

Electrocinétique

- 1- Définitions.
- 2- Réseaux de Kirchhoff.
- 3- Théorème de superposition.
- 4- Théorèmes de Thévenin et de Norton.
- 5- Théorème de Millman.
- 6- Description énergétique.

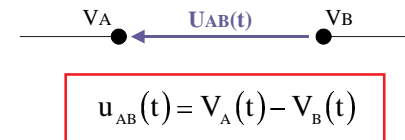
1- Définitions.

1-1 Les grandeurs électriques.

De manière courante, deux grandeurs électriques essentielles interviennent dans les circuits électriques : la *tension* et le *courant*.

1-1-1 La tension.

Elle représente la différence de potentiel entre deux points d'un circuit électrique et s'exprime en Volts (V).



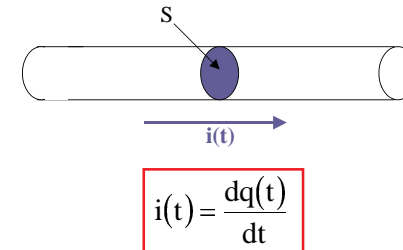
Remarques :

- si $V_A > V_B$ alors $U > 0$ et si $V_A < V_B$ alors $U < 0$.
- une tension se mesure grâce à un voltmètre.
- les tensions mises en jeu en électronique sont de l'ordre de quelques μV à quelques dizaines de Volts. La frontière avec l'électronique de puissance se situe entre 30 et 50 V.

1-1-2 Le courant.

L'application d'une tension entre deux points d'un conducteur provoque l'apparition d'un champ électrique qui entraîne le déplacement des porteurs de charges entre ces deux points. Ce déplacement est un courant électrique.

L'intensité du courant est le débit des charges électriques à travers une section S du conducteur électrique.



$q(t)$ est l'évolution temporelle de la quantité d'électricité qui passe à travers la section S du conducteur.

L'intensité s'exprime en Ampères (A).

Remarques :

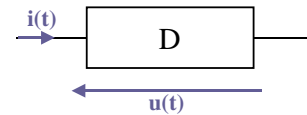
- une intensité se mesure grâce à un ampèremètre.
- les intensités mises en jeu en électronique sont de l'ordre de quelques μA à quelques centaines de mA. Pour des courants supérieurs à 1A environ, on parle d'électronique de puissance.

1-2 Conventions d'écriture.

1-2-1 Le dipôle.

Les systèmes électroniques sont des ensembles plus ou moins complexes de composants (résistances, inductances, condensateurs, transistors, circuits intégrés, ...) auxquels sont appliqués des signaux électriques d'excitation et qui délivrent des signaux électriques réponses.

Le système électronique le plus simple est relié à l'extérieur par deux bornes de connexion et ne fait intervenir que deux grandeurs électriques qui sont la tension à ses bornes et le courant qui la traverse.



Ce système élémentaire s'appelle un **dipôle**.

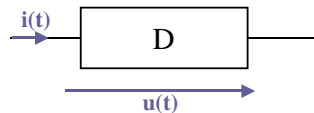
Un dipôle est **passif** s'il ne peut fournir de l'énergie de façon permanente. C'est donc toujours un **récepteur**.

Un dipôle est **actif** s'il est capable de fournir de l'énergie de façon permanente. Il peut alors être **générateur** ou récepteur.

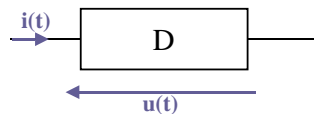
Dans un circuit électrique, a priori, on ne connaît ni le signe du courant ni le signe de la tension.

=> Des conventions de notation sont donc définies pour ces grandeurs.

1-2-2 La convention générateur.



1-2-3 La convention récepteur.



2- Réseaux de Kirchhoff.

Les réseaux électriques simples sont donc constitués par l'interconnexion de dipôles. Ceux-ci sont définis en exprimant la relation liant la tension à leur bornes au courant les traversant.

2-1 Les dipôles passifs élémentaires.

2-1-1 La résistance électrique.

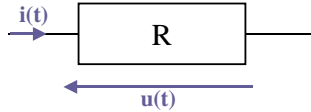
Un élément conducteur électrique offre au passage du courant électrique une certaine résistance qui dépend, en particulier, de sa composition et de ses dimensions.

Si on établit entre ses bornes une différence de potentiel $u(t)$, le conducteur est traversé par un courant électrique $i(t)$ proportionnel à $u(t)$ suivant la **loi d'Ohm** :

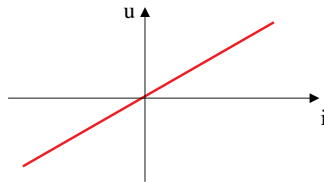
$$u(t) = R \cdot i(t)$$

R est la résistance électrique en ohms (Ω).

Symbole :



Caractéristique : pour R constant.



Remarque :

En échangeant la tension et le courant, on obtient la relation : $i(t) = G \cdot u(t)$
G est la conductance exprimée en siemens (S).

2-1-2 Le condensateur.

Un condensateur est constitué de deux armatures séparées par un milieu isolant de faible épaisseur (diélectrique). Si on applique entre ces deux armatures une tension $u(t)$, la charge $q(t)$ qui apparaît est proportionnelle à $u(t)$:

$$q(t) = C \cdot u(t)$$

C est la capacité de stockage des charges électriques. Elle se mesure en Farad (F).

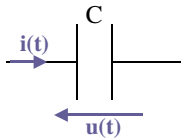
En dérivant cette expression par rapport au temps, on obtient :

$$\frac{dq(t)}{dt} = C \frac{du(t)}{dt} \quad \text{or} \quad i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$$

donc :

$$i(t) = C \frac{du(t)}{dt}$$

Symbole :



La tension aux bornes d'un condensateur est donc :

$$u(t) = u(0) + \frac{1}{C_0} \int_0^t i(x) dx$$

$\Rightarrow u(t)$ est une fonction continue du temps.

\Rightarrow on n'observe jamais de discontinuité de tension aux bornes d'un condensateur.

Remarque :

Si la tension aux bornes d'un condensateur est continue $u(t) = U$, alors $i(t) = 0$.
 \Rightarrow Le condensateur se comporte comme un interrupteur ouvert (circuit ouvert) en régime permanent continu.

2-1-3 L'inductance.

Une inductance est une bobine de N spires. Si un courant $i(t)$ parcourt cette bobine, il en résulte un flux $\Phi(t)$ proportionnel au courant :

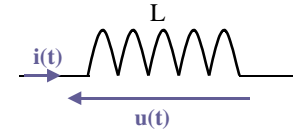
$$\Phi(t) = L \cdot i(t)$$

Ce flux donne naissance à d'une force électromotrice (Loi de Lenz) et finalement :

$$u(t) = L \frac{di(t)}{dt}$$

L est l'inductance de la bobine (ou coefficient d'auto-induction). Elle se mesure en Henry (H).

Symbole :



L'intensité dans l'inductance est donc :

$$i(t) = i(0) + \frac{1}{L} \int_0^t u(x) dx$$

=> $i(t)$ est une fonction continue du temps.

=> on n'observe jamais de discontinuité du courant dans une inductance.

Remarque :

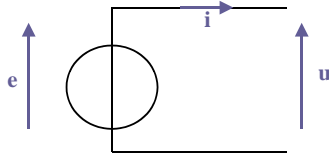
Si le courant dans l'inductance est continu $i(t) = I$, alors $u(t) = 0$.

=> L'inductance se comporte comme un interrupteur fermé (court-circuit) en régime permanent continu.

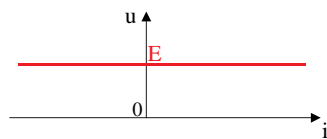
2-2 Les dipôles actifs élémentaires.

2-2-1 La source de tension idéale.

C'est un dipôle qui délivre une tension $u(t)$ indépendante du courant $i(t)$ qui la traverse.



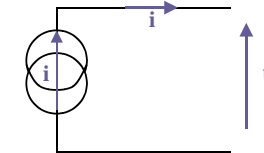
Dans le cas du continu, $u(t) = E$. La caractéristique est donc :



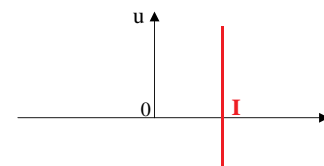
u est constante quelque soit i

2-2-2 La source de courant idéale.

C'est un dipôle qui délivre un courant $i(t)$ indépendant de la tension $u(t)$ à ses bornes.



Dans le cas du continu, $i(t) = I$. La caractéristique est donc :



i est constant quelque soit u

2-2-3 La source de tension réelle.

C'est une source de tension idéale à laquelle est associée en série une résistance R , appelée **résistance interne** de la source.

Soit dans le cas d'une source continue :



L'équation de la caractéristique s'écrit : $u = E - Ri$

$I_{cc} = \frac{E}{R}$ est appelé courant de court-circuit.

2-2-4 La source de courant réelle.

C'est une source de courant idéale à laquelle est associée en parallèle une résistance R , appelée **résistance interne** de la source.

Soit dans le cas d'une source continue :

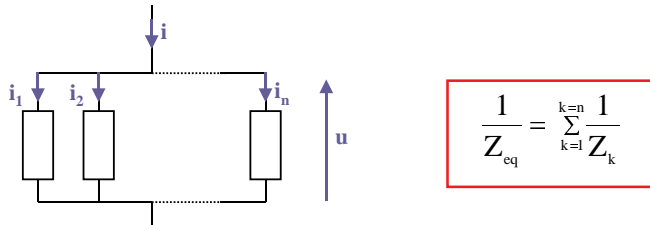


L'équation de la caractéristique s'écrit : $i = I - \frac{u}{R}$

$U_o = RI$ est appelé tension à vide.

2-3 Associations de dipôles - Lois de Kirchhoff.

2-2-1 Association parallèle.



Dans cette association, c'est la tension u qui est commune à tous les dipôles. Le courant total qui traverse l'ensemble des dipôles est la somme des courant partiels qui traversent chaque dipôle :

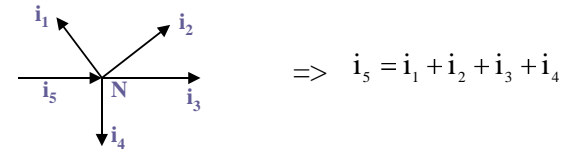
$$i(t) = \sum_{k=1}^{k=n} i_k(t)$$

2-2-2 Loi des nœuds.

D'après le principe de conservation de l'électricité, **la somme des k courants qui arrivent dans un nœud N est égale à la somme des l courants qui en partent :**

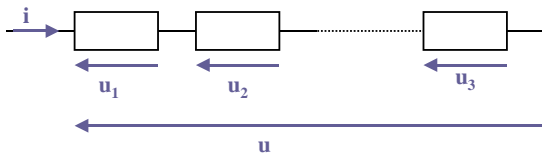
$$\sum_{\vec{i}_k} i_k = \sum_{\vec{i}_l} i_l$$

Exemple :



Remarque : si dans un circuit, il y a N nœuds, on peut écrire $N-1$ lois de nœuds.

2-2-3 Association série.

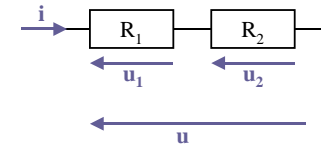


$$Z_{eq} = \sum_{k=1}^{k=n} Z_k$$

Dans cette association, c'est le courant i qui est commun à tous les dipôles. La tension totale aux bornes de tous les dipôles est la somme des tensions partielles aux bornes de chaque dipôle :

$$u(t) = \sum_{k=1}^{k=n} u_k(t)$$

2-2-4 Pont diviseur de tension.



$$u = (R_1 + R_2) i \quad \text{soit} \quad i = \frac{u}{R_1 + R_2}$$

$$u_2 = R_2 i \quad \text{donc} \quad u_2 = \frac{R_2 u}{R_1 + R_2}$$

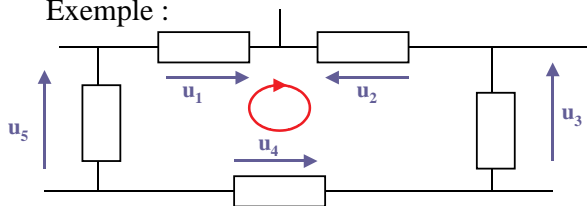
2-2-5 Loi des mailles.

Pour une maille donnée (c'est à dire une suite de dipôles formant un circuit fermé avec ou sans dérivation), on choisit un sens de parcours arbitraire et un point de départ (qui est également le point d'arrivée).

La somme des tensions rencontrées en suivant le sens de parcours choisi est nulle :

$$\sum_k u_k = 0$$

Exemple :



$$\Rightarrow u_1 - u_2 - u_3 - u_4 + u_5 = 0$$

Remarque : dans un circuit, on peut écrire autant de lois des mailles qu'il y a de mailles indépendantes (c'est à dire qui ne soient pas des combinaisons linéaires des autres).

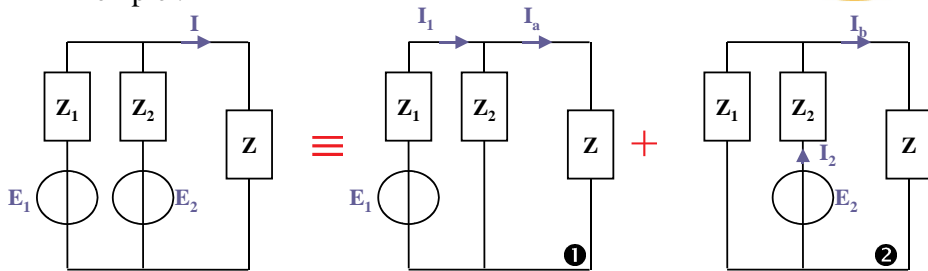
3- Théorème de superposition.

L'intensité du courant circulant dans une branche (resp. la tension de la branche) d'un réseau contenant plusieurs branches est égale à la somme algébrique des intensités (resp. tensions) créées dans cette branche par chaque générateur supposé seul (les autres étant éteints).

Remarques :

- On éteint une source de tension en la remplaçant par un court-circuit.
- On éteint une source de courant en la remplaçant par un coupe-circuit.

Exemple :



$$\text{Montage 1 : } I_1 = \frac{(Z + Z_2)E_1}{Z_1 Z_2 + Z Z_1 + Z Z_2} \Rightarrow I_a = \frac{Z_2 E_1}{Z_1 Z_2 + Z Z_1 + Z Z_2}$$

$$\text{Montage 2 : } I_2 = \frac{(Z + Z_1)E_2}{Z_1 Z_2 + Z Z_1 + Z Z_2} \Rightarrow I_b = \frac{Z_1 E_2}{Z_1 Z_2 + Z Z_1 + Z Z_2}$$

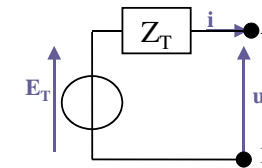
Et en ajoutant (superposant) les deux courants partiels :

$$I = I_a + I_b = \frac{Z_1 E_2 + Z_2 E_1}{Z_1 Z_2 + Z Z_1 + Z Z_2}$$

4- Théorèmes de Thévenin et de Norton.

4-1 Théorème de Thévenin.

Tout dipôle linéaire peut toujours se réduire à un générateur de tension en série avec une impédance.



On parle alors de Générateur de Thévenin équivalent et d'impédance de Thévenin équivalente.

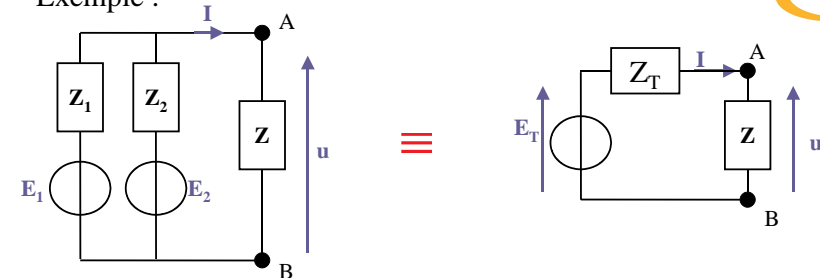
La tension aux bornes du dipôle s'écrit : $u = E_T - Z_T i$

- E_T est la tension "à vide" c'est à dire lorsqu'aucune charge n'est connectée entre A et B. Dans ce cas, $i=0$ et donc :

$$U_0 = E_T - Z_T i = E_T$$

- Z_T est obtenue en éteignant les sources du montage :
 - On éteint une source de tension en la remplaçant par un court-circuit.
 - On éteint une source de courant en la remplaçant par un coupe-circuit.

Exemple :

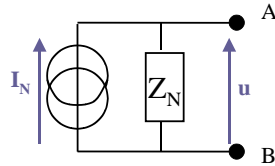


$$Z_T = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

$$E_T = \frac{Z_1 E_2 + Z_2 E_1}{Z_1 + Z_2}$$

4-2 Théorème de Norton.

Tout dipôle linéaire peut toujours se réduire à un générateur de courant en parallèle avec une impédance.



On parle alors de Générateur de Norton équivalent et d'impédance de Norton équivalente.

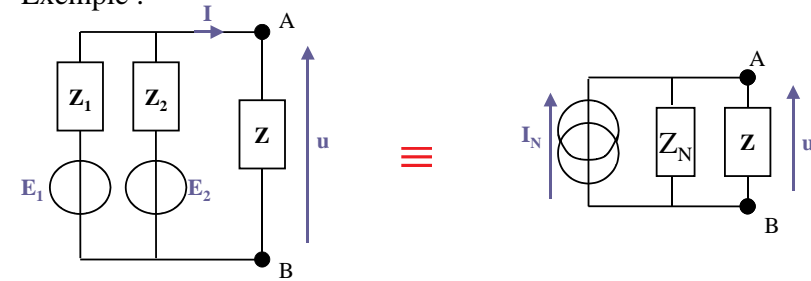
Le courant débité par le dipôle s'écrit :

$$i = I_N - \frac{u}{Z_N}$$

- I_N est le courant de court-circuit.
- Z_N est obtenue en éteignant les sources du montage :
 - On éteint une source de tension en la remplaçant par un court-circuit.
 - On éteint une source de courant en la remplaçant par un coupe-circuit.

Remarque : il est évident que $Z_T = Z_N$ car la méthode de détermination est la même.

Exemple :

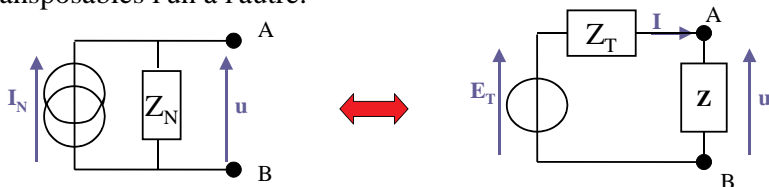


$$Z_N = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

$$I_N = \frac{E_2}{Z_2} + \frac{E_1}{Z_1} = \frac{Z_1 E_2 + Z_2 E_1}{Z_1 Z_2}$$

4-3 Passage Norton - Thévenin.

Les schémas équivalents de Thévenin et de Norton sont transposables l'un à l'autre.



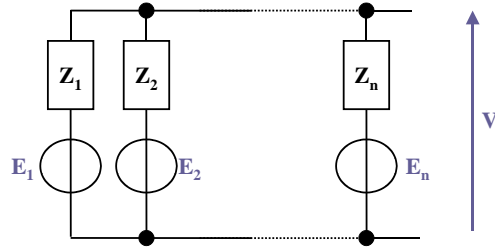
$$Z_N = Z_T$$

$$E_T = R_N I_N$$

$$I_N = \frac{E_T}{Z_T}$$

5- Théorème de Millman

Le théorème de Millman permet de déterminer le potentiel d'un nœud où aboutissent des branches composées d'un générateur de tension réel.



$$V = \frac{\sum_{i=1}^n E_i}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{Z_i}}$$

La démonstration de ce théorème consiste à transformer chaque branche en source de courant, de courant électromoteur :

$$I_i = \frac{E_i}{Z_i}$$

Le courant résultant $I = \sum_i I_i$ circule dans l'impédance parallèle équivalente $\frac{1}{Z_i} = \sum_i \frac{1}{Z_i}$.

La tension V s'écrit donc : $V = Z \cdot I = \sum_i Z_i \cdot \sum_i I_i$

6- Description énergétique.

6-1 Définitions.

Soit un dipôle traversé par un courant $i(t)$ et soumis à la tension $u(t)$ (notés en convention récepteur) :

La **puissance électrique instantanée** délivrée par ce dipôle est :

$$p(t) = u(t) \cdot i(t)$$

La puissance s'exprime en Watts (W).

L'**énergie** présente dans le dipôle à l'instant t est :

$$w(t) = w(0) + \int_0^t p(x) dx$$

où $w(0)$ est l'énergie initiale. L'énergie s'exprime en Joules (J).

La puissance peut aussi s'exprimer comme la dérivée de l'énergie :

$$p(t) = \frac{dw(t)}{dt}$$

Une puissance positive signifie que le dipôle reçoit de l'énergie car celle-ci augmente (dérivée >0).

En respectant la convention de signe récepteur :

- l'élément est passif si $w(t)$ est positive ou nulle (dissipation énergétique).
- l'élément est actif sinon (l'énergie provient de sources internes au dipôle).

6-2 Puissance et énergie pour les dipôles élémentaires.

	Puissance	Energie
Résistance	$p_R(t) = u(t) \cdot i(t) = R \cdot i^2(t) \geq 0$	$w_R(t) = R \int i^2(x) dx \geq 0$
Condensateur	$p_C(t) = C \frac{du(t)}{dt} u(t) = \frac{1}{2} C \frac{d^2 u(t)}{dt^2}$	$w_C(t) = \frac{1}{2} C \cdot u^2(t) \geq 0$
Inductance	$p_L(t) = L \frac{di(t)}{dt} i(t) = \frac{1}{2} L \frac{d^2 i(t)}{dt^2}$	$w_L(t) = \frac{1}{2} L \cdot i^2(t) \geq 0$

On remarque que l'énergie est toujours positive : cette propriété est caractéristique des éléments passifs.

La résistance tient une place particulière car sa puissance est toujours positive, elle ne peut la restituer. On dit que c'est un élément *dissipatif*.

La puissance dans le condensateur et l'inductance peut être positive ou négative : ces deux éléments peuvent emmagasiner et restituer de l'énergie. On dit que ces éléments sont *réactifs*.

6-3 Lois de Kirchhoff au sens énergétique.

Loi des nœuds : la puissance pénétrant par un nœud est identique à celle en sortant.

Loi des mailles : la somme des puissances observées en parcourant une maille est nulle.