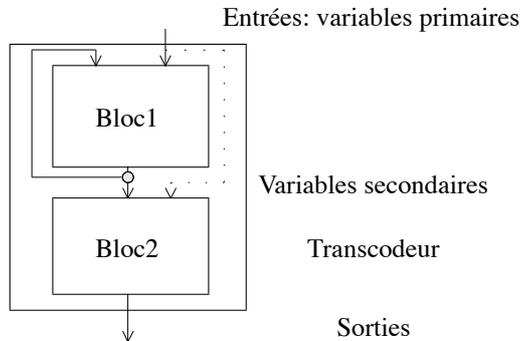
– On cherche à réaliser un composant qui prend en entrée 4 fils de données correspondant aux 4 bits de codage d'un chiffre en BCD, et qui délivre 7 sorties  $abcdefg$ , correspondant aux 7 fils d'un afficheur 7 segments. Ce composant est facile à réaliser avec un PLA comme suit, en ne gardant que certaines connexions:



**789 Ce qu'il faut retenir** – Les tables de vérité des opérateurs simples: ET, OU, NON, NAND; – Tous les opérateurs simples peuvent

### 5.3.1.1 Le caractère séquentiel

Il y a nécessité de créer des variables internes secondaires, produites par le système lui-même, permettant de caractériser l'effet des états antérieurs : ces variables sont introduites par une rétroaction interne. Un système séquentiel peut être représenté sous la forme du schéma suivant :



Le fonctionnement de principe est le suivant:– Un circuit combinatoire (Bloc 2) élabore les sorties à partir:

– des variables secondaires;– des variables primaires (*ie* les entrées) éventuellement.– Un circuit combinatoire (Bloc 1) élabore

– des variables primaires;– des variables secondaires. Les nouvelles valeurs des variables secondaires attaquant le Bloc 1 sont mises

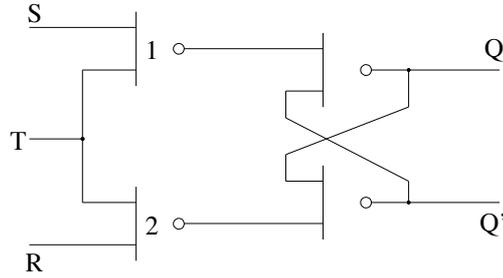
être dû:– à des délais causés par les transports des informations dans les circuits utilisés; on parle alors de logique asyn-

chrone;– à des délais imposés par des circuits spécialisés; on parle alors de logique synchrone. **5.3.1.2 Systèmes synchrones et asynchrones.** **5.3.1.3 Exemple: bascule RS asynchrone.** **Cahier des charges:** on cherche à réaliser un système numérique à deux



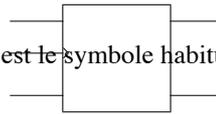
2. Bascules simples synchrones:

– *Bascule RST*: cette bascule présente une entrée T de plus que la bascule RS, qui est une entrée d'horloge, suivant le schéma:

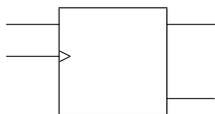
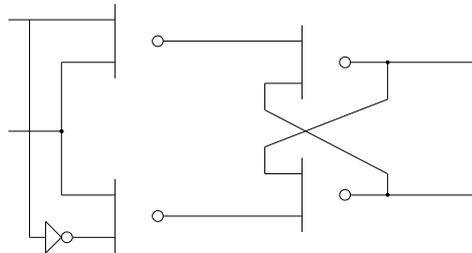


- si  $T=0$ , les portes 1 et 2 sont bloquées ; la bascule est alors inhibée, et  $Q'=Q$ ;
- si  $T=1$ , le fonctionnement est le même que celui de la bascule RS. Bien sûr, il faut que les entrées restent stables tant que T reste égal à 1; mais le fonctionnement est synchrone car il ne peut y avoir (( basculement )) que si T passe à 1. Notez la présence d'un *alea* : si R et S passent simultanément à 1, l'état de la sortie n'est pas défini.<sup>10</sup> On la représente par le schéma suivant: SRQ

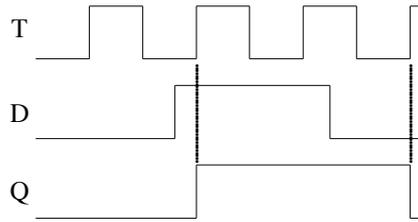
Q'T Le triangle correspondant à l'entrée T est le symbole habituel de l'entrée d'horloge.



– *Bascule D* : il s'agit en fait d'une bascule RST où l'entrée R est le complément de S :  $R = \bar{S}$ . Le schéma de câblage est le suivant: DT QQ' 12SR La contrainte est la même que celle de la bascule précédente: en effet, si l'entrée variait alors



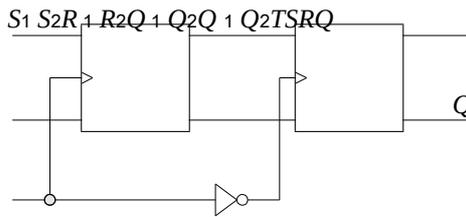
Voici un chronogramme résumant ses propriétés:



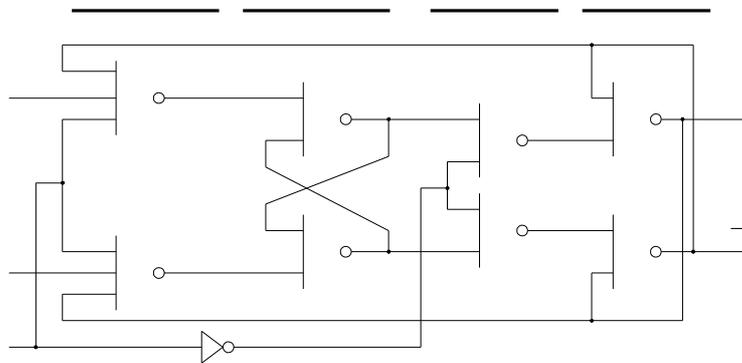
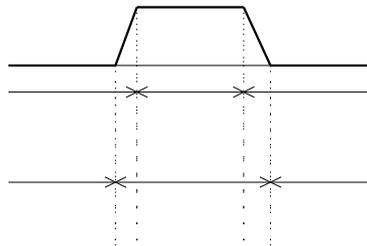
**5.3.2.2 Bascules à fonctionnement en deux temps**

Ces bascules sont aussi appelées (( maître-esclave )). Elles sont conçues afin d'éviter de rencontrer les contraintes sur l'absence de variation des entrées tant que l'horloge est dans un état actif. Dès que les entrées sont prises en compte, la bascule devient insensible jusqu'au prochain signal d'horloge, avant que les sorties aient pris leur nouvelles valeurs. La réalisation se fait en cascade de deux bascules fonctionnant en deux temps disjoints.

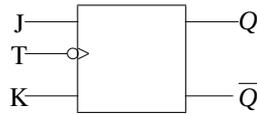
1. **Basculés déclenchés par une impulsion (pulse triggered):**– On trouve par exemple des bascules RST maître-esclave selon le schéma



Le chronogramme de fonctionnement est: T Maître Maître Esclave Esclave Esclave actif actif inhibé inhibé Dans ces cas, l'aléalié



On la représente ainsi:



Le symbole  $\circ$  devant l'entrée d'horloge indique que celle-ci est active sur le front descendant. On a toujours  $Q = \overline{Q}$ . Cette fois-ci, l'indétermination liée à  $JK = 11$  est levée. En notant  $Q_{n-1}$  et  $Q_n$  deux états successifs de la sortie, cette bascule présente la table de vérité:

J	K	$Q_n$
0	0	$Q_{n-1}$
0	1	0
1	0	1
1	1	$\overline{Q_{n-1}}$

2. **Autres bascules fonctionnant en deux temps:** on trouve également:

- des bascules déclenchées par un front montant ou descendant (dites *edge triggered*);
- des bascules à verrouillage de données (dites *data lock out*).

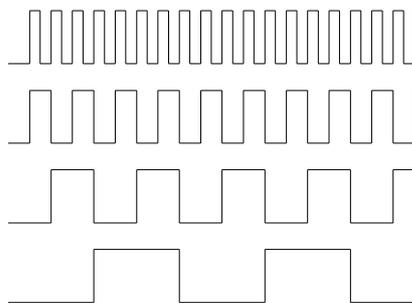
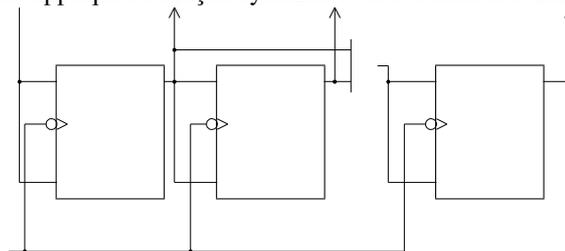
**5.3.2.3 Registres (ensembles de bascules) 1. Compteurs** (a) *Comptage, décomptage.* On cascade des bascules, en récupérant à chaque

impulsion d'horloge, la sortie de la bascule précédente pour l'entrée d'horloge de la bascule suivante. Si on note  $A_n$  le mot constitué par les sorties des bascules après la  $n$ -ième impulsion d'horloge, alors :  $A_n = A_{n-1} \pm 1$ . Si  $A_n = A_{n-1} + 1$ , on parle de comptage ; dans le cas opposé, de décomptage. On parle également de *cycle complet* pour  $m$  bascules si  $A_n$  peut varier entre 0 et  $2^m - 1$ .

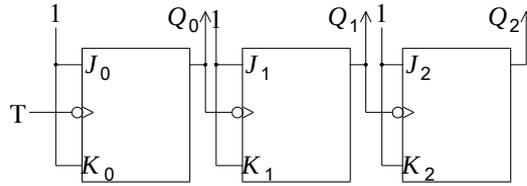
(b) *Compteurs à cycle complet (bascules JK).* On distingue les compteurs synchrones des compteurs asynchrones. i. Synchrones: les entrées  $J_i$  et  $K_i$  des bascules sont connectées entre elles de telle sorte que

c'est-à-dire en reliant par un *et* logique les sorties des bascules précédentes. Pour un décompteur, on réalise  $J_i = K_i = \prod_{j=0}^{i-1} Q_j$ . Par exemple, un compteur sur 3 bits peut être réalisé comme ceci:

1 Q<sub>0</sub> Q<sub>1</sub> Q<sub>2</sub> T J<sub>0</sub>K<sub>0</sub> J<sub>1</sub>K<sub>1</sub> J<sub>2</sub>K<sub>2</sub> L'horloge est appliquée de façon synchrone sur les entrées d'horloge de toutes les bascules: T Q<sub>0</sub>Q<sub>1</sub>Q<sub>2</sub>



- ii. Asynchrones: cette fois-ci,  $J_i = K_i = 1$  pour tout  $i$ . L'horloge est appliquée sur l'entrée d'horloge de la bascule qui délivre le bit de plus faible poids  $Q_0$ .  $Q_i$  (pour un compteur) ou  $\overline{Q_{i-1}}$  (pour un décompteur) est appliquée sur l'entrée d'horloge de  $Q_i$ . Ce compteur présente donc des états transitoires erronés:



(c) *Compteurs à cycles incomplets. Définition:* un tel compteur réalisé avec  $m$  bascules revient à 0 après  $p$  impulsions d'horloge, avec  $p < 2^m$ . On utilise pour ce faire des bascules JK modifiées, auxquelles on a adjoint des entrées ((Preset)) et ((Clear)), asynchrones, qui ont pour effet immédiat une fois activées de mettre respectivement la sortie à 1 ou 0. Les compteurs ont de nombreuses applications: (a) comptage direct: par exemple comptage d'

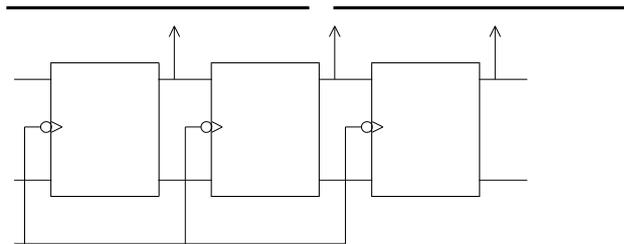
un flacon, etc. (b) division de fréquence par une puissance de 2: lorsqu'on regarde les chronogrammes d'un compteur,

comme par exemple le compteur trois bits plus haut, il est évident que chaque bit du compteur produit un signal en créneau dont la fréquence est égale à la fréquence de l'horloge divisée par une puissance de 2 dépendant du poids du bit; (c) mesure de fréquence: il est possible d'utiliser le compteur pour compter le nombre de passages à zéro

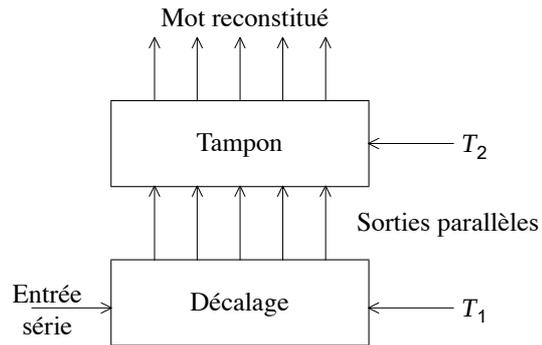
d'un signal donné pendant 1s, par exemple. La valeur indiquée par le compteur au bout d'une seconde est proportionnelle à la fréquence du signal analysé; (d) il existe encore beaucoup d'autres applications: mesures de temps et donc de di

opérations dans un calculateur numérique, multiplexage temporel, etc. 2. **Registres à décalage** (a) *Définition, structure.* Constitué de  $m$  bas

chaque impulsion d'horloge. Par exemple:  $Q_0, Q_1, Q_2, T$  Entrées série  $J_0, K_0, J_1, K_1, J_2, K_2$  Sorties série Sorties parallèles (b) *Exemples d'application.* - un registre à décalage, un registre tampon permet la conversion série  $\leftrightarrow$  parallèle: le mot parallèle est transmis sur les sorties du registre



sur les sorties du registre à décalage. Par exemple:



Dans cet exemple, la fréquence de l'horloge 2 doit être le cinquième de celle de l'horloge 1.

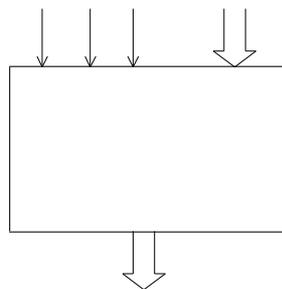
4. **Mémoire vive (RAM)** <sup>5.13</sup> Ce sont des ((boîtes noires)), avec des entrées d'adresse, des entrées de données et des sorties de données. On y trouve aussi une entrée de commande lecture/écriture, permettant de choisir le mode de fonctionnement: – soit écrire une donnée à l'adresse définie par le mot d'adresse;

– soit lire la donnée présente à l'adresse définie par le mot d'adresse, et qui a été écrite antérieurement.

Il s'agit d'une amélioration de la fonction de mémoire temporaire d'un registre tampon : on a la possibilité de stocker plusieurs mots simultanément. **5.3.3 Synthèse des systèmes séquentiels synchrones** Il existe principalement trois

graphe 5.3.1.1. C'est en fonction de la complexité de l'action à réaliser par le système que s'effectue le choix de l'une ou l'autre méthode. **5.3.3.1 Registres de bascules** C'est la manière la plus simple: il ((suffit)) de traduire le cahier des charges

suite d'états est alors traduite à l'aide de registres de bascules (par exemple des JK). **5.3.3.2 Compteur programmable** Dans cette



- *Entrée d'inhibition* : le compteur est inhibé quand cette entrée est activée; le mot binaire qu'il délivre reste inchangé à chaque impulsion d'horloge;
- *Entrée de chargement*: quand cette entrée est activée et que survient l'impulsion d'horloge, le mot délivré par les sorties du compteur n'est pas incrémenté<sup>5.14</sup> mais remplacé par le mot présent sur les entrées de données;
- *Entrées de données*: le mot appliqué sur les entrées est transféré sur les sorties de façon synchrone quand l'entrée de chargement est activée;
- *Entrée de remise à zéro*: quand elle est activée, le compteur est remis à zéro de façon synchrone.

Un programme est une suite d'instructions binaires envoyées sur les entrées de contrôle (R, L et E) et les entrées de données du compteur programmable, appelé pour l'occasion ((compteur de programme ))

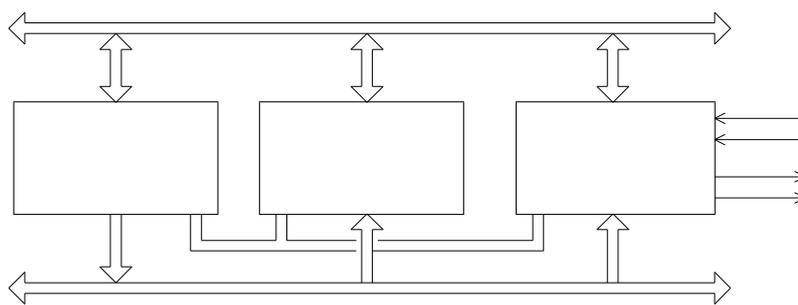
**5.3.3.3 Unité centrale de contrôle et de traitement (CPU): microprocesseur**

CPU signifie Central Processing Unit. Le microprocesseur est un circuit intégré qui comporte:

1. un circuit séquentiel qui réalise les actions demandées par les instructions. Chaque instruction est un mot binaire qui est appliqué sur les entrées de ce circuit. Les actions qu'il accomplit se limitent à des transferts de données entre des registres et un compteur de programme;
2. une unité arithmétique et logique. Les données et les instructions transitent par l'intermédiaire d'un bus de données interne. Le circuit séquentiel contrôle ces transferts par l'intermédiaire des lignes de contrôle<sup>5.15</sup>.

Le microprocesseur communique avec l'extérieur par l'intermédiaire d'un bus de données bidirectionnel, venant de la mémoire programme, d'un bus d'adresse monodirectionnel et de lignes de contrôle. Les données sont émises par le compteur de programme. Le microprocesseur doit fonctionner avec un certain nombre de circuits associés. Le programme est contenu dans

une mémoire extérieure. Une mémoire peut de plus être nécessaire pour contenir des résultats qui devront être réutilisés. Les entrées et les sorties du système se font le plus souvent par l'intermédiaire de circuits d'entrée/sortie spécialisés. Les circuits associés sont connectés au microprocesseur par les bus (données et adresses) et les lignes de contrôle: microprocesseur mémoire entrées/sorties entrées/sorties bus de données bidirectionnel bus d'adresse monodirectionnel contrôles **Ce qu'**



## 5.4 Numérisation de l'information

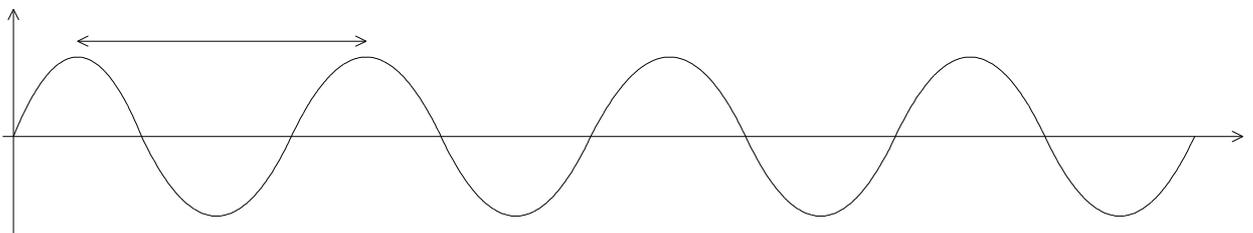
La nature qui nous environne est perceptible par nos sens. Mais l'archivage de ces perceptions (la mémoire) et son traitement (la pensée) ne sont pas des moyens adaptés respectivement au *partage* de ces informations, non plus qu'à leur traitement *massif*. Pour ce faire, nous utilisons des outils numériques. Mais ces outils, par leur nature même, requièrent une interface avec le monde ((réel)), qui est lui fondamentalement analogique, pour autant que nous le sachions. La réalisation de cette interface est un problème complexe, dont nous n'allons aborder que quelques idées.

On peut distinguer plusieurs composants nécessaires à cette réalisation:

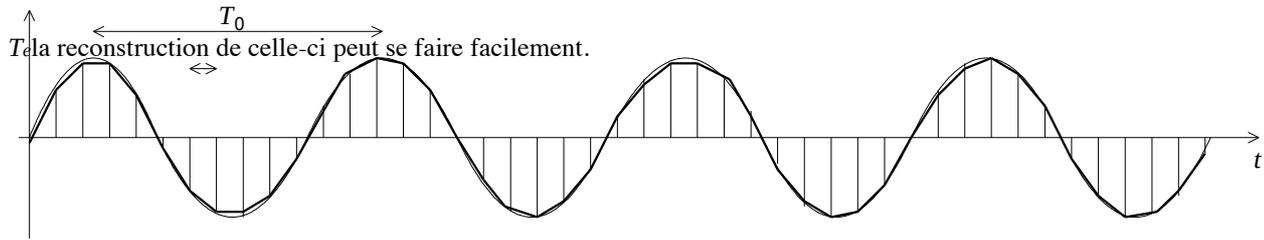
– un échantillonneur; – un convertisseur analogique/numérique; – le système numérique de traitement; – un convertisseur numérique/analogique.

pour des raisons liées aux indéterminations sur les états des sorties dans un circuit purement combinatoire (cf. paragraphe 5.3.1.2). Il faut donc pouvoir définir les entrées à des instants particuliers : on appelle cette opération l'*échantillonnage*.

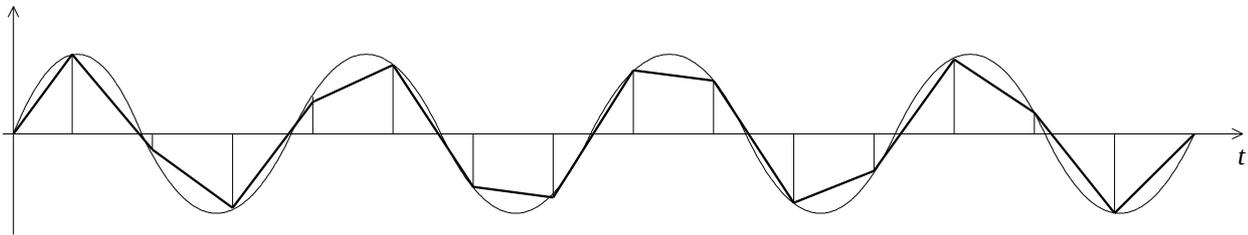
**5.4.1.2 Exemple: échantillonnage d'une sinusoïde** On considère une sinusoïde  $x(t) = x_0 \sin \omega_0 t$ , avec  $\omega_0 = 2\pi f_0 = 2\pi/T_0$ . On échantillonne



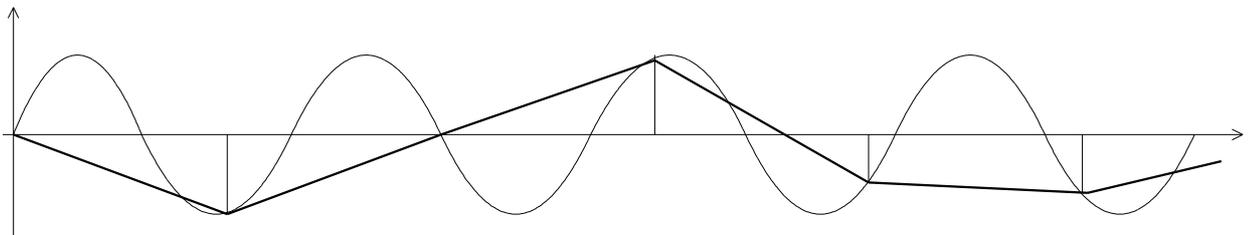
Si  $f_e$  est grande devant la fréquence de la sinusoïde, comme sur le schéma suivant,



Si on diminue la fréquence d'échantillonnage, le signal reconstruit ressemble ((moins)) à une sinusoïde, mais reste quand même reconnaissable. Plus précisément, si on *sait* a priori que le signal est une sinusoïde, on peut encore en déterminer la période et l'amplitude, et il est donc entièrement reconstitué :



En revanche, si on diminue trop cette fréquence, le signal reconstruit ne ressemble en rien au signal original, et on perd l'information sur la fréquence du signal échantillonné: t En fait, il est possible de démontrer que l'on arrive à reconstruire mathématiquement un signal (( porte )) multiplié par un signal (( porte )), valant 1 pour  $0 < t < T$ , et 0 ailleurs. D'après le paragraphe 1.2.2.6 sur la convolution, la Transformée de Fourier du signal observé est la convolution de la TF de




---

En pratique néanmoins, les contributions des fréquences au-delà d'une certaine limite  $f_{max}$  sont négligeables devant les autres. On peut donc écrire en partant de la Transformée de Fourier inverse:

$$x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} X(v) e^{+j 2\pi vt} dv \approx \int_{-f_{max}}^{+f_{max}} X(v) e^{+j 2\pi vt} dv$$

Tout se passe comme si  $x$  était une somme (l'intégrale) d'une infinité de sinusoides de fréquences  $v$  et d'amplitudes  $X(v)$ , ces fréquences variant jusqu'à  $f_{max}$ . Pour assurer la reconstruction de  $x$  après un échantillonnage, il suffit d'assurer la reconstruction de toutes ses composantes fréquentielles, et pour cela d'échantillonner à une fréquence telle que même la sinusoïde de plus haute fréquence sera reconstruite correctement. On en déduit le *théorème de Shannon* : **Si  $x$  est un signal à support fréquentiel limité à**

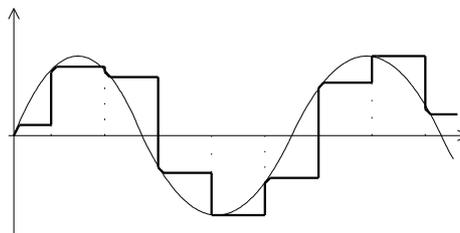
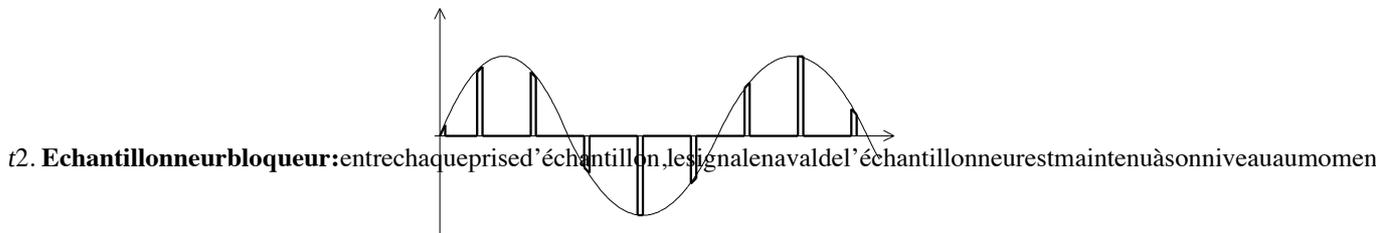
ses échantillons pris à la fréquence  $f_e$  si  $f_e$  vérifie  $f_e \geq 2f_{max}$ , alors  $x$  peut être entièrement reconstruit à partir de

### 5.4.2 Les échantillonneurs

L'échantillonneur est un composant essentiel destiné à relier le ((monde analogique

)) au ((monde numérique )) Il prend en entrée un signal analogique, et est branché en sortie sur un système numérique de traitement de données via un convertisseur analogique/numérique (cf. paragraphe 5.4.3). On distingue deux types de circuits échantillonneurs:

1. **Echantillonneur simple:** entre chaque prise d'échantillon, le signal en aval de l'échantillonneur revient à 0:



### 5.4.3 Convertisseur analogique/numérique (CAN)

#### 5.4.3.1 Généralités

Un convertisseur analogique/numérique<sup>5.18</sup>, comme son nom l'indique, convertit un signal analogique en un signal numérique. Il est à noter qu'on perd de la précision dans l'opération : alors qu'en analogique on peut espérer avoir une précision infinie, en numérique on est limité par le *pas de l'échantillonnage*. En règle générale, on aura à établir un compromis entre la précision désirée et la rapidité de conversion.

Un CAN aura une sortie série ou parallèle. Il sera nécessairement composé:

- d'une horloge, car les bits à la sortie du composant auront une durée déterminée;
- de signaux de contrôle (début de conversion, fin de conversion, enable, reset...) pour lui permettre de dialoguer avec le système numérique situé en aval;
- d'un système (( producteur de bits )): registre, compteur ou simple circuit de logique combinatoire.

#### 5.4.3.2 Les caractéristiques d'un CAN

Un CAN sera caractérisé par: - sa *résolution*, définie comme étant la plus petite variation de l'entrée;

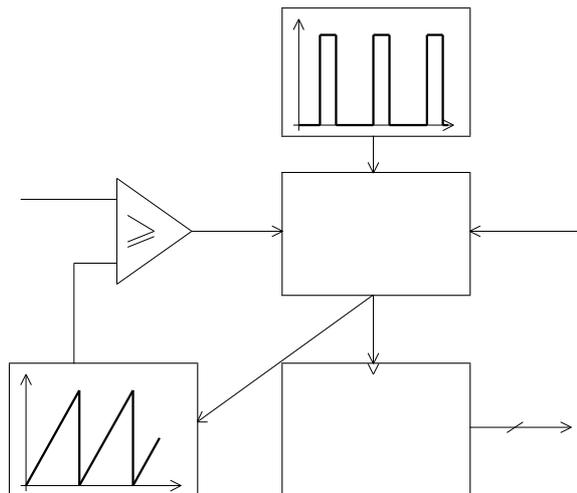
- son *temps de conversion*;

#### 5.4.3.3 Quelques CAN

##### 1. Convertisseurs à comptage d'impulsions: - Convertisseurs à rampe:

L'idée est de convertir un signal analogique en un signal numérique en comptant le nombre d'impulsions d'une rampe de tension qui croise le signal d'entrée.

Le schéma de principe est le suivant:



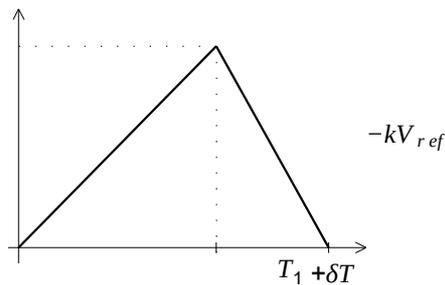
générateur d'impulsions au compteur, sur l'entrée d'horloge de celui-ci. Le compteur s'incrémente donc. Quand la tension de sortie du générateur de rampe devient supérieure à la tension à convertir, la sortie du comparateur change d'état, ce qui entraîne le blocage de la sortie de la logique de commande vers le compteur : celui-ci ne reçoit plus son horloge, et son état est fixé, jusqu'aux mises à zéro préalables à toute nouvelle conversion.

Ce convertisseur très simple est cependant lent et sensible au bruit (des fluctuations sur la sortie du générateur de rampes peuvent entraîner des erreurs de conversion).

On peut introduire un convertisseur à double rampe. Le principe est alors d'intégrer la tension à convertir  $V_{in}$  pendant une durée déterminée, ce qui produit un signal linéaire, pendant cette durée, dont la pente est proportionnelle à  $V_{in}$ . On commut alors l'entrée de l'intégrateur sur une tension de référence  $V_{ref}$ , de signe opposé à  $V_{in}$ , jusqu'à ce que le signal revienne à zéro. On a donc produit un signal composé de deux rampes: - une rampe de durée fixe et de pente proportionnelle à

$$V_{in} ;$$

- une rampe de pente fixe, de signe opposé et de durée proportionnelle à la valeur atteinte à la fin de la rampe précédente.  $T_1 k V_{in} T_1$  pente  $+k V_{in}$  pente

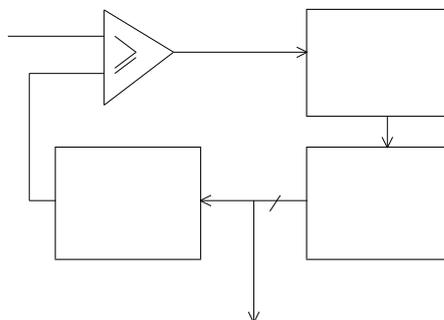


Il suffit de mesurer le temps de retour au zéro  $\delta T$  pour avoir une mesure proportionnelle à  $V_{in} : \delta T = \frac{T_1 k V_{in}}{k V_{ref}}$ . Ce convertisseur est peu coûteux, remarquablement insensible au bruit, mais est très lent ce qui le rend inadapté à l'acquisition rapide de données. En revanche, ce principe de fonctionnement est utilisable pour des appareils de mesure. - *Convertisseurs tension/fréquence*: Un convertisseur tension/fréquence ou VCO

délivre des impulsions

à une fréquence proportionnelle à sa tension d'entrée. Il suffit alors d'utiliser cette sortie comme signal d'horloge d'un compteur. Le nombre de changements d'état de ce dernier en un temps déterminé est proportionnel à la tension d'entrée. Ce convertisseur est simple car il nécessite peu de composants, et peu sensible au bruit car les variations rapides de la tension d'entrée n'ont que peu d'influence sur le nombre d'impulsions comptées ; mais il est peu précis car il est difficile de réaliser un VCO de précision meilleure

que 1%. 2. **Autres types de convertisseurs**: - *Convertisseur à approximations successives*: CNA Logique de commande  $V_{in}$  Register



si  $V_{CNA} < V_{in}$ , 0 sinon.

Registre	CNA	Comparateur	Actions
0000	0V	1	bit suivant
1000	5V	0	remise à zéro, bit suivant
0100	2,5V	1	bit suivant
0110	3,75V	0	remise à zéro, bit suivant
0101	3,125V	0	remise à zéro, fin conversion
0100	2,5V	1	état final

Ce convertisseur est rapide, et surtout son temps de conversion est constant, au contraire des convertisseurs à rampe. Il est cependant complexe et très sensible au bruit (un pic transitoire à 3,2V dans l'exemple précédent entre les étapes 4 et 5 aurait entraîné une sortie à 0101 au lieu de 0100).

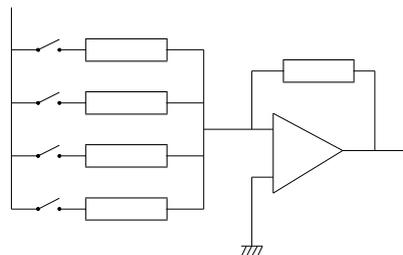
- *Convertisseur flash*: On compare la tension  $V_{in}$  à  $n$  tensions de référence *simultanément*. Par exemple, si on a à réaliser un convertisseur 3 bits avec une pleine échelle de 4V (d'où un pas d'échantillonnage de  $4/2^3 = 0.5V$ ), on comparera les tensions en entrées à toutes les tensions comprises entre 0 et 4V par pas de 0,5V : 0, 0,5, 1, 1,5, 2, 2,5, 3, 3,5, 4V. La sortie du convertisseur est simplement la réunion des sorties des comparateurs. Ce convertisseur est très rapide, mais il nécessite un bon nombre de composants.

**5.4.4 Convertisseur numérique/analogique (CNA) 5.4.4.1 Généralités** Sion veut pouvoir utiliser les capacités de calcul des ordinateurs

faut avoir à disposition des systèmes capables d'assurer la traduction des sorties numériques de circuits logiques en signaux utilisables par ces machines. C'est le rôle des convertisseurs numériques/analogiques.

On distingue deux problèmes: - le choix du code binaire: un CNA conçu pour fonctionner avec en entrée un code binaire naturel, par ex

ne pour pas être utilisés, il reçoit en entrée un code binaire réfléchi; - le temps de conversion devra être adapté aux besoins. **5.4.4.2 Un exemple de CNA**



### 5.4.4.3 Applications des CNA

On les trouve à chaque fois qu'il s'agit de reconstituer un signal à partir de valeurs numériques: lecteur CD, oscilloscope numérique, etc. Les CNA sont également utilisés dans certains convertisseurs analogique/numérique (cf. paragraphe 5.4.3.3), et aussi évidemment dans les asservissements numériques.

---

## Ce qu'il faut retenir

- Le théorème de Shannon ( $f_e \geq 2f_{max}$ );
  - La différence entre un échantillonneur et un échantillonneur-bloqueur;
  - Les fonctions d'un CAN et d'un CNA;
-

# Chapitre 6 Transmission de l'information

## 6.1 Généralités

### 6.1.1 Quelques dates

- On peut dire que l'étude (raisonnée) de la manière dont l'information est transmise a débuté au 19<sup>ème</sup> siècle.
- **1831**: découverte de l'induction par Faraday (production d'effets électriques à distance sans liaison galvanique);
  - **1887**: mise en évidence par Hertz de la propagation des ondes électromagnétiques;
  - **1901**: première liaison transatlantique par Marconi et début de la radio;
  - **années 60**: premiers satellites défilants et géostationnaires.

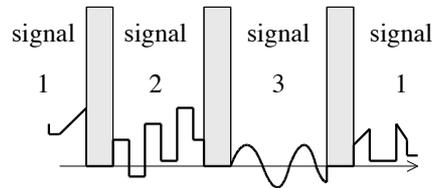
### 6.1.2 Nécessité d'un conditionnement de l'information

On a vu qu'un signal transmis sur une ligne peut être affecté par des perturbations extérieures (bruit) et que ces perturbations peuvent être de nature électromagnétique (ondes radio) ou acoustique (vibrations mécaniques).

### 6.1.3 Transportssimultanés des informations

Il faut parfois transporter plusieurs signaux à la fois. Il est alors nécessaire de pouvoir bien les séparer à la réception. Ce but est atteint en délimitant précisément le ((support )) de chaque signal:

- par multiplexage temporel: si on doit transmettre trois signaux par exemple, on transmet un échantillon du signal 1, puis un échantillon du signal 2, enfin du signal 3, pour revenir ensuite au signal 1, etc.:



On se réserve un intervalle de temps de sécurité entre chaque transmission de signal.

- par (( découpage fréquentiel )): supposons par exemple qu'un signal  $x_1$  ait un spectre compris entre  $f_{11}$  et  $f_{12}$ , et qu'un signal  $x_2$  ait un spectre compris entre  $f_{21}$  et  $f_{22}$ , avec  $f_{11} < f_{12} < f_{21} < f_{22}$ . On peut transmettre *simultanément* les deux signaux en les additionnant. A la réception, il suffit de connaître les bandes de fréquence où sont respectivement contenus  $x_1$  et  $x_2$  pour extraire ces deux signaux par filtrages passe-bande.

### 6.1.4 Introduction sur les modulations L'idée générale des modulations est de mélanger le signal électrique contenant l'inform

dit *modulant*, tel que le signal modulé que l'on obtient en sortie contienne encore l'information sous une forme ou une autre, et se propage (( bien)). Prenons pour simplifier un signal modulant sinusoïdal de la forme  $a(t) = a_0 \cos(\omega t + \varphi_0) = a_0 \cos[\varphi$

## 6.2 Emission d'informations

### 6.2.1 Modulation d'amplitude

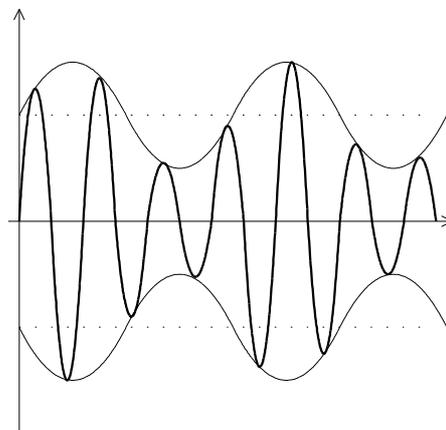
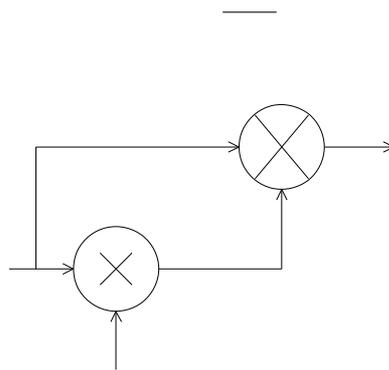
**6.2.1.1 Introduction** Beaucoup d'information transitent par des ondes électromagnétiques. Mais certaines fréquences ne sont pas cor-

rectement transmises dans l'atmosphère. Par ailleurs il existe parfois des contraintes légales<sup>6.1</sup> ((encombrement spectral)) : certaines bandes de fréquence sont interdites. Une des méthodes trouvées pour décaler en fréquence un signal que l'on veut transmettre par voie hertzienne est la *modulation d'amplitude* : il s'agit de modifier l'amplitude d'un signal de fréquence  $f$  donnée, que l'on veut transmettre, par un signal de *plus basse fréquence*<sup>6.1</sup>.

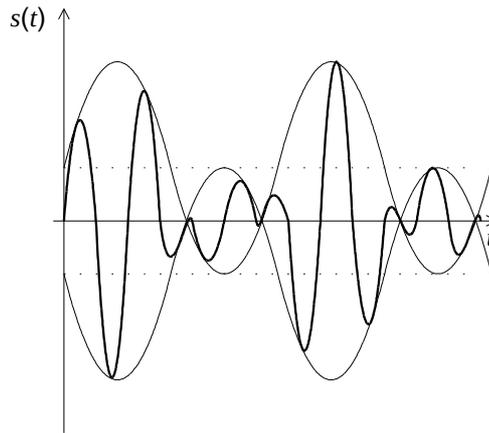
**6.2.1.2 Modulation à porteuse conservée** On considère un signal à transmettre  $m(t)$ , appelé *modulant*, et un signal

$$p(t) = A_p \sin \omega_p t, \text{ appelé } \textit{porteuse}.$$

1. **Aspect temporel** La modulation à porteuse conservée consiste à construire le signal  $s(t) = A_p [1 + k m(t)] \sin \omega_p t$ . L'opération précédente s



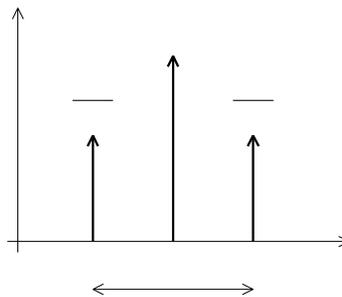
-de ((surmodulation)) si  $\beta > 1$  : exemple avec  $\beta = 2$  et un modulant  $m(t) = A_m \sin \omega_m t$  :



2. **Aspect fréquentiel** Considérons un exemple simple où porteuse et modulant sont des signaux sinusoïdaux :

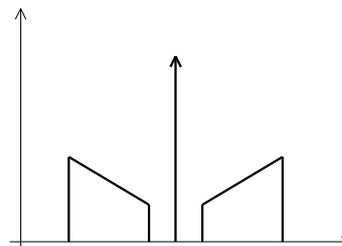
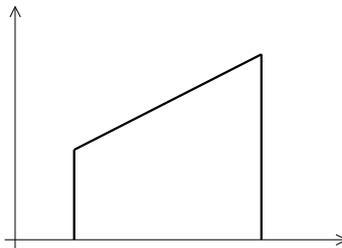
$m(t) = A_m \sin \omega_m t$ . Il est facile de montrer en utilisant la relation  $\cos a \cos b = [\cos(a + b) + \cos(a - b)]/2$  que :  $s(t) = A_p \cos \omega_p t + \beta A_p/2 [\cos(\omega_m + \omega_p)t + \cos(\omega_m - \omega_p)t]$

Le spectre de  $s$  est donc le suivant :  $f_p - f_m, f_p, f_p + f_m$  En pratique, on choisit  $f_m \ll f_p$  ; la composante à  $f_p - f_m$



à  $f_p + f_m$  onde latérale supérieure. Remarque : en général, le modulant peut avoir un certain (( encombement spectral )), ou

entre deux fréquences  $f_1$  et  $f_2$ , encombement que l'on représente par le schéma ci-dessous :  $f_1, f_2, S(f)$  Cela se traduit par un

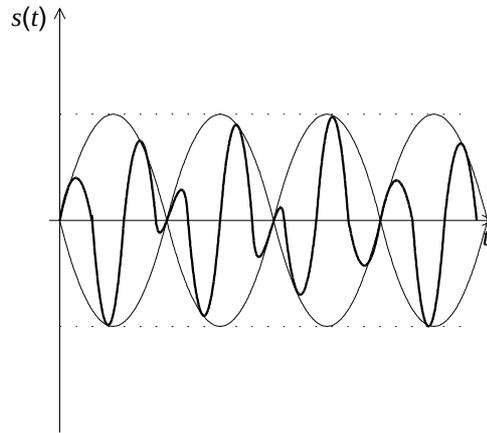


**6.2.1.3 Modulation à porteuse supprimée**

On construit cette fois-ci le signal  $s(t) = A_p m(t) \sin \omega_p t$ . On ne peut plus alors définir d'indice de modulation.

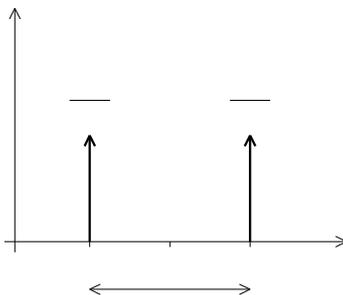
**1. Aspect temporel** Par exemple, avec un modulant

$m(t) = A_m \sin \omega_m t$  on obtient:



**2. Aspect spectral** On a cette fois-ci:  $s(t) = A_p A_m 2 [\cos(\omega_m + \omega_p)t + \cos(\omega_m - \omega_p)t]$

Cela se traduit par un spectre de  $s$  de la forme suivante:  $f_p \pm f_m$  Bien qu'encore virtuellement présente, la porteuse est  $\varphi_i(t) = \varphi_0 + K_\varphi m(t)$ ;

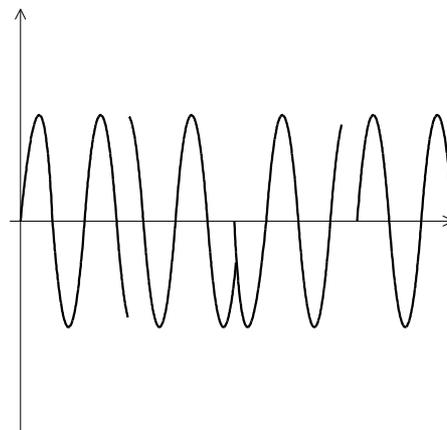
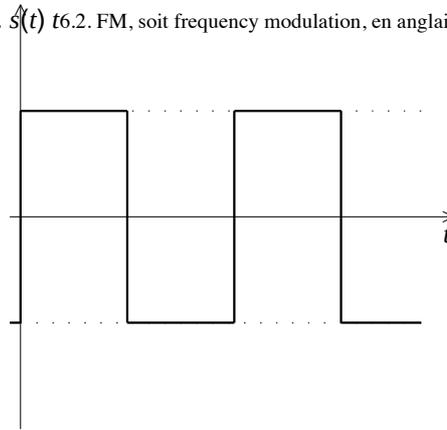


– la modulation de fréquence, où on réalise  $f_i(t) = f_0 + K_f m(t)$ .

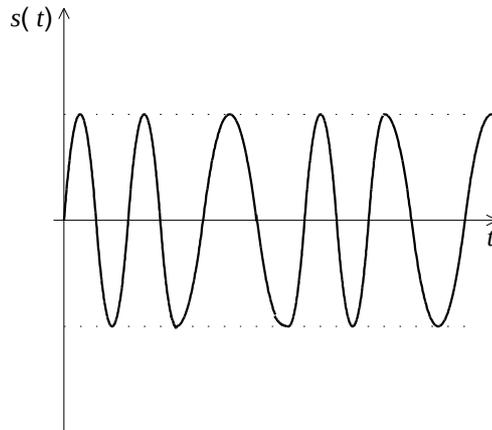
**6.2.2.2 Aspect temporel** Considérons par exemple un signal modulant

$m(t)$  carré:

$m(t)$  La modulation de phase donnera...  $s(t)$  6.2. FM, soit frequency modulation, en anglais.



... et la modulation de fréquence:



**6.2.2.3 Aspect fréquentiel de la modulation de fréquence** Dans le cas d'une modulation de fréquence, quand  $m(t)$  est un signal sinusoïdal

$A_m \cos \omega_m t$ , on montre que le

spectre de  $s$  est un (( spectre de raies )): on ne trouve du signal qu'aux fréquences  $f_0 \pm n f_m$ , où  $n$  est un entier naturel.

D'autre part, si on pose  $\delta f = K_f f_m$  ( $\delta f$  est l'(( excursion en fréquences ))), on montre que la *bande utile*  $B$  de signal, c'est-à-dire la portion de  $s$  qu'il suffit de garder par filtrage pour reconstituer  $m$  dans de bonnes conditions, vaut:

$B \approx 2(\delta f + f_m)$  (règle de Carson). On distingue alors deux cas selon la valeur du rapport  $\beta = \delta f / f_m$ : -  $\beta < 1$ : alors  $B \approx 2f_m$ , et on se rapproche du cas

### 6.3.1 Démodulation d'amplitude

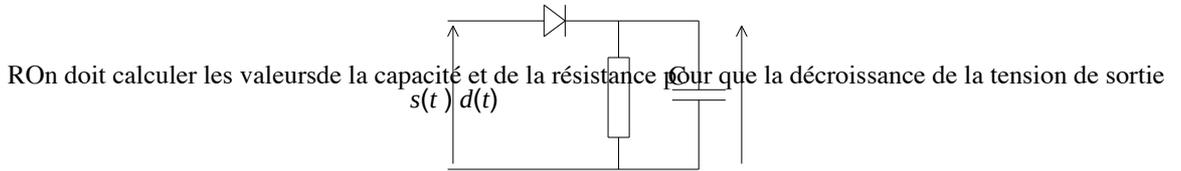
On supposera dans ce paragraphe que la porteuse est de la forme  $p(t) = A_p \sin \omega_p t$ , et que le signal modulé est:

- de la forme  $s(t) = A_p [1 + \frac{k}{A_p} m(t)] \sin \omega_p t$  dans le cas d'une transmission à porteuse conservée;
- de la forme  $s(t) = A_p k m(t) \sin \omega_p t$  dans le cas d'une transmission à porteuse supprimée.

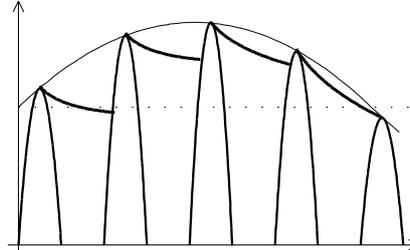
Si plus le signal modulant  $m(t)$  est sinusoïdal, de la forme  $A_m \sin \omega_m t$ , on rappelle que l'indice de modulation  $\beta$  vaut  $\beta = \frac{k A_m}{A_p}$ . **6.3.1.1 Démodulation incohérente** Ce type de démodulation est réservé à la transmission par porteuse conservée,

avec un indice de modulation inférieur à 1. **Détection d'enveloppe:** c'est le plus simple montage démodulateur. Il suffit de câbler le schéma suivant

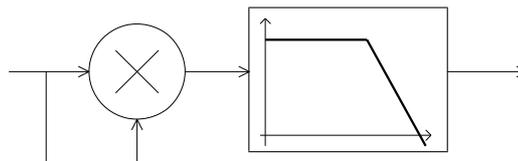
6.3 :



entre deux maxima locaux permet de (( accrocher )) la partie ascendante suivante de la sinusoïde du modulant:



En fait, on peut montrer que la détection d'enveloppe est efficace si l'on respecte les conditions suivantes:  $\omega_p RC \gg 1 - \beta^2 \omega_m^2$ .

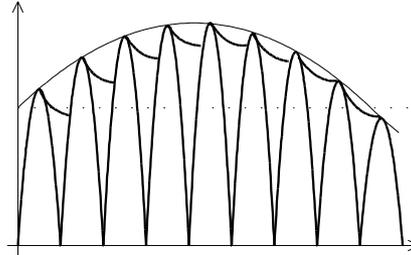


Si  $m(t)$  est faible, autrement dit si l'indice de modulation est petit, alors  $k^2 m(t)^2 \ll k m(t)$  et après filtrage on obtient

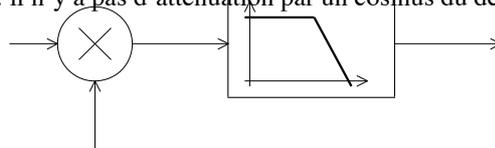
$$d(t) \approx \frac{\alpha_2 A_p^2}{2} [1 + 2 k m(t)]$$

On retrouve donc le signal modulant  $m(t)$ .

– *la détection par redressement*. On ((redresse)) le signal à démoduler en prenant la valeur absolue, puis on filtre par un filtre passe-bas. Le principe est le même que dans le cas de la détection d'enveloppe, mais cette fois-ci le fait de prendre la valeur absolue du signal modulé permet de garder toutes les arches de sinusoides: **6.3.1.2 Détection synchrone** On peut utiliser une méthode de détection synchrone quand la porteuse est conservée ou non.



1. **La porteuse est disponible** : soit par filtrage passe-bande sélectif quand la porteuse est conservée, soit en utilisant un oscillateur local produisant un signal de fréquence exactement égale à celle de la porteuse à un déphasage près  $\varphi$  (les deux options sont difficiles), ou bien encore simplement en transmettant la porteuse en parallèle du signal. Si la porteuse  $p(t)$  est disponible, sans déphasage résiduel par rapport à l'émission, alors il suffit de la multiplier par le signal à démoduler, puis d'appliquer un filtre passe-bas pour obtenir le signal modulant. Si elle est disponible à un déphasage  $\varphi$  près, on montre que le signal démodulé  $d(t)$  obtenu après filtrage est multiplié par  $\cos\varphi$ , ce qui dégrade la restitution du signal modulant.  $s(t) = A_p [1 + k_a m(t)] \sin\omega_p t$ , si on multiplie par  $p_1(t) = A_p \sin\omega_p t$  porteuse, et surtout *en phase* avec elle: il n'y a pas d'atténuation par un cosinus du déphasage. **6.3.2 Démodulation angulaire** La méthode



en effet un signal démodulé de la forme  $d(t) = d_0 + d(t) = K [f_0 + K_f m(t)]$ . Un filtrage passe-haut, ou passe-bande suffira.

- pour une modulation de phase, on utilise le fait que la fréquence instantanée est la dérivée de la phase instantanée (cf. paragraphe 6.2.2.1). Il suffit alors d' *intégrer* le signal issu du convertisseur fréquence-tension.

---

### Ce qu'il faut retenir

- La différence entre démodulation incohérente et détection synchrone;
  - La détection d'enveloppe qui est le plus simple démodulateur d'amplitude;
  - L'utilisation d'un convertisseur fréquence-tension pour les démodulations angulaires.
-

# Chapitre 7 Notions d'électrotechnique

## 7.1 Le transformateur monophasé

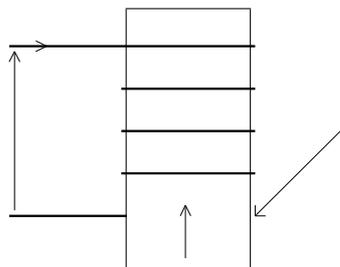
### 7.1.1 Description, principe

#### 7.1.1.1 Nécessité du transformateur

ou 380V) pour des raisons de sécurité et de commodité d'emploi. Le transport de cette énergie, en revanche, se fait sous tension élevée, afin

minimiser les pertes par effet Joule le long de la ligne. Ces deux exigences contradictoires rendent nécessaire une machine capable de modifier

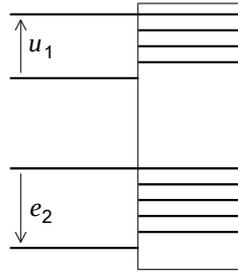
de l'énergie électrique tout en consommant le moins possible. **7.1.1.2 Principe du transformateur statique 1. Induction:** lorsque l'on fait idéal: à la distance  $r$  d'un fil électrique infini parcouru par un courant  $I$ , le champ magnétique créé est (( orthoradial )), c'est-à-dire perpendiculaire au fil, et vaut  $B(r) = \mu_0 I / 2\pi r$ . 11



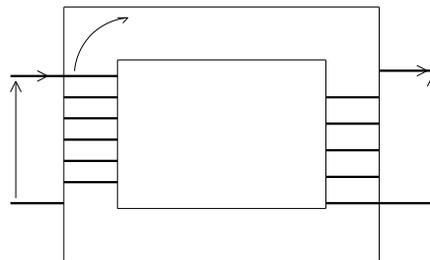
convention récepteur (cf. paragraphe 2.1.2.4). Dans un cas simple,  $u$  s'exprime en fonction de  $i$  par  $u = ri + L \frac{di}{dt}$ , où  $r$  désigne la résistance de la bobine et  $L$  son inductance propre. Dans un transformateur, les bobines vérifient  $u = ri \pm n \frac{d\varphi}{dt}$  (le signe exact dépend du sens d'enroulement du bobinage), où  $\varphi$  désigne le flux du champ magnétique dans le noyau et  $n$  le nombre de spires. Une bobine peut donc fonctionner en deux modes:

- *mode récepteur* quand la tension  $u$  est imposée de l'extérieur, par un générateur par exemple. Le flux est alors entièrement déterminé, contraint par  $u$  ;
- *mode émetteur* quand c'est le flux qui est directement imposé par l'expérimentateur: ses variations déterminent alors la tension de sortie.

3. **Transformateur statique:** si on dispose un second bobinage composé de  $n_2$  spires sur le même circuit magnétique, il sera siège d'une force électromotrice  $e_2 = -n_2 \frac{d\varphi}{dt}$  et sera en mesure d'alimenter une impédance quelconque sous une différence de potentiel fixée arbitrairement par le choix de  $n_2$ .



Un transformateur statique se compose donc d'un circuit magnétique sur lequel sont bobinés deux enroulements distincts. **7.1.2 Les équations du transformateur** **7.1.2.1 Conventions algébriques** Le seul choix arbitraire est celui de la pile électrique, générateur de tensions sinusoïdale, bobine dans un champ magnétique variable, machine électrique, etc.). Une force *contre-électromotrice* (en abrégé *c.é.m.*)



L'un des bobinages, appelé *primaire*, voit sa tension (d'entrée) définie d'après la convention récepteur ; l'autre, appelé *secondaire*, voit sa tension définie d'après la convention générateur.

On note  $n_1$  et  $n_2$  le nombre de spires respectivement du primaire et du secondaire,  $R_1$  et  $R_2$  leurs résistances.

En appelant  $e_1$  et  $e_2$  les forces électromotrices induites dans le primaire et le secondaire, les lois des mailles dans les deux bobinages s'écrivent:

$$\begin{aligned} u_1 + e_1 &= R_1 i_1 \\ -u_2 + e_2 &= R_2 i_2 \end{aligned}$$

**7.1.2.2 Détermination des forces électromotrices induites**

Il est possible de montrer que si  $\phi$  désigne le flux passant à travers une spire (du primaire ou du secondaire), et respectivement  $l_1$  et  $l_2$  les inductances propres des bobinages primaire et secondaire, alors:

$$\begin{aligned} e_1 &= -n_1 \frac{d\phi}{dt} - l_1 \frac{di_1}{dt} \\ e_2 &= -n_2 \frac{d\phi}{dt} - l_2 \frac{di_2}{dt} \end{aligned}$$

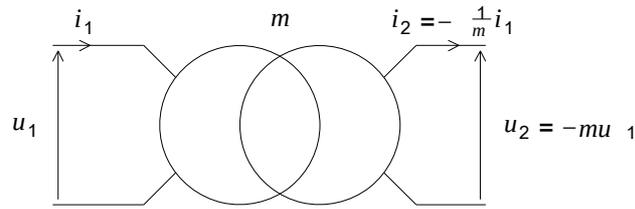
**7.1.2.3 Le transformateur parfait** On a à déterminer les valeurs de 4 variables :  $u_1, u_2, i_1$  et  $i_2$ . Pour ce faire, il nous faut 4 équations. On

deux avec 7.1.2.1 et 7.1.2.2. On peut y ajouter :  $n_1 i_1 + n_2 i_2 = R\phi$  est appelée *réductance* et est une caractéristique du transformateur (plus

la géométrie du transformateur). Il ne faut pas oublier non plus que le transformateur sera branché sur une ((charge)), et que donc il existera une relation supplémentaire entre  $u_2$  et  $i_2$  :  $f(u_2, i_2) = 0$  Dans le cas du transformateur parfait, on fait les approximations



On constate également que  $u_1 i_1 = u_2 i_2$  : le dispositif restitue intégralement au secondaire la puissance électrique qu'il reçoit au primaire. Le transformateur parfait est représenté par le schéma suivant :



Une propriété importante du transformateur parfait est le *transfert d'impédance* : par exemple, si  $u_2 = Z_2 i_2$ , alors

$$u_1 = -\frac{1}{m} u_2 = -\frac{1}{m} Z_2 i_2 = \frac{1}{m} Z_2 \frac{i_1}{m}$$

D'où

$$Z_1 = \frac{Z_2}{m^2} i_1$$

Une impédance  $Z_2$  au secondaire est équivalente à  $Z_2/m^2$  au primaire, et  $Z_1$  placée au primaire est équivalente à  $Z_1 m^2$  au secondaire. **Ce qu'il faut retenir** – Le transformateur est un moyen de transférer de la puissance en modifiant les

d'un réseau; – Les relations  $u_2 u_1 = i_2 i_1 = -m$  où  $m = -n_2 n_1$  est le *rapport de transformation*. **7.2 Systèmes triphasés 7.2.1**  
**3.7.5.** Dans un système non équilibré, les valeurs efficaces des différentes grandeurs sont différentes.

–  
 –  
 –

7.2.1.2 Systèmes direct, inverse et homopolaire

1.  $m= 1$ : **Système d'ordre 1**

$$\begin{cases} y_1(t) = Y \sqrt{2} \cos(\omega t - \varphi) \\ y_2(t) = Y \sqrt{2} \cos(\omega t - \frac{2\pi}{3} - \varphi) \\ y_3(t) = Y \sqrt{2} \cos(\omega t - \frac{4\pi}{3} - \varphi) \end{cases}$$

On associe à ces trois grandeurs les représentations complexes:

$$\begin{cases} Y_1(t) = Y \sqrt{2} e^{j(\omega t - \varphi)} \\ Y_2(t) = Y \sqrt{2} e^{j(\omega t - \varphi)} e^{-j\frac{2\pi}{3}} \\ Y_3(t) = Y \sqrt{2} e^{j(\omega t - \varphi)} e^{-j\frac{4\pi}{3}} \end{cases}$$

Dans la suite, on posera (classiquement)  $a = e^{+j\frac{2\pi}{3}}$ . On peut constater que

$$a^2 = e^{+j\frac{4\pi}{3}} \text{ et que } a^3 = 1$$

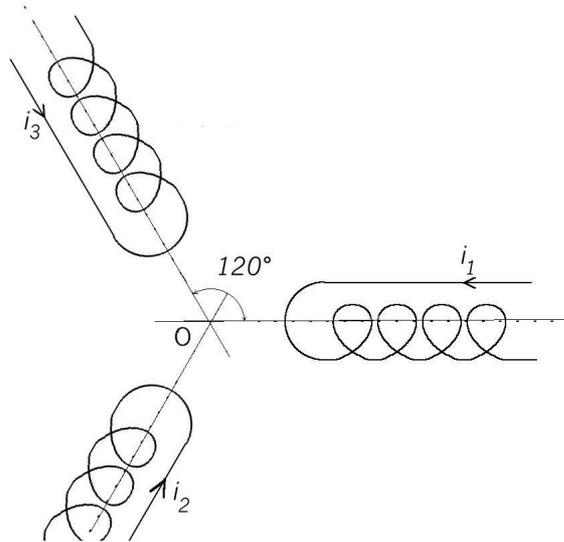
$a$ ,  $a^2$  et 1 sont les trois (racines cubiques de 1). On peut donc écrire:

$$\begin{cases} Y_1 = Y \\ Y_2 = a Y \\ Y_3 = a^2 Y \end{cases}$$

Ce système est appelé *système direct* : la troisième composante est en avance sur la deuxième, qui est en avance sur la première. **2.  $m= 2$ : Système d'ordre 2** On a cette fois-ci:  $y_1(t) = Y \sqrt{2} \cos(\omega t - \varphi)$ ,  $y_2(t) = Y \sqrt{2} \cos(\omega t - 2\pi/3 - \varphi)$ ,  $y_3(t) = Y \sqrt{2} \cos(\omega t - 4\pi/3 - \varphi)$ . **somme des grandeurs du système triphasé équilibré est nulle.** En effet, que le système soit direct ou inverse:  $Y_1 + Y_2 + Y_3 = Y_1(1 + a + a^2) = 0$



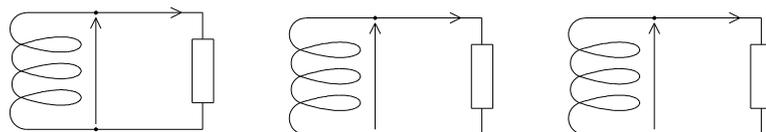
2. **L'utilisation de grandeurs sinusoïdales équilibrées permet la création de champs magnétiques tournants.**  
 On explicitera cette propriété plus loin, mais elle peut être considérée comme l'inverse de la façon d'obtenir des grandeurs triphasées (cf. théorème de Ferraris, paragraphe 7.3.1.2). Pour ce faire, supposons que l'on dispose de trois bobinages identiques, placés de telle manière que leurs axes de symétrie se coupent en un unique point, et décalés en position de  $2\pi/3$ . On place un aimant au point central.



La rotation de l'aimant central à la vitesse angulaire  $\omega$  produit dans ces trois bobinages des f.é.m. induites qui forment un système triphasé équilibré (à condition que le circuit magnétique et la forme des bobinages soient tels que les f.é.m. induites soient sinusoïdales).

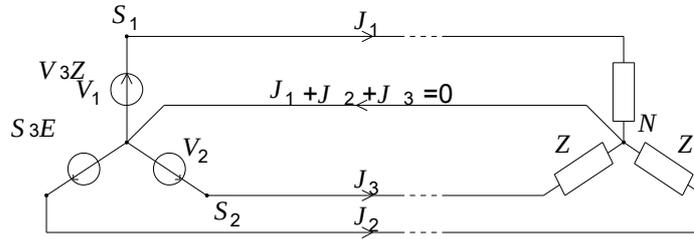
### 7.2.2 Associations étoile et triangle

#### 7.2.2.1 Position du problème



7.2.2.2 Association étoile

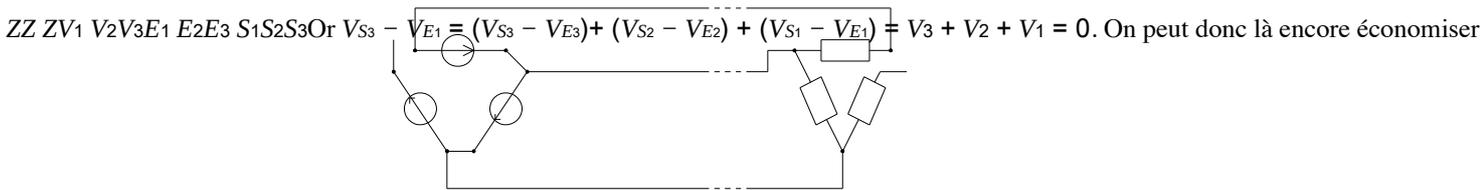
Elle est souvent notée Y ou \*. On peut imposer le même potentiel aux bornes  $E_i$ . Le montage devient alors:



Il apparaît que le quatrième conducteur, où circule le courant  $J_1 + J_2 + J_3 = 0$ , peut être supprimé. Lorsqu'il existe, ce conducteur est appelé *fil neutre*, mais il est important de retenir que dans le cas où le système est *équilibré*, les points E et N sont au même potentiel, qui est le potentiel du neutre, identique pour tous les (N) du même réseau, qu'ils soient explicitement reliés entre eux ou non.

7.2.2.3 Association triangle Elle est souvent notée D ou Δ. On peut attribuer à  $E_3$  le potentiel de  $S_2$ , p

$E_2$  le potentiel de  $S_1$  :



un quatrième fil conducteur, en reliant  $S_3$  et  $E_1$ , ainsi que les points correspondants dans le triangle formé par les impédances Z. **7.2.2.4 Bilan** Il apparaît que dans le cas d'un système triphasé équilibré, trois conducteurs suffisent pour distribuer l'énergie (é pour un système branché en triangle) conduit en fait normalement un courant nul dans le cas d'un système équilibré, et peut donc être éliminé.

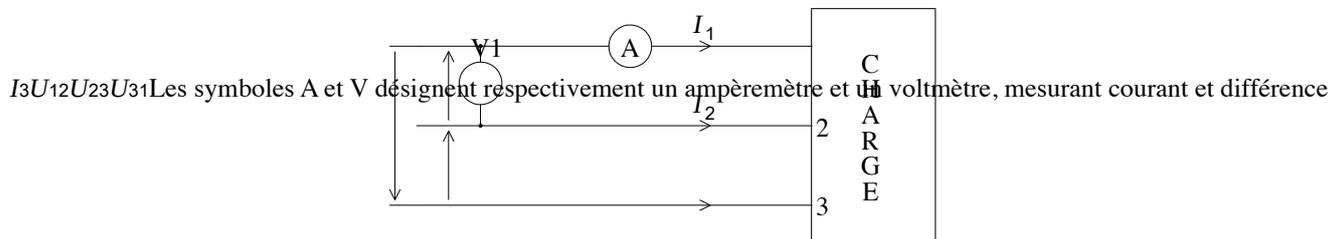
Par ailleurs, une prise électrique montre en général trois emplacements:

- deux phases prises parmi les trois;
- le neutre qui en France est relié à une terre prise *localement*, et qui permet de fournir la prise de terre aux appareils branchés.

### 7.2.3 Grandeurs de phase et grandeurs de ligne

**7.2.3.1 Définitions** Comme on l'a remarqué au paragraphe précédent, une ligne électrique triphasée ne laisse apparaître, souvent, que

trois conducteurs, et son fonctionnement est caractérisé par les grandeurs  $U$  et  $I$  que l'on peut mesurer:

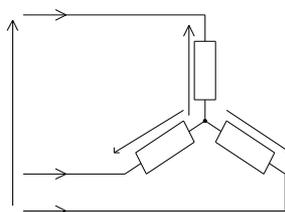


Les symboles A et V désignent respectivement un ampèremètre et un voltmètre, mesurant courant et différence



de potentiel. On appellera dans la suite du cours: -  $I$  la valeur efficace du courant de ligne; -  $U$  la valeur efficace de la tension de ligne.

Une ligne (ou un générateur) est constituée de trois dipôles identiques, associés en étoile ou en triangle. Chaque dipôle est parcouru par un courant  $J$  et supporte une différence de potentiel à ses bornes  $V$ . On appellera donc: -  $J$  la valeur efficace du courant de phase.



Les courants de ligne et de phase sont identiques:  $I = J$ . Par contre  $U$  et  $V$  sont différents:

$$U_{12}(t) = V_{1N}(t) - V_{2N}(t) = V_1(t) - V_2(t)$$

Si le système des tensions de phase est par exemple direct,  $V_2 = a^2 V_1$  d'où

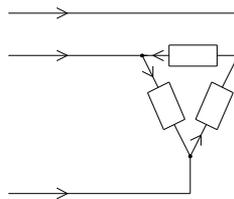
$$U_{12} = V_1(1 - a^2) = V_1 \left( 1 + \frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) = V_1 \left( 1 + j\sqrt{3} \right) = V_1 \sqrt{3} e^{j\frac{\pi}{6}}$$

On en déduit:  $U = \sqrt{3}V$ ; la tension de ligne est en avance de  $30^\circ$  sur la tension de phase.



Dans le cas de la distribution d'électricité domestique par EDF, la tension de phase vaut 220V entre chaque phase et le neutre, et on retrouve que la tension de ligne vaut  $220\sqrt{3} = 380V$ .

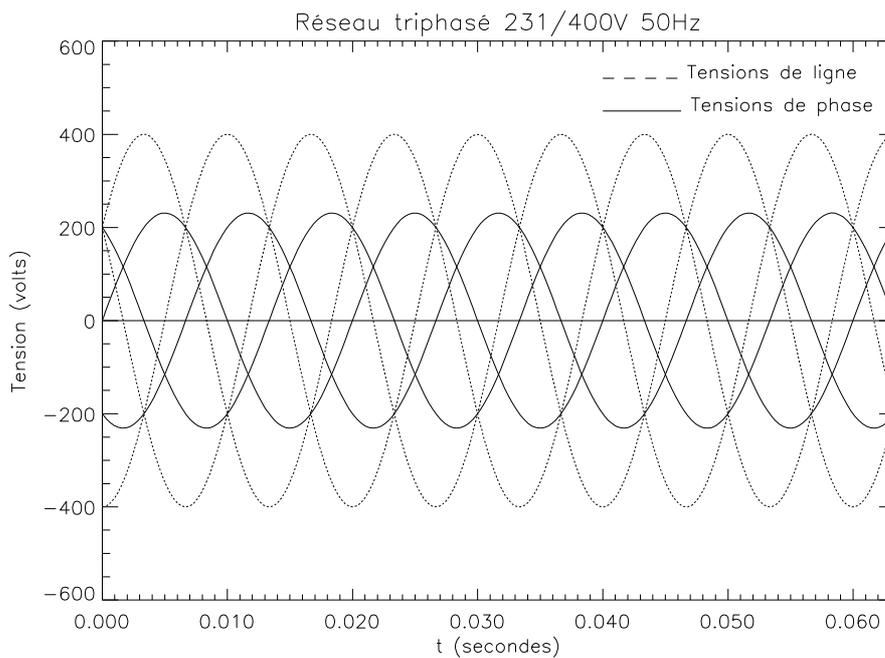
**7.2.3.3 Relations dans le montage triangle**  $I_1 I_2 I_3$   $J_{12} J_{23} J_{31}$   $Z_1 Z_2 Z_3$  Les tensions de ligne et de phase sont identiques:  $U = V$ . Par contre  $I$  et  $J$



appliquées au point I conduit à  $J_{12} = J_{31}$ . Si le système des courants est direct, alors  $J_{31} = a J_{12}$  d'où  $I_1 = \sqrt{3} J_{12} e^{-j\frac{\pi}{6}}$ .

On en déduit:  $I = \sqrt{3}J$ ; le courant de ligne est en retard de  $30^\circ$  sur le courant de phase. **7.2.3.4 Bilan** Pour un système triphasé équilibré: M



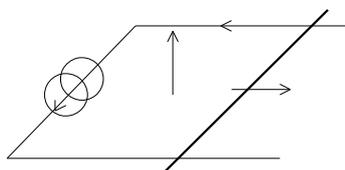




---

**Ce qu'il faut retenir** – Les définitions d'un système triphasé: direct, inverse, homopolaire; – Les associations étoile/triangle

– Ce qu'il y a dans une prise électrique (!): deux phases et un neutre relié à la terre. **7.3 Les machines électriques** **7.3.1 Gén**

---



On montre alors qu'il est soumis à une force (la force de Laplace) qui le met en mouvement selon la direction  $\vec{v}$  indiquée. Symétriquement,

quand un conducteur est en mouvement dans un champ magnétique  $\vec{B}$ , un courant dit *induit* circule.

**7.3.1.2 Le théorème de Ferraris.** Trois bobinages identiques, décalés dans l'espace de  $120^\circ$

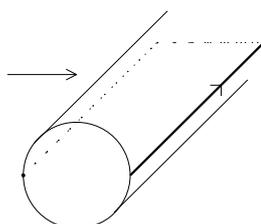
et sont alimentés par trois courants  $J_1, J_2, J_3$  qui forment un système triphasé équilibré (direct, par exemple). Chaque bobinage crée en O un champ de direction fixe et de mesure variable, que l'on peut représenter par:  $B_1(t) = B_{max} \cos(\omega t)$

$$\begin{aligned}
 B_1(t) &= B_{max} \cos(\omega t) \\
 B_2(t) &= B_{max} \cos(\omega t - \frac{2\pi}{3}) \\
 B_3(t) &= B_{max} \cos(\omega t - \frac{4\pi}{3})
 \end{aligned}$$

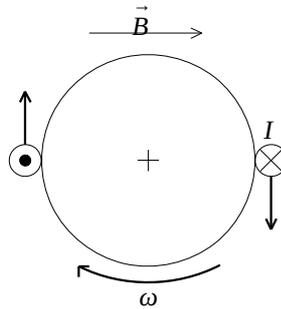
La somme de ces trois composantes est  $3B_{max} \cos(\omega t)$ , qui représente un vecteur de norme constante, tournant à la vitesse angulaire  $\omega$ . On en déduit le théorème: **Trois bobinages identiques, décalés régulièrement dans l'espace, et parcourus par des courants**

**équilibrés (par exemple directs), créent un champ tournant à la vitesse angulaire  $\omega$  (dans le sens direct), de norme constante égale à  $3B_{max}$ .** Ce champ est sur l'axe d'un bobinage lorsque le courant dans ce bobinage est

**maximum.** **7.3.2 La machine à courant continu (MCC)** **7.3.2.1 Principe de la machine** On considère maintenant un conducteur fais



Ce système peut se représenter de face comme suit, le sens positif de  $I$  étant donné par la convention rappelée ci-dessus<sup>7.8</sup> :



Le conducteur est soumis de part et d'autre de la pièce cylindrique à une force tangentielle. Ces deux forces opposées créent un couple qui fait tourner l'ensemble. Cependant, alimenter un tel conducteur en rotation est impossible sans dispositif spécial.

En quelques secondes, les balais se vrillent et cassent. Il faut donc imaginer un système de (récupération) du courant électrique, les *balais* ; l'ensemble des balais et des conducteurs formant le *collecteur*. Il s'agit de patins, frottant de part et d'autre du rotor<sup>7.9</sup>, et en contact successivement avec les différentes parties du bobinage :

Par symétrie, si on suppose maintenant que l'on place le même système dans un champ magnétique  $\vec{B}$ , et qu'on le fait tourner autour de son axe, le conducteur sera le siège d'un courant induit.

Dans le premier cas, le système fonctionne en *moteur* (on fournit de la puissance électrique par le courant  $I$ ) ; dans le second, il fonctionne en *générateur* (on fournit de la puissance mécanique en faisant tourner l'arbre).

**7.3.2.2 Réalisation** Dans la pratique, le champ  $\vec{B}$  est créé à partir de bobinages fixés sur une partie immobile, le *stator*,

appelé l'*inducteur*, et parcourus par un courant  $I_e$  continu<sup>7.10</sup>. Le conducteur placé sur la partie mobile, appelée le *rotor*, bobiné, forme l'*induit*<sup>7.11</sup>. En fonctionnement *générateur*, le *courant d'induit*, créé par le champ  $\vec{B}$ , est loin d'être constant dans

Pour améliorer la situation, on agit sur la forme de la partie entre le stator et le rotor, que l'on appelle l'*entrefer*, qui conditionne l'induction dirigée vers lui<sup>7.9</sup>. Le rotor est la partie tournante<sup>7.10</sup>. En électrotechnique, un courant est dit *alternatif* quand il est périodique et à moyenne nulle, et *continu*

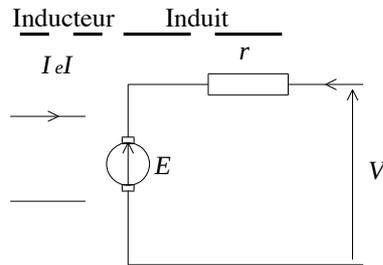
–  $C$  le couple sur l'arbre (ielapartie tournante, cylindrique, constituée notamment des accouplements des rotors des machines présentes)...

... on obtient:  $E = k\Phi\Omega$

et  $C = k\Phi I$

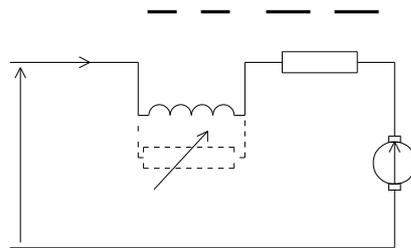
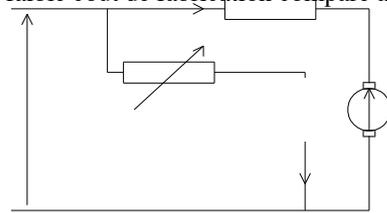
$k$  étant un coefficient de proportionnalité (le même dans les deux expressions).

On modélise alors la MCC par le schéma suivant,  $r$  désignant la résistance du bobinage de l'induit:



Les deux circuits (inducteur et induit) étant tous les deux alimentés en continu, on peut envisager de les alimenter avec un seul générateur, soit en parallèle, soit en série. **7.3.2.4 Excitation parallèle, excitation série** 1. **Excitation parallèle:** aussi appelée mach

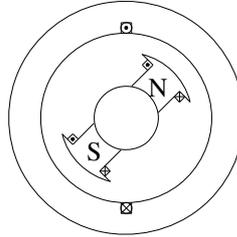
selon les schémas suivants:  $E, I_e, R_c, U, r$  Les courants  $I$  et  $I_e$  sont indépendants. Le rhéostat  $R_c$  permet de régler  $I_e$  et donc le flux dans l'inducteur. 2. **Exc** fonctionnement, son rendement chute. Son faible coût de fabrication comparé aux (( vraies )) machines alternatives la rend ce-pendant attra



### 7.3.3 La machine synchrone

On parle aussi d'alternateur.

Cette fois-ci, le rotor porte l'inducteur et le stator porte l'induit. Considérons le schéma suivant:



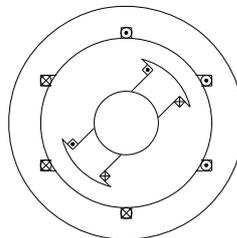
On a représenté sur ce schéma une situation où l'induit ne porte qu'une spire. L'inducteur (aimant permanent ou bobine alimentée par un courant continu  $I_e$ ) crée un champ d'induction magnétique dans l'entrefer, champ dont on a représenté sur le schéma précédent les pôles nord et sud. Un flux  $\Phi$  est donc lui aussi induit et son mouvement de rotation à la vitesse angulaire  $\omega$  crée dans la spire de l'induit une f.é.m (plus ou moins approximativement) sinusoïdale. On peut:— soit multiplier le nombre de spires dans chaque encoche de l'induit, et les placer en série: on augmente alors

l'intensité du courant induit recueilli;— soit créer d'autres paires d'encoches régulièrement réparties sur le stator. Si on utilise

réparties tous les  $120^\circ$ , on créera un système triphasé équilibré en courant, pour peu que ces trois bobinages alimentent des impédances de charge identiques. Symétriquement, si on alimente l'inducteur par un courant continu, et les bob

phasé équilibré, la machine fonctionnera en moteur. **7.3.4 La machine asynchrone** Reprenons le schéma précédent, et supposons

équilibré. NS Le champ tournant ainsi créé entre le stator et le rotor (cf. théorème de Ferraris, paragraphe 7.3.1.2) induit des courants



Cette combinaison de deux rotations entraîne que le courant approximativement sinusoïdal créé dans chacune des spires du rotor n'est pas synchrone avec le courant dans les spires du stator : ils n'ont pas la même fréquence, d'où le nom de machine *asynchrone*.

En résumé:– on alimente la machine par un système triphasé équilibré sur le stator;

– fonctionnement générateur:

– on fait tourner le rotor;– des courants induits apparaissent dans les spires du rotor, de fréquence différente de celle des courants du

stator.– fonctionnement moteur:– on alimente le rotor par un système triphasé équilibré de fréquence différente de celle présente au stator.

– le rotor tourne à une vitesse angulaire correspondant à la différence des pulsations de ces deux systèmes de courants;– si le système triphasé (( injecté )) au rotor a la même fréquence que celui du stator, le rotor est immobile.

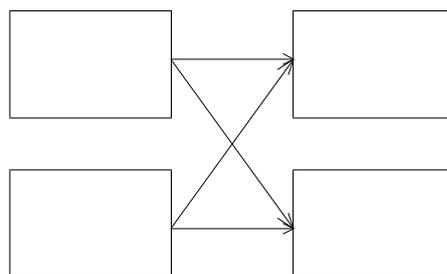
**Ce qu'il faut retenir**– Le théorème de Ferraris : trois bobinages, séparés de  $120^\circ$ , dans lesquels circulent

des courants formant un

système triphasé équilibré direct ou inverse créent un champ magnétique tournant;

– Les principes de fonctionnement des machines à courant continu, machines synchrones et machines asyn-

chrones.**7.4 Conversion d'énergie****7.4.1 Introduction**Le réseau de distribution électrique fournit un courant à 50Hz. Or on



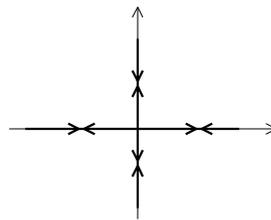
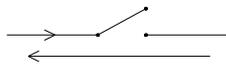
- 1: conversion continu/continu: changement de valeur(  $E_1 = E_2$  ) : hacheur;
- 2: conversion continu/alternatif: onduleur;
- 3: conversion alternatif/continu: redresseur;
- 4: on distingue:
  - changement de valeur efficace: gradateur;
  - changement de fréquence: cycloconvertisseur.

Ces cinq dispositifs sont des *convertisseurs statiques*. Nous nous limiterons à un survol de deux d'entre eux (redresseur et onduleur).

**7.4.2 Les interrupteurs** Un convertisseur statique est principalement constitué d'interrupteurs pour ((aiguiller)) le courant. Plutôt que des interrupteurs mécaniques, des relais, on préfère utiliser des interrupteurs électroniques, moins encombrants, rapidement maniables et résistants.

**7.4.2.1 Principe de fonctionnement** On classe les interrupteurs en utilisant un diagramme sur lequel le str

teur est *fermé* (on dit aussi *passant*), il laisse passer le courant et la tension à ses bornes est nulle ; lorsqu'il est *ouvert* (ou *bloqué*), il ne laisse passer aucun courant et la tension à ses bornes est non nulle. Un interrupteur idéal laisse passer tous les courants, positifs ou négatifs, lorsqu'il est fermé, et accepte toute tension à ses bornes quand il est ouvert. En notant  $i_k$  et  $v_k$  respectivement le courant qui le traverse et la tension à ses bornes, la caractéristique est la suivante:  $i_k v_k$ . Elle s'agit d'une commutation commandée, la commande se fait par l'envoi d'une impulsion sur une borne de l'interrupteur.



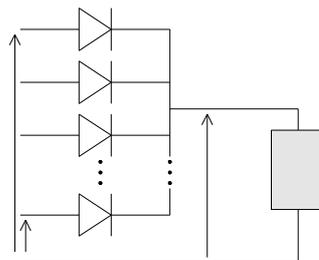
7.4.2 Les types d'interrupteurs

Dans le diagramme ci-dessous, l'envoi d'une commande se représente par un arc de cercle dans le quadrant correspondant. Blocage \Amorçage

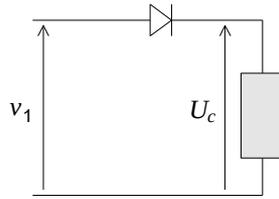
	spontané	commandé
spontané		<p style="text-align: center;">Thyristor</p>
commandé		<p style="text-align: center;">Transistor</p>

Le (( thyristor dual )) est un composant de synthèse, fabriqué à l'aide d'une diode et d'un transistor.

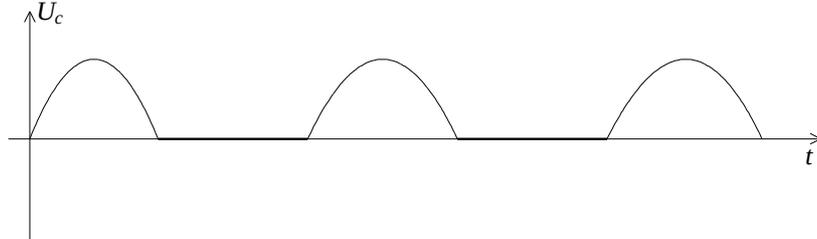
7.4.3 Le redressement 7.4.3.1 Montages à diodes 1. Montage demi-onde ou simple alternance: On s'intéresse au cas général à q phases



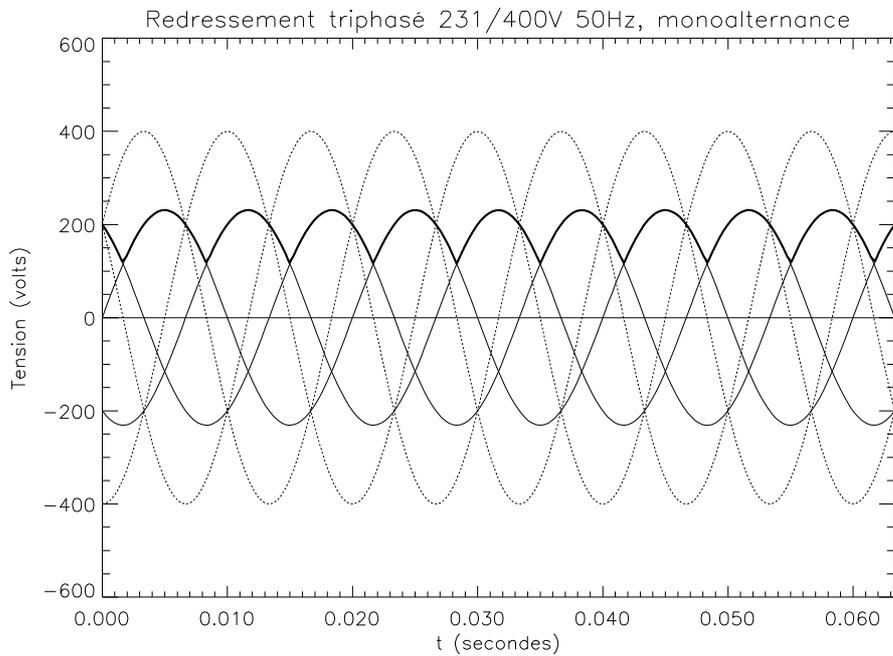
Pour une phase unique ( $q=1$ ), le schéma est le suivant:



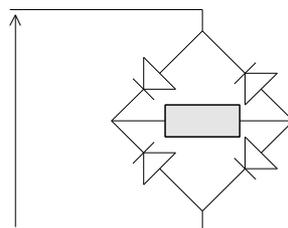
On obtient sur la charge la tension  $U_c$  :



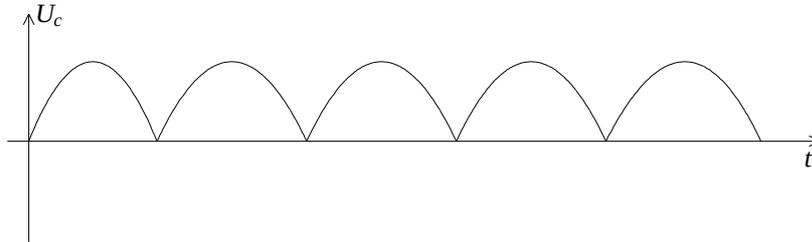
On trouvera ci-après un schéma pour un système triphasé.



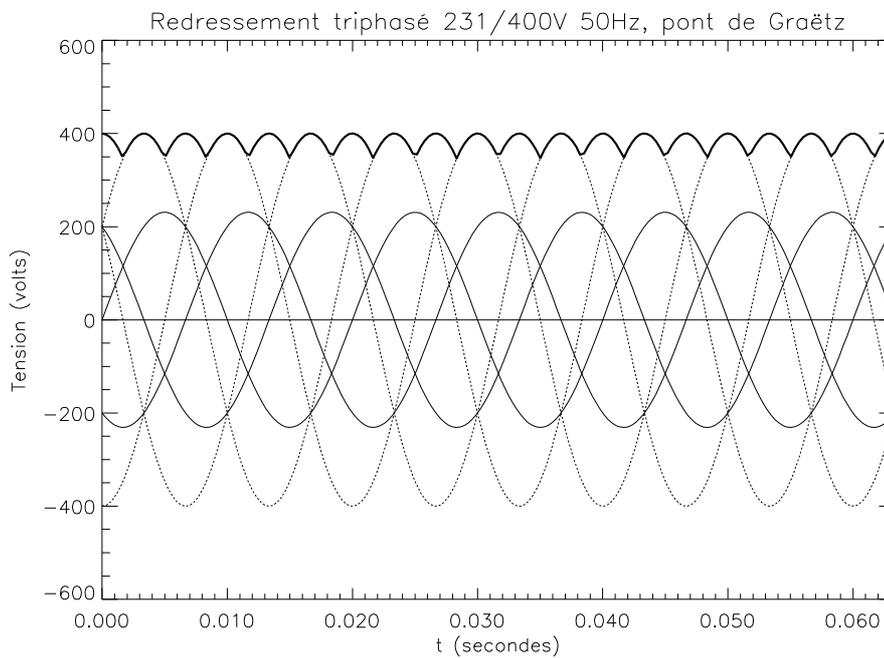
On montre que la valeur moyenne de la tension sur la charge vaut dans le cas général d'un système à  $q$  phases:  $\langle u_c \rangle = \frac{q\sqrt{2}V_m \sin(\pi/q)}{\pi}$  On pe



Il s'agit en fait de la combinaison de deux redresseurs demi-onde : un à cathode commune, dont le point commun est A (cf. le schéma donné en exemple de redresseur demi-onde), et un à anode commune, dont le point commun est B. La différence de potentiel aux bornes de la charge,  $V_A - V_B$ , se calcule en remarquant que  $V_A$  est donné par un montage à cathode commune, et  $V_B$  par un montage à anode commune. La tension redressée aux bornes de la charge est donc la suivante:



On trouvera ci-après un schéma pour un système triphasé.



On montre que la valeur moyenne de la tension sur la charge vaut dans le cas général d'un système à  $q$  phases:  $\langle u_c \rangle = 2qV \sqrt{2} \sin \frac{\pi q}{2}$  ex fonctionnant à partir du réseau EDF.

- - -

Dans le cas d'un montage à pont de Graëtz à thyristors, on montre que la valeur de la tension redressée vaut:

$$\langle u_c \rangle = 2 \frac{q}{\pi} V_m \sin \frac{\pi}{q} \cos \psi$$

Ce montage permet le réglage de la valeur de la tension redressée par l'intermédiaire du retard  $\psi$ .

**Remarque :** si l'angle  $\psi$  devient supérieur à  $\pi/2$ , la valeur moyenne de la tension redressée devient négative, ce qui se traduit par le fait que le transfert de puissance se fait de la charge continue au réseau alternatif. On parle alors d'*onduleur assisté par le réseau*. On effectue en fait l'opération inverse du redressement : voir paragraphe suivant.

#### 7.4.4 L'ondulation

##### 7.4.4.1 Généralités

Le principe est l'inverse de celui du redresseur: il s'agit cette fois-ci, à partir d'une source

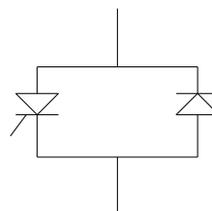
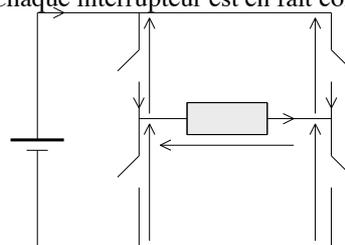
alternative, toujours en se servant d'interrupteurs. En règle générale, les ((formes d'onde)) (ie les formes des tensions de sortie) ne sont pas sinusoïdales, et il est nécessaire de les filtrer par un filtre passe-bas en aval.

##### 7.4.4.2 Exemple d'onduleur

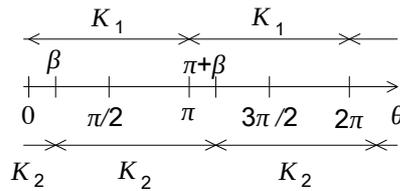
On va étudier un peu plus précisément l'*onduleur monophasé en pont*. 1. **Principe:** On actionne des

((complémentaires)): il est indispensable d'éviter de fermer  $K_1$  et  $K_2$  en même temps, par exemple, car dans ce cas on court-circuiterait la source continue, notée par la double barre sur la gauche du schéma:

Chaque interrupteur est en fait composé d'une diode et d'un thyristor placés en parallèle.



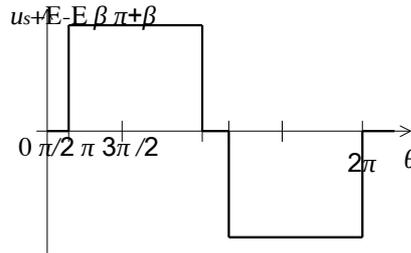
le reste du temps):



Quatre cas sont à examiner, cas qui vont se répéter sur chaque période:

- $0 < \theta < \beta$  :  $v_{K1} = v_{K2} = E$  donc  $u_s = 0$  ;
- $\beta < \theta < \pi$  :  $v_{K1} = v_{K2} = E$  donc  $u_s = E$  ;
- $\pi < \theta < \pi + \beta$  :  $v_{K1} = v_{K2} = E$  donc  $u_s = 0$  ;
- $\pi + \beta < \theta < 2\pi$  :  $v_{K1} = v_{K2} = E$  donc  $u_s = -E$  ;

On en déduit la forme d'onde suivante pour la tension  $u_s$  :



On peut régler l'angle de commande  $\beta$  de manière à ce que cette courbe se rapproche le plus d'une sinusoïde.

On dit que  $\beta$  permet de (( régler le taux d'harmoniques ))<sup>7.14</sup>. Comme dans le cas des redresseurs, il existe beaucoup de types d'onduleur

multiplier le nombre d'interrupteurs commandables peut améliorer la forme d'onde, et donc la facilité avec laquelle on peut filtrer le signal en aval pour le rendre plus (( sinusoïdal )). Evidemment, les améliorations se font au détriment de la simplicité et de la robustesse de la commande. Un type particulier d'onduleur est l'(( onduleur à modulation de largeur d'impulsions ))(ou onduleur à MLI). Pour améliorer le taux d'harmoniques, on choisit dans ce dernier cas d'agir plutôt sur la commande des interrupteurs que sur leur nombre... **Ce qu'il faut retenir** – Les types d'interrupteurs: diode, thyrist

## Annexe A

# Table de transformées de Fourier usuelles

**A.1 Définitions** Pour un signal à temps continu  $x(t)$ , tel que  $\int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt$  converge, on définit sa *transformée de Fourier*

par:  $X(\nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-j2\pi\nu t} dt$  ou avec  $\omega = 2\pi\nu$ :  $X(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-j\omega t} dt$  On définit également son *spectre* comme étant le module de  $X(\nu)$  <sup>A.1</sup>

---

## A.2 Table

Original	Image	Remarques
$\lambda x(t) + \mu y(t)$	$\lambda X(v) + \mu Y(v)$	
$x(t - t_0)e^{j2\pi v_0 t}$	$e^{-j2\pi v_0 t} X(v)$	Décalage en temps avec $t_0$ réel $>0$
$e^{j2\pi v_0 t} x(t)$	$X(v - v_0)$	Décalage en fréquence avec $v_0$ réel $>0$
$x(\lambda t)$	$X(v/\lambda)/\lambda$	Dilatation en temps avec $\lambda$ réel $>0$
$x(\lambda t)$	$X(v/\lambda)/\lambda$	$\lambda$ réel $<0$
$\frac{d}{dt} x(t)$	$j2\pi v X(v)$	Dérivation
$\int_{-\infty}^{\infty} x(t) dt$	$X(v)/j2\pi v$	Intégration
$x^*(t)$	$X^*(-v)$	Conjugaison complexe
$(x * y)(t)$	$X(v)Y(v)$	Convolution en temps
$x(t)y(t)$	$(X * Y)(v)$	Convolution en fréquence
$\delta(t)$	1	Impulsion de Dirac
$\cos 2\pi v_0 t$	$[\delta(v - v_0) + \delta(v + v_0)]/2$	$v_0$ réel
$\sin 2\pi v_0 t$	$[\delta(v - v_0) - \delta(v + v_0)]/2j$	$v_0$ réel
$e^{j2\pi v_0 t}$	$\delta(v - v_0)$	$v_0$ réel
$x(t) = 1$ si $ t  < t_0/2 = 0$ sinon	$\text{sinc}(vt_0)$	- Fonction porte - $\text{sinc}(x) = \sin(\pi x)/\pi x$

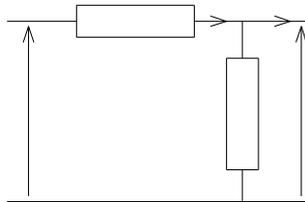
## Annexe B

# Quelques théorèmes généraux de

## l'électricité

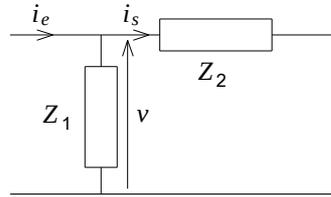
### B.1 Diviseur de tension, diviseur de courant

**B.1.1 Diviseur de tension** On considère la situation suivante:  $v_e$   $v_s$   $Z_1$   $Z_2$   $i_s = 0$  On a:  $v_e = (Z_1 + Z_2) i_v = Z_2 i$  On en déduit la



**B.1.2 Diviseur de courant**

On considère la situation suivante:



On a:

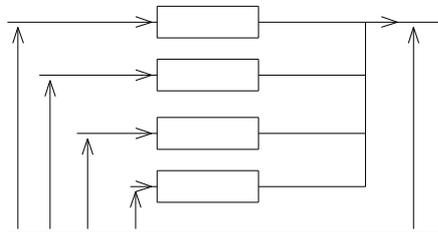
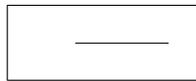
$$i_e = \frac{v}{Z_1} + i_s$$

$$i_s = \frac{v}{Z_2}$$

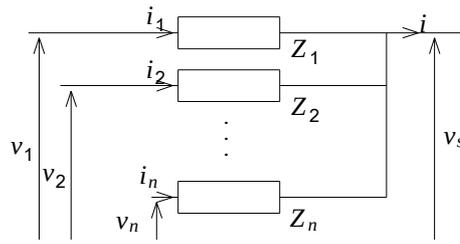
On en déduit la relation du *diviseur de courant*:  $i_s = \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} i_e$

**B.2 Théorème de Millman**

On considère la situation suivante:



En règle générale, si on considère le schéma suivant:



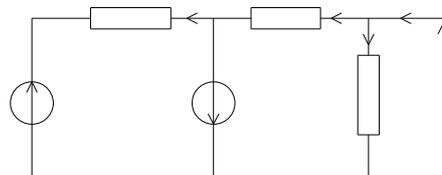
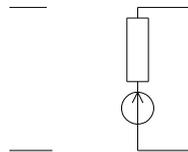
avec la condition supplémentaire  $i = 0$ , il vient:

$$v_s \sum_{k=1}^n \frac{1}{Z_k} = \sum_{k=1}^n \frac{v_k}{Z_k}$$

### B.3 Théorèmes de Thévenin et Norton

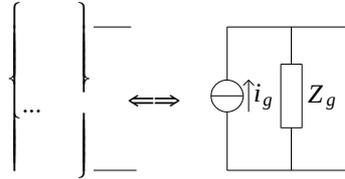
**B.3.1 Théorème de Thévenin** Toute association de dipôles linéaires, actifs ou non, peut se modéliser sous la forme de la mi-

source de tension et d'une impédance:  $\dots \iff Z_{th} e_g$  Par exemple, considérons le circuit suivant:



### B.3.2 Théorème de Norton

Toute association de dipôles linéaires, actifs ou non, peut se modéliser sous la forme de la mise en parallèle d'une source de courant et d'une impédance:



**B.3.3 Relation entre les deux théorèmes** On peut facilement passer d'une représentation à l'autre avec la relation aisément démontrable:

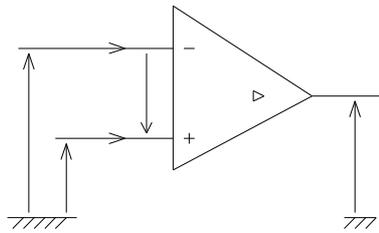
$$e_g = Z_g i_g.$$



## Annexe C

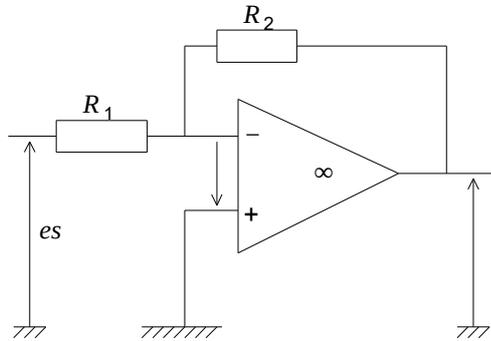
# L'Amplificateur Opérationnel (AO)

L'amplificateur opérationnel est un amplificateur de tension. Il peut fonctionner en deux modes : linéaire et non-linéaire. **C.1 L'AO idéal en fonctionnement linéaire** C.1.1 Représentation  $\infty$   $i_+$   $sV_+$   $V_-$  C.1.2 Caractéristiques

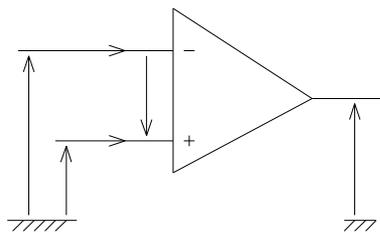
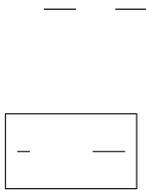


**C.1.3 Exemple: montage amplificateur**

Schéma du montage:



On a  $i_+ = i_- = 0$  A. En appliquant le théorème de Millman (cf. Annexe B, paragraphe B.2), comme  $V_+ = V_- = 0$  V, il vient:  $0 = eR_1 + sR_2D$  où:  $s = -R_2/R_1$



**C.2.3 Exemples: montage amplificateur**

Dans les trois cas, le montage est le même que celui du paragraphe C.1.3.

**C.2.3.1 Gain non infini**

On a  $i_+ = i_- = 0$ . En appliquant le théorème de Millman, il vient:

$$V_- = \frac{e}{R_1} + \frac{s}{R_2}$$

D'autre part  $V_+ = V_-$  et  $s = A_0 (V_+ - V_-)$ . On obtient donc:

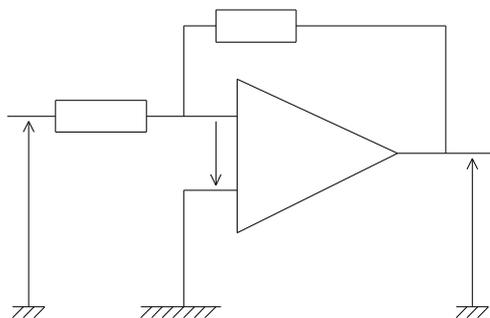
$$s = -A_0 \left( \frac{e}{R_1} + \frac{s}{R_2} \right)$$

D'où:  $se = -R$

$$\boxed{- \frac{2}{R_1} \frac{A_0}{A_0 + (1 + \frac{R_2}{R_1})}} \tag{C.1}$$

On vérifie que dans le cas où  $A_0 \rightarrow +\infty$ , on retrouve le cas du paragraphe C.1.3.

**C.2.3.2 Impédance d'entrée non infinie** Le schéma équivalent du montage est le suivant:  $-\infty R_2 R_1 e s$  .....



-----

$$\boxed{- \frac{2}{R_1} \frac{A_0}{A_0 + (1 + \frac{R_2}{R_1})}}$$

-----

-----

En pratique,  $R_e$  et  $A_0$  sont grands respectivement devant  $R_2$  et 1, donc

$$\omega_c \approx \frac{A_0}{R_2 C_e}$$

Exemple :  $R_2 = 10 \text{ k}\Omega$ ,  $A_0 = 1000$  et  $C_e = 10 \text{ nF}$  donne  $\omega_c \approx 10^7 \text{ rad/s}$  d'où une fréquence de coupure de l'ordre de 1 MHz.

**C.2.3.3 Réponse en fréquence imparfaite**

Supposons cette fois-ci (avec une impédance d'entrée infinie) que le gain  $\dot{A}_v$  de l'AO vaut

$$\frac{A_0}{1 + j\omega/\omega_0}$$

On peut alors reprendre directement la formule C.1 en se =  $-R_2 R_1 A$

$$\frac{-R_2 R_1 A_0}{A_0 + (1 + R_2 R_1 \tau)(1 + j\omega/\omega_0)}$$

On peut alors montrer que la fonction de transfert est un filtre du premier ordre, de pulsation de coupure

$\omega_1 = \frac{A_0}{1 + R_2 R_1 \tau}$  Souvent,  $A_0 \gg (1 + R_2 R_1 \tau)$  et donc la pulsation de coupure vaut  $\omega_1 \approx \frac{A_0}{R_2 R_1 \tau}$  Le produit  $A_0 \omega_0$ , ou plutôt le pro

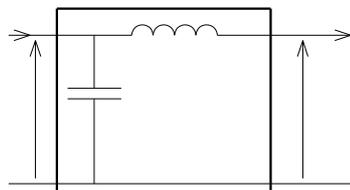
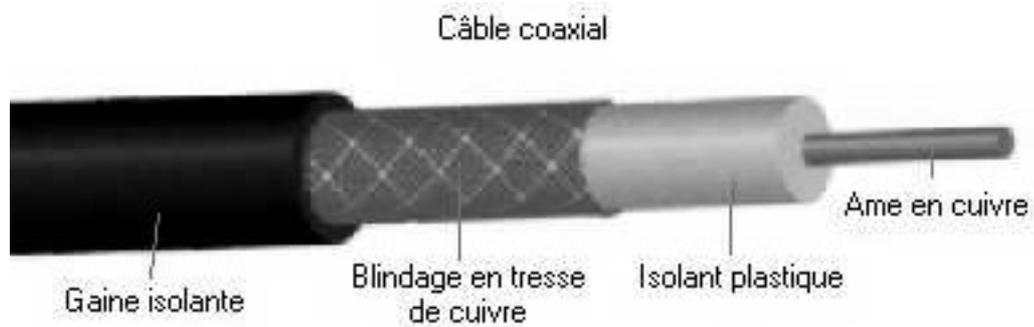
l'amplificateur. On note que pour un montage amplificateur, la fréquence de coupure est égale au produit gain-bande divisé par l'amplification : un (( bon )) AO a donc un produit gain-bande aussi grand que possible, afin de ne pas introduire de limitation dans ce genre de montage. **C.3 L'AO en fonctionnement non linéaire** Ce n'est pas le mode de fonction puissance supérieure à celle que lui fournit son alimentation.

## Annexe D

# Lignes de transmission

### D.1 Lignes sans perte D.1.1 Quelques types de lignes

Il existe plusieurs types. Les plus répandus sont les lignes câbles coaxiaux, où le signal est transporté par un fil central, entouré d'une gaine métallique servant de référence de tension (de masse).



On a les relations, approchées au deuxième ordre près:

$$\begin{aligned} i(z + \Delta z, t) - i(z, t) &= C\Delta z \frac{\partial v(z, t)}{\partial t} \\ v(z + \Delta z, t) - v(z, t) &= L\Delta z \frac{\partial i(z + \Delta z, t)}{\partial t} \approx L\Delta z \frac{\partial i(z, t)}{\partial t} \end{aligned}$$

On en déduit les équations aux dérivées partielles:

$\begin{aligned} \frac{\partial v(z, t)}{\partial z} &= -L \frac{\partial i(z, t)}{\partial t} \\ \frac{\partial i(z, t)}{\partial z} &= -C \frac{\partial v(z, t)}{\partial t} \end{aligned}$
--

On pose alors  $LC = 1/c_0^2$ .  $v$  et  $i$  vérifient alors l'(( équation de propagation )) suivante:

$\frac{\partial^2 v}{\partial z^2} - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 0$
---

Cette équation est également appelée l' (( équation des télégraphistes )).

**D.1.3 Résolution de l'équation** Il est aisé de vérifier que les solutions sont de la forme  $v(z, t) = f(z - v_0 t) + g(z + v_0 t)$  et  $i(z, t) = C_0 [f(z - v_0 t) - g(z + v_0 t)]$

Ces solutions correspondent à des *ondes de tension et de courant* se déplaçant à la vitesse  $c_0$  dans la ligne, pour  $f$  dans le sens des  $z$  positifs (onde *progressive*), pour  $g$  dans le sens des  $z$  négatifs (onde *régressive*). On définit alors l'*impédance caractéristique*  $Z_0$

car  $Z_0$  peut prendre une valeur complexe. **D.2 Interface entre deux lignes**  
**D.2.1 Coefficients de réflexion/transmission**



On suppose qu'initialement ne circule qu'une onde progressive dans  $L_1$ . Les ondes circulant dans les deux lignes vont être réfléchies à cette interface. On note  $\Gamma$  et  $T$  les coefficients de réflexion et de transmission entre  $L_1$  et  $L_2$  :

$$\Gamma = \frac{\text{Amplitude de l'onde réfléchie}}{\text{Amplitude de l'onde incidente}}$$

$$T = \frac{\text{Amplitude de l'onde transmise}}{\text{Amplitude de l'onde incidente}}$$

On a alors les relations:

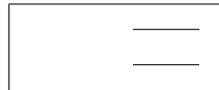
$$\begin{cases} i_1(z, t) = f\left(t - \frac{z}{c_1}\right) + \Gamma f\left(t + \frac{z}{c_1}\right) \\ i_2(z, t) = \frac{1}{Z_2} f\left(t - \frac{z}{c_2}\right) - \Gamma f\left(t + \frac{z}{c_1}\right) \end{cases}$$

Les conditions aux limites se traduisent par les relations:

$$1 + \Gamma = \frac{T}{Z_2}$$

$$Z_1(1 - \Gamma) = T$$

On obtient donc:  $\Gamma = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1}$  et  $T = \frac{2Z_1}{Z_2 + Z_1}$ .

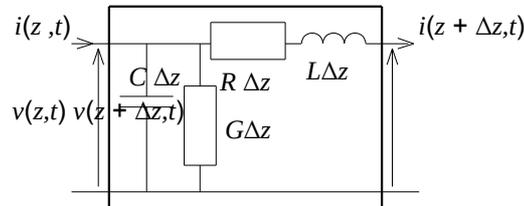


D.2.2 Cas particuliers Dans le cas où la ligne  $L_1$  est branchée en sortie sur un circuit à une extrémité,  $Z_2$  vaut alors  $+\infty$  et donc  $\Gamma = 1$ . On peut alors montrer qu'en régime harmonique (ie quand  $v$  est supposée être une fonction sinusoïdale du temps), la forme de l'onde dans la ligne est stationnaire : il ne peut plus y avoir de propagation dans la ligne. Dans le cas où la ligne  $L_1$  est court-circuitée,  $Z_2 = 0$  et donc  $\Gamma = -1$ . De même que dans le cas où la ligne  $L_1$  est branchée en sortie sur un circuit à une extrémité, il est nécessaire que l'impédance d'entrée de celui-ci soit égale à  $50 \Omega$ . Or c'est la propriété de l'impédance d'entrée d'une ligne de transmission.

### D.3 Ligne avec pertes

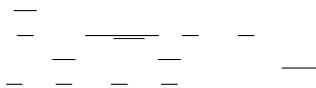
#### D.3.1 Equation de propagation

On tient compte de résistances parasites entre les deux fils (le milieu les séparant est légèrement conducteur), et de leur résistance linéique, en modélisant la ligne sous la forme suivante:



Si on pose  $Z_s = R + jL\omega$  et  $Y_p = G + jC\omega$ , les équations aux dérivées partielles géant le système se retrouvent facilement par simple transposition des relations du paragraphe D.1.2. On obtient donc:

$\frac{\partial v(z,t)}{\partial z} = -Z_s \frac{\partial i(z,t)}{\partial t}$  et  $\frac{\partial i(z,t)}{\partial z} = -Y_p v(z,t)$  où l'équation des ondes avec pertes:  $\frac{\partial^2 v}{\partial z^2} - Z_s Y_p \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 0$  D.3.2 Résolution de l'équation L  
quelques dizaines de dB pour 100m. Dans le cas particulier où  $LC = RG$ , l'impédance caractéristique est la même que dans le cas d'une ligne



— —

# Annexe E

## Rappels sur les nombres complexes

**E.1 Introduction** L'ensemble des nombres réels est noté  $\mathbb{R}$ . Il regroupe tous les nombres entiers relatifs, les nombres fractionnaires (sous-ensemble  $\mathbb{Q}$ ) et les nombres transcendants (ceux qui ne peuvent s'exprimer sous la forme d'une fraction, comme  $\pi$ ,  $e$ ,  $\sqrt{2}$ , etc.). Les nombres complexes ont été introduits pour des raisons pratiques liées à la résolution d'équations du second

degré, au XVI<sup>e</sup> siècle en Italie. Ils s'écrivent sous la forme  $z = x + iy$ , où  $x$  et  $y$  sont deux nombres réels et  $i$  un nombre tel que  $i^2 = -1$ .

**E.2 Représentations algébrique et polaire**  
**E.2.1 Représentation algébrique**  
**E.2.1.1**

**E.2.1.2 Règles de calcul**

Considérons deux nombres complexes  $z = x + iy$  et  $z = x + iy$ . Alors:

$$\begin{aligned}
 - z + z &= (x + iy) + (x + iy) = (x + x) + i(y + y); \\
 - zz &= (x + iy)(x + iy) = xx + i(xy + xy) + i^2yy = (xx - yy) + i(xy + xy); \\
 - z = z &\text{ si et seulement si } x = x \text{ et } y = y.
 \end{aligned}$$

**E.2.1.3 Conjugaison** Considérons un nombre complexe  $z = x + iy$  et son conjugué

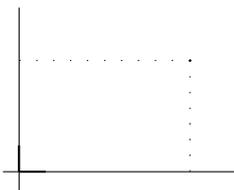
$$\bar{z} = x - iy. \text{ Alors:}$$

$$\begin{aligned}
 - z \cdot \bar{z} &= (x + iy)(x - iy) = x^2 + y^2; \\
 - z + z &= (x + iy) + (x - iy) = 2x = 2(\operatorname{Re} z); \\
 - z - z &= (x + iy) - (x - iy) = 2iy = 2i(\operatorname{Im} z); \\
 - z &= x + iy = x - iy = x - iy.
 \end{aligned}$$

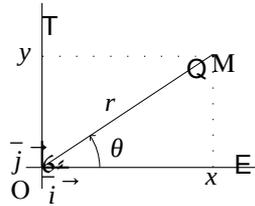
Soit  $z = x + iy$ . Considérons maintenant deux nombres complexes  $z = x + iy$  et  $z = x + iy$ . Il est alors facile de montrer que:

$$\begin{aligned}
 \overline{z + z} &= \bar{z} + \bar{z}; \\
 \overline{zz} &= \bar{z}\bar{z}.
 \end{aligned}$$

**E.2.2 Représentation polaire** **E.2.2.1 Interprétation géométrique** Soit un nombre complexe  $z = x + iy$ .



On dit que  $M$  est d' *affixe*  $z$ . Le vecteur  $\overrightarrow{OM}$  peut s'écrire  $\overrightarrow{OM} = x \vec{i} + y \vec{j}$ . Mais on peut également le caractériser entièrement par la donnée de sa *norme*  $r$ , c'est-à-dire sa ((longueur)) et de l'angle  $\theta$  qu'il fait avec l'axe des abscisses:



D'une part le théorème de Pythagore nous dit que  $r^2 = x^2 + y^2$ , et d'autre part on peut déterminer de manière univoque  $\theta$  par les relations suivantes :

$$\begin{aligned} \cos \theta &= x / \sqrt{x^2 + y^2} \\ \sin \theta &= y / \sqrt{x^2 + y^2} \end{aligned}$$

On vérifie que l'on peut facilement exprimer  $z$  en fonction de  $r$  et  $\theta$ . En effet,

$$z = x + iy = \sqrt{x^2 + y^2} \left( \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} + i \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} \right)$$

On en déduit:  $z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$  On peut montrer que  $(\cos \theta + i \sin \theta)$  peut s'écrire  $e^{i\theta}$ . **E.2.2.2 Représentation polaire** On a montré dans l

$z = r e^{i\theta}$ , avec:  $\left\{ \begin{array}{l} r = \sqrt{x^2 + y^2} \\ \cos \theta = x / \sqrt{x^2 + y^2} \\ \sin \theta = y / \sqrt{x^2 + y^2} \end{array} \right.$  On appelle  $r$  le *module*, et  $\theta$  l'*argument* ou la *phase* de  $z$ . On les note  $r$  et  $\theta$ . On a vu que  $e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta$ . On peut aussi écrire  $e^{-i\theta} = \cos \theta - i \sin \theta$ . On a donc  $e^{i\theta} e^{-i\theta} = e^{i(\theta - \theta)} = e^0 = 1$ . On en déduit que  $e^{i\theta} = \overline{e^{-i\theta}}$ . On a donc  $z = r e^{i\theta} = r \overline{e^{-i\theta}}$  donc  $z = r e^{-i\theta}$ : le module de  $z$  est égal au



## **AnnexeF**

# **Liste d'abréviations usuelles en électricité**

$\Omega$ : Ohm - **A** - **A**: Ampère **ACL**: affichage à cristaux liquides **ADC**: analog to digital converter **AM**: amplitude modulation **AO(P)**: a

- **J** -**J** : Joule- **K** -**LCD**: liquid-crystal display

**LED** : light-emitting diode

- **M** -**MAS** : machine asynchrone**MCC**: machine à courant continu**MOS** : metal-oxyde semiconductor**MS** : machine synchrone**MUX**: mul

# Index

accepteur, voir atome accepteur  
adaptation, 57 ADC, 98 adducteur, 83 admittance, 37 afficheur 7 segments, 86 alternateur, 125 amorçage, 127 Ampère, 28 amplificateur, 28  
69  
    rose, 68  
    thermique, 67  
*burst noise*, 69  
*byte*, voir octet  
  
câble coaxial, 143  
cagede Faraday, 74  
CAN, 98  
capacité, 34  
Carson (règle de), 108  
cascadage, 55, 71  
champ de rétention de la diffusion, 46, 47  
chargespatiale, voir déplétion  
circuit électrique, 27–31  
CNA, 99, 100  
codage, 81  
    BCD, 85  
    binaire codé décimal, 85  
    binaire naturel, 76  
    binaire réfléchi, 80  
hexadécimal, 76 coefficient d'émission, 48 dérélflexion, 144 detransmission



- logique combinatoire, 57–86
  - positive, 77
  - séquentielle, 86–95
- loi d'Ohm, 31, 37
- de Kirchhoff, 30–31
- des mailles, 30
- des nœuds, 30
- 103
- neutre, 51
- nombre complexe, 147–150
- Norton (théorème de), 138
- npn, 49
- Nyquist, 67
- octet, 76
- onde latérale, 105
- onduleur, 127, 131–132
  - monophasé en pont, 131
- opérateur, 59, 77
- ordre
  - d'un filtre, 64
  - d'un système polyphasé, 115
- ouverture, 127
- paire électron-trou
  - génération, 43
  - recombinaison, 43
- PAL, 85
- parallèle, 33, 38
- parasites, 73–75
  - par conduction, 74
  - par rayonnement, 74
- partie
  - imaginaire, 147
  - réelle, 147
- pas d'échantillonnage, 98
- pas d'échantillonnage, 76
- période, 14, 21
- phase
  - instantanée, 106
  - tension de, 119
- PLA, 85
- pn, 49
- polarisation, 48
- pont de Graëtz, 129, 131
- diviseur, 131
- portes, 77
  - ET, AND, 77
  - NON, NOT, 78
  - NON-ET, NAND, 79
  - OU, OR, 77

- support de circuit, 270-131 à cathode commune, 128 à diodes, 128 à pont de Graëtz, 129, 131 demi-onde, 128 simple alternance, 128 registre, 91-92  
 rapport signal à bruit, 53 soustracteur, 84 spectre, 16, 38-40, 133 de mise, 10, 108 stator, 123 support fréquentiel, 40 surmodulation, 105  
 rapport de transformation,  $n$   
 rapport signal à/sur bruit, 70  
 récepteur, voir dipôle récepteur  
 recombinaison, voir paire électron-trou, recombinaison inverse, 116 linéaire, 24 polyphasé, 115 équilibré, 115, 122 synchrone, 87 triphasé, 115-121  
 table de Karnaugh, 79  
 taux  
   d'ondulation, 66  
   d'harmoniques, 21, 132  
 température  
   de bruit, 70  
   équivalente de bruit, 69  
   ramenée en entrée, 71  
 temps  
   continu, 12  
   discret, 12  
 tension thermodynamique, 48  
 tension électrique, 28  
 théorème de Friss, 71  
 thyristor, 128, 130  
 Thévenin (théorème de), 137  
 transcodage, 82 transfert, voir fonction de transfert  
 transformateur, 112-115 Transformée de Fourier, 15-23, 39, 66, 133-134  
 inverse, 15 transimpédance, 55 transistor, 128 à effet de champ, 53 bipolaire, 4